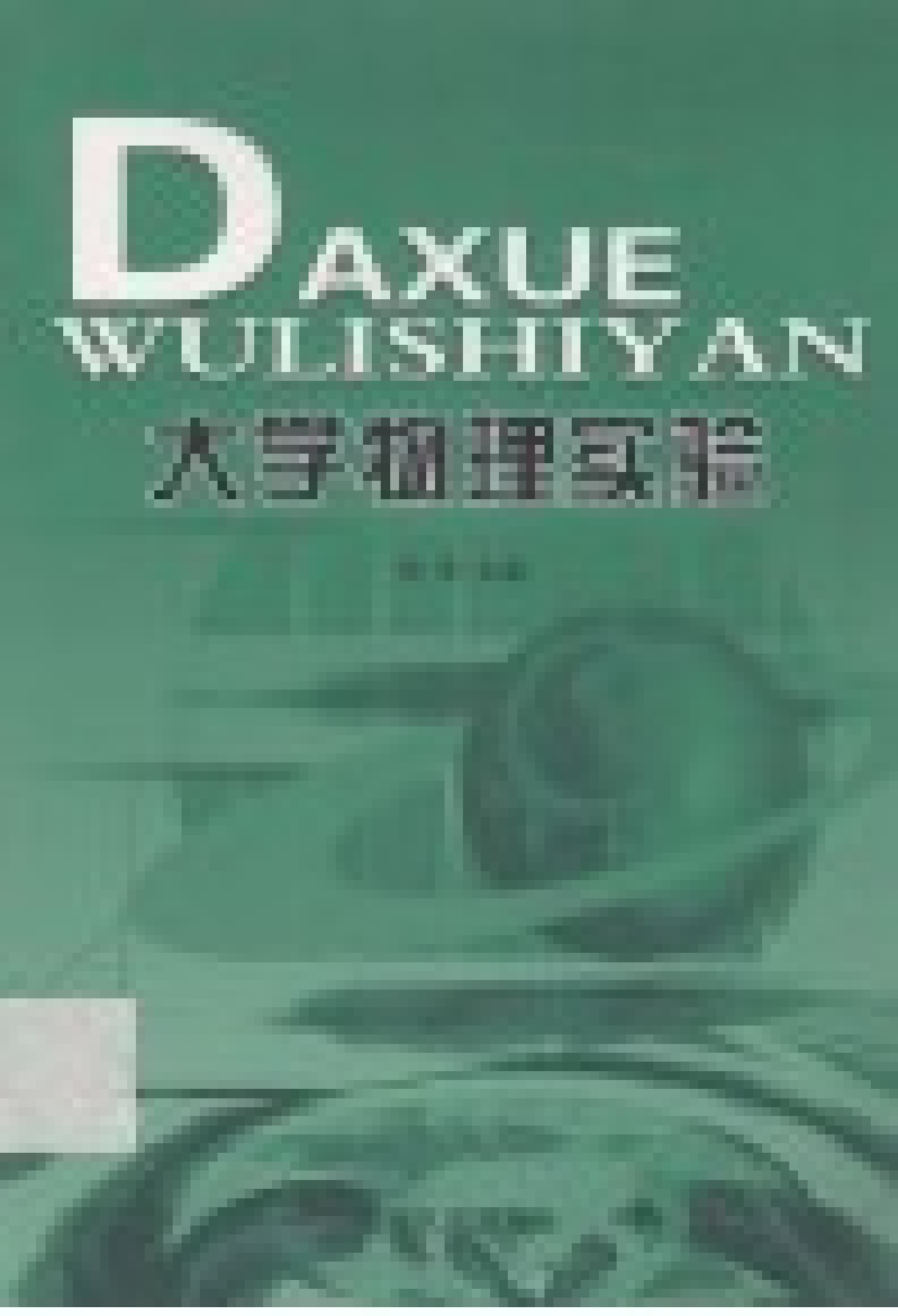


DAXUE WULISHIYAN 大学物理实验

朱莉 主编

吉林人民出版社



DAXUE WULI SHIYAN

大学物理实验

第二版



大学物理实验

朱 莉 主编

吉林人民出版社

大学物理实验

主 编:朱 莉 责任编辑:包兰英

封面设计:甘 泉

吉林人民出版社出版 发行

(中国·长春市人民大街 7548 号 邮政编码:130022)

印 刷:北京市朝教印刷厂

开 本:787mm × 1092mm 1/16

印 张:14.25 字 数:360 千字

标准书号:ISBN 7 - 206 - 02935 - 3/G · 978

版 次:2005 年 7 月第 2 版 印 次:2005 年 7 月第 1 次印刷

印 数:1 000 册 定 价:36.30 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。

编委会名单

主 编	朱 莉		
副主编	周 晶	付志雄	韩 也
编 委	刘润茹	宋立军	毕冬梅
主 审	张宝林		

内 容 提 要

本书以 1995 年国家教委颁布的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》为依据，以培养学生科学素质为目的，遵循高校教学改革精神，结合长春大学多年物理实验课程教学改革经验而编写。本教材突破了传统的实验项目相互独立，测量方法单一的模式，对有些实验项目进行了重新组合，把实验内容分为三大模块，其中基础实验 3 项，提高实验 18 项，综合、设计、应用性实验 15 项。教学过程中可因材施教，视具体情况进行选择。

本书可作为高等工业学校各专业的物理实验教材。也可供函授、业余大学选用。

前 言

本书是以国家教委高等教育司 1995 年颁发的《高等学校工科本科物理实验课程教学基本要求》为依据,以 1996 年 5 月国家教委工科物理实验课程教学改革指导思想“加强基础,重视应用,提高素质,培养能力,开拓创新”为核心,在完成了省级重点教研课题“大学物理实验课程模块式教学模式的研究与实验”基础上,结合我们多年实验教学经验编辑而成。

本教材第一个突出特点是突破了传统的实验项目相互独立,测量方法单一的教学方式,把实验教学内容分成基础实验;提高实验;综合设计、应用实验三大部分。

基础实验由“长度测量”、“伏安法测电阻”和“用分光计测三棱镜折射率”三项组成。教学中教师结合该三项实验内容,详细讲解力学、电学、光学实验的基本知识和基本方法,使学生通过这三项实验了解物理实验的基本程序和步骤,较好地掌握有关常用仪器的构造、原理及使用方法,正确运用有效数字、误差理论和实验数据的不确定度处理,使学生掌握必要的实验知识,培养浓厚的学习实验兴趣,为下一步的学习奠定基础。

提高实验包括力学、电学、光学、近代物理共 18 个实验项目,在教学计划内根据学时要求,每生各选择一部分。这些实验有一定的深度、难度和广度。教学过程中以学生为主,教师只作必要的指导。这是培养学生基本上独立进行实验,全面提高实验技能的主要阶段。

综合、设计、应用实验共 15 项,作为开放性实验。在前面实验训练的基础上开出一些综合、设计、应用性实验。有些实验只给出实验题目、要求及注意事项,由学生自定实验方法,自选实验仪器,自拟实验步骤,独立测量数据及处理数据,在教师指导下完成,其目的是培养和训练学生把学得的力、热、电、光、近代物理理论知识,实验理论知识与实验技能综合起来,强化与锻炼学生在应用领域中独立设计、独立操作,独立处理数据的能力,使每个学生的实验知识和技能得到全面融合和发挥。

第二特点是采用了“一种仪器测量多种物理量”及“一种物理量用多种方法测量”的教学手段。

如在“固体密度的测定”实验中,要求学生利用物理天平对三种形状不同的固体(铝柱、铜粒、锡条)分别采用三种方法进行测量,在开放实验中,又提出对两种物体(蜡块、未知液体)的密度自行设计测量方法。在“分光计测三棱镜折射率”实验中,要求学生用分光计测三棱镜的折射率,在开放实验中,用分光计测定溶液浓度。在“重力加速度的测定”实验中,要求学生用自由落体法和单摆法分别测量长春地区重力加速度等等。

在教学中两个特点相结合,课内课外相结合,必将使学生的实验素质和能力得到较大的提高。

本教材是我们实验室近几年来教改与教学经验的总结,每位同志都为之付出了辛勤的劳动。此次重新编写,具体分工为:朱莉(绪论、实验一、四、二十四、三十、三十五),周晶(实验五、六、十五、十六、二十六、二十七、三十一、三十二、三十四),付

志雄（实验二、三、九、十一、十二、十四、十八、二十二、二十三、三十六）韩也（绪论、实验七、十七、十九、二十一、二十三、三十六），刘润茹（实验十三、二十、二十九、三十三）宋立军（实验二、九、二十五、二十八），毕冬梅（实验八、十、十四）。

本书在编著过程中，得到了吉林工业大学物理实验室同仁的帮助，同时也参考了兄弟院校的教材。谨致以深切的谢意。

由于作者水平有限，书中不足之处在所难免，恳请读者和兄弟院校的同行批评指正。

编者

2000年3月于长春大学

目 录

绪 论	1
基础实验	
实验一 长度测量	27
实验二 伏安法测电阻	34
实验三 用分光计测三棱镜折射率	43
提高实验	
实验四 固体密度的测定	52
实验五 重力加速度的测定	58
实验六 杨氏模量的测定	63
实验七 用冲击电流计测磁场	68
实验八 电表的改装与校准	72
实验九 示波器的使用	76
实验十 灵敏电流计的研究	83
实验十一 用电位差计校准电流表	90
实验十二 惠斯登电桥	97
实验十三 等厚干涉实验——牛顿环与劈尖	107
实验十四 衍射光栅	113
实验十五 迈克尔逊干涉仪的调整与使用	117
实验十六 旋光率和浓度的测定	121
实验十七 声速的测定	125
实验十八 比较光谱的拍摄	129
实验十九 夫兰克——赫兹实验	136
实验二十 塞曼效应	141
实验二十一 光电效应测定普朗克常数	147
综合、设计、应用实验	
实验二十二 表头内阻的测定	153
实验二十三 万用表原理及使用	155
实验二十四 用驻波测量音叉的频率	165
实验二十五 电子射线的电偏转和磁偏转	167
实验二十六 (A) 霍耳效应的研究	174
(B) 特斯拉计测磁场	179
实验二十七 薄透镜焦距的测定和光路调整	182

实验二十八	白光光源的相干长度和玻片折射率的测量.....	187
实验二十九	照相技术.....	191
实验三十	全息照相.....	197
实验三十一	热敏电阻的研究.....	202
实验三十二	光电传感器的研究.....	205
实验三十三	用三线摆测物体的转动惯量.....	208
实验三十四	表面张力系数的测定.....	212
实验三十五	蜡块密度及未知液体密度的测定.....	216
实验三十六	用分光计测定溶液浓度.....	217

绪 论

一、物理实验课的地位、作用和任务

科学实验是科学理论的源泉，是工程技术的基础，作为培养“知识、能力、素质”复合型的高级工程技术人才的高等工业学校，不仅要使学生具备比较深广的理论知识，而且要使学生具有从事科学实验的较强能力，以适应科学技术不断进步和社会主义建设迅速发展的需要。

物理实验课是对高等工业学校学生进行科学实验基础训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学以后受到系统实验方法和实验技能训练的开端，是工科类专业对学生进行科学实验训练的重要基础。

物理学从本质上说是一门实验科学。物理规律的发现和物理理论的建立，都必须以严格的物理实验为基础，并受到实验检验。物理实验教学和物理理论教学具有同等重要的地位。它们有深刻的内在联系和配合，又有各自的任务和作用。因此，我们要正确处理理论课和实验课的关系，要求学生既动脑，又动手，不可偏废于某一方。

本课程是在中学物理实验的基础上，按照循序渐进原则，学习物理实验知识、方法和技能，使学生了解科学实验的主要过程与基本方法，为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。

1. 物理实验课的目的和任务：

通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学的一些概念、规律和理论的理解。

2. 培养和提高学生的科学实验能力。

其中包括：

- (1) 能够自行阅读实验教材或资料，作好实验前的准备；
- (2) 能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器；
- (3) 能够运用物理理论对实验现象进行初步分析判断；
- (4) 能够正确记录和处理实验数据，绘制合格的图表，说明实验结果，撰写合格的实验报告；
- (5) 能够完成简单的设计性实验。

3. 培养和提高学生的科学实验素养。

要求学生具有理论联系实际、严谨周密的科学作风，严肃认真、实事求是的工作态度，主动研究的探索精神和遵守纪律，爱护公共财物的优良品德。

二、物理实验课的基本程序

物理实验课的基本程序一般分为三个阶段：预习、实验和撰写实验报告。

1. 预习

要求在上课前完成。

预习的要求是：

(1) 首先认真阅读本实验讲义的全部内容，明确实验目的、原理，了解使用哪些仪器，测量什么物理量？采用什么方法？基本步骤是什么？有什么注意事项？看懂预习思考题。

(2) 写出书面预习报告

内容包括：

①实验名称

②实验目的

③实验原理，包括：简要的实验理论依据，实验方法，主要计算公式及公式中各量的物理意义，画出原理简图。

④实验仪器

⑤实验步骤

⑥数据记录表格

总之，课前对所要进行的实验作到心中有数。教师上课首先检查预习报告，没写预习报告的不允许上实验，写的不合要求的要扣分，同时还要针对预习思考题的内容进行提问。

2. 实验

(1) 先熟悉仪器，在了解仪器的工作原理、使用方法及注意事项的基础上进行仪器的安装和调整，千万不要盲目乱动仪器。

(2) 在电学实验中，接好线路，必须经教师检查后，方可接通电源。

(3) 按实验步骤进行测量。

将测得的数据记录在预习报告的数据表格内（注意：标明单位和有效数字位数）。

实验结束后，要经教师检查实验数据和仪器、然后整理仪器和实验台、在仪器使用记录本上签字后方可离开实验室。

3. 撰写实验报告

在预习报告的基础上进行。

⑦数据处理

作图、计算测量结果及不确定度，写出正确的结果表达式。

⑧讨论（课后思考题）

包括分析产生误差的原因，回答实验的思考题，也可对实验仪器的装置和实验方法提出建议等。

预习报告与课后报告构成一份完整的实验报告。

三、测量与误差

（一）测量

物理实验的目的，是通过对某些物理量的测量，寻找物理规律，或根据已知的物理

规律去设计新的实验方法。任何一项物理实验都离不开对物理量的测量，测量是物理实验的基本手段。所谓测量，就是用一定的工具或仪器，通过一定方法，直接或间接地与被测对象进行比较。伽利略有句名言：“凡是可能测量的，都要进行测量，并且要把目前无法度量的东西，变成可以测量的。”从基本粒子的微观世界，到庞大星系的广阔空间；从粒子碰撞、蜕变的瞬间，到宇宙演变的漫长过程，都属于测量的范围。

物理实验的测量可分为两类：一类是用量具或仪器直接读出测量的结果，这类测量为直接测量，相应的物理量称为直接测得量。如米尺测长度，称表测时间，电表测电流、电压等。另一类是间接测量，由直接测得量代入公式进行计算得出测量结果的情形称为间接测量。相应的物理量称为间接测得量。例如测量铝柱的密度时，可以用卡尺测出它的高 h 和直径 d ，算出体积 $V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$ ，然后用天平称出它的质量 m ，则铝柱的密度 $\rho = m/V = 4m/\pi d^2 h$ ， V 和 ρ 都是间接测得量。

（二）误差

人们用仪器对某一物理量进行测量时，由于仪器，实验条件等各种因素的限制和影响，使得测量值总是与客观存在的实际值——真值之间有一定的偏差，这个偏差称为测量的误差。

误差 = 测量值 - 真值。它的大小反映了人们的认识与客观真实的接近程度。误差存在于一切测量之中，而且贯穿于测量的始终。

被测量的真值是指在一定时间、一定状态下，被测量客观存在的真实大小，它是个理想的概念。它包含：理论真值、公认真值、计量学的定真值和标准器相对真值。但在大多数情况下，被测量的真值往往是未知的。实验的目的就是采用科学方法测得其“真值”。

测量中要绝对消除误差是不可能的，只能设法在测量时减少测量误差，尽可能得到被测物理量的最接近值，并估计测量的误差。为此必须研究误差的性质、来源和规律，以便达到测量的目的。

根据误差的性质和产生的原因，误差可分为系统误差、随机误差、过失误差三种。

1. 系统误差

系统误差的特征是其具有确定性。在同一条件下进行多次测量时，误差的大小和正负或保持不变，或在条件改变时按一定的规律变化。增加测量次数并不能减少这种误差对测量值的影响。

系统误差主要来自于以下几个方面：

（1）仪器误差

测量是用仪器进行的，有的仪器较粗糙，有的较精确，但任何仪器都存在误差。所不同的是，粗糙的仪器其仪器误差大，精确的仪器其仪器误差小。因此，仪器误差对实验结果的影响是不可忽略的。

仪器误差用 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示，它是指在正确使用仪器的条件下，测量值和被测物理量的真值之间可能产生的最大误差。

仪器误差通常是由制造厂家或计量机关确定，一般写在仪器的标牌上或说明书中。对

于未标明误差的仪器，可取其最小分度值作为其仪器误差。或者根据仪器的级别进行计算，如电表示值的最大仪器误差为

$$\Delta_{\text{仪}} = \pm \text{量程} \times \text{级别} (\%)$$

仪器误差往往包括系统误差和随机误差，其中何者为主，对于不同仪器不尽相同。例如 0.2 级以上的仪表主要是随机误差；级别低的和工业用仪表则主要是系统误差；实验室常用仪表（如 0.5 级表）则两种误差都有。

不同的量具、量仪，其仪器误差有不同的规定。例如：1/10 秒的停表，仪器误差为 ± 0.1 秒；游标卡尺、温度计等的仪器误差与其最小分度相等，如 50 分度的游标卡尺的仪器误差为 ± 0.02 毫米。

(2) 方法误差

这是由于实验方法或理论不完善而导致的。如采用伏安法测电阻时因采用不同的联接方法，由电表的内阻产生的接入误差。采用单摆周期公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ 测量周期时，摆角引起的误差。

(3) 环境误差

这是由于周围环境（如温度、压力、湿度、电磁场等）的影响而引起的误差。

(4) 人身误差

这是由于观测人生理或心理特点所造成的误差，如个人的习惯与偏见等造成的误差。

系统误差一般都有较明显的原因，因此可以采取适当的措施加以限制或消除它对测量结果的影响。系统误差是测量误差的重要组成部分，所以发现系统误差，弄清其产生的原因，进而消除它对测量结果的影响是十分必要的。

2. 随机误差

随机误差又称偶然误差，它的特征是其具有随机性。在同一条件下多次测量某一物理量时，即使消除了一切引起系统误差的因素，测量结果也仍然存在着误差，这就是随机误差。

随机误差产生的原因是由于人的感官灵敏程度和仪器精密度的限制，周围环境的干扰及随测量而来的其它不可预测的偶然因素的影响。如测量目的物对的不准，平衡点定的不准，温度、湿度、电源电压的起伏涨落等引起的误差都属于随机误差。这些影响一般是很微小的而且是混乱的无规律的。不像系统误差那样可以找出明显的原因并加以限制或消除。

随机误差使测量值有时偏大，有时偏小，不可预知。但当对一物理量进行多次测量时，这些测量结果将呈现出一定的统计规律性，即随机误差服从一定的统计分布，随机误差在测量次数很多时，基本上都可以认为近似遵从正态分布规律：其绝对值相等的正、负误差出现的机会（机率）相等，绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会（机率）大。因此可以通过多次测量，取测量值的算术平均值的方法来减小或消除随机误差，提高测量结果的可靠度。

从统计规律角度讲，测量次数越多，所得到的平均值越接近真值。但在实验当中并不是测量次数越多越好。因为增加测量次数必要延长测量时间，这将会给保持稳定的测

量条件增加困难。同时增加测量次数也会给测量者造成疲劳,这又可能引起较大的观测误差。另外增加测量次数只能减少随机误差而不能减少系统误差,也就是说,只有当个别测量的随机误差超过该测量的系统误差时,多次测量才有意义,所以实际观测次数并不太多。一般在科学研究当中,取10到20次,在物理实验课中取5到10次。当随机误差小于系统误差时多次测量没有意义了,可以只取单次测量。

3. 过失误差

过失误差即实验过程中由于过失、错误引起的误差。凡是用测量时的客观条件不能解释为合理的那些明显歪曲测量结果的误差,均称为过失误差,也称为粗差。过失误差是由于实验者在观测、记录和整理数据过程中缺乏经验、粗心大意、疲劳等原因引起的。

刚开始进行实验时,可能会出现过失误差,但在教师的指导下不断地总结经验,提高实验素养,过失误差是可以防止出现的。含有过失误差的测量值称为异常值或坏值。在正确的测量结果中不应当含有过失误差。测量时如发现某一数值与同样条件下的其它数值有明显的差别,应怀疑为过失误差所致。应立刻把它删除,并重新再取一次该数据。

总之,系统误差,随机误差,由于它们的性质不同,来源不同,处理的方法也不同。对于系统误差和过失误差,只要我们不断积累经验,培养实验技能,把握实验条件是可以加以限制和消除的。对于随机误差可以通过取算术平均值的方法加以限制或减小。

四、测量的不确定度及结果表示

1. 测量的不确定度

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度,它是表征被测量的真值在某个量值范围的一个评定,1980年10月,国际计量局提出了关于“不确定度”的建议书。为此,中国计量科学院于1986年发出通知规定在其校准研究中和在测量、鉴定工作中,应采用不确定度作为误差数字的名称。

测量的不确定度是在将可修正的系统误差修正之后,将余下的全部误差划分为两类,即多次重复测量用统计方法计算的A类不确定度分量 U_A 和用其它方法(非统计方法)估算的B类不确定度分量 U_B 。则总不确定度:

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} \quad (0-1)$$

2. 测量结果的正确表达式

测量结果表示被测量的真值在某一范围内的概率。所以一个正确的测量结果表达式,应包括它的测量值、总的不确定度、单位,并写成测量结果表达式:

即

$$N = \bar{N} \pm U \quad (\text{单位}) \quad (0-2)$$

有时为了全面评价测量的优劣,还需要考虑被测量本身的大小,可用相对不确定度来表示。即

$$E = \frac{U}{N} \times 100\% \quad (0-3)$$

为了说明相对不确定度的意义,下面举一个例子。

例如测得两个物体的长度为 $L_1 = (23.50 \pm 0.03) \text{ cm}$, $L_2 = (2.35 \pm 0.03) \text{ cm}$, 则

其相对不确定度分别为：

$$E_1 = \frac{0.03}{23.5} \times 100\% = 0.1\%$$

$$E_2 = \frac{0.03}{2.35} \times 100\% = 1\%$$

从不确定度来看，两者相同，但从相对不确定度来看，后者比前者大 10 倍，我们自然认为第一个测量更准确些。

当被测量值有公认的标准值或理论值时，在实验结果的数据处理中，还常常把测量值与其公认值或理论值进行比较，并用百分差来表示实验结果：

$$E = \frac{|\text{测量值} - \text{理论值}|}{\text{理论值}} \times 100\% \quad (0-4)$$

五、直接测量结果的表示和不确定度估计

在直接测量中，误差直接来源于测量，即前面讲过的系统误差、随机误差和过失误差。对于系统误差和过失误差可以在实验的操作过程中加以限制和消除。对于随机误差可以用取算术平均值的方法加以限制和消除。现在假设已经消除了系统误差，那么其测量结果可以用多次测量值的算术平均值来表示，而其误差可用多次测量的标准偏差来表示。

1. 多次测量值的算术平均值

在同一条件下，对某一物理量进行 n 次等精度的测量，其结果为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则我们可以用多次测量的算术平均值表示测量结果。即

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (0-5)$$

显然，测量次数 n 越多，算术平均值越接近于真值，测量结果越准确。

2. 标准偏差（又称方均根误差）

对某物理量 x 进行 n 次等精度测量，其算术平均值为 $\bar{x}$ ，各次测量的偏差为 $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ ，显然，这些偏差有正有负，有大有小。常用“方均根”法对它们进行统计，得到的结果是：

某一次测量值的标准偏差以 S_x 表示。

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (0-6)$$

我们可以用这一标准偏差表示测量的随机误差，它可以表示这一列测量值的精密度。标准偏差小就表示测量值很密集，即测量的精密度高；标准偏差大，就表示测量值很分散，即测量的精密度低。现在很多计算器上都有这种统计计算功能，实验者可直接用计算器求 S_x （见书后附录 1）。

n 次测量结果平均值的标准偏差为

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n - 1)}} \quad (0-7)$$

3. 不确定度计算

当测量次数 $5 \leq n \leq 10$ 时, 就可简化地取 A 类不确定度 $U_A = S_x$ (若 U_B 可忽略不计) 可使被测量的真值落在 $\bar{x} \pm S_x$ 范围内的概率接近或大于 95%。

在大多数情况下, 普通物理实验中的仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$, 简化地当作 B 类不确定度分量, 即 $U_B = \Delta_{\text{仪}}$,

则直接测量结果的总的不确定度为

$$U = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} \quad (0-8)$$

4. 直接测量量的结果表达式为

$$x = \bar{x} \pm U(\text{单位}) \quad E = \frac{U}{\bar{x}} \times 100\% \quad (0-9)$$

讨论:

(1) 在某些物理实验中, 所用仪器精度不高, 测量条件比较稳定, 多次测量同一物理量结果相近, 即随机误差很小 ($U_A < \frac{1}{3}U_B$), 故可对该物理量只作单次测量。

在单次测量中, 就取该次测量值作为算术平均值, 总的不确定度只有 B 类不确定度, 并且 B 类不确定度就用仪器误差来表示。

$$\text{即 } U = U_B = \Delta_{\text{仪}}$$

单次测量结果表达式

$$x = \bar{x} \pm \Delta_{\text{仪}} \quad (0-10)$$

(2) 在某些物理实验中, 系统误差已经消除, 或减小到最低程度, 并且所用仪器精度较高, 测量条件比较稳定 ($U_B < \frac{1}{3}U_A$) 的情况下, 主要存在随机误差, 即可对该物理量采用多次测量。

总的不确定度只有 A 类不确定度, 并且 A 类不确定度可用标准偏差来表示。

$$\text{即 } U = U_A = S_x$$

测量结果表达式

$$x = \bar{x} \pm S_x \quad (0-11)$$

六、间接测量结果的表示和不确定度合成

在间接测量中, 间接测量的结果是由直接测量结果根据一定的数学公式计算出来的。显然, 直接测量结果的不确定度必然影响到间接测量的结果。

设间接测量量 N 与各独立的直接测量量 $x, y, z, \dots$ 等有下列函数关系, 即

$$N = f(x, y, z, \dots) \quad (Q-12)$$

设 $x, y, z, \dots$ 的不确定度分别为 $U_x, U_y, U_z, \dots$, 它们必然影响间接测量结果, 使 N 也有相应的不确定度 U_N , 由于不确定度都是微小的量, 相当于数学中的“增量”, 因此间接测量量的不确定度公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处是: ①要用不确定度 U_x 替代微分 dx 等。②考虑其最大值则在不确定度各项中都取正号。于是, 我们可以用标准偏差的不确定度传递公式简化地计算 N 的不确定度。

$$U_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots} \quad (0-13)$$