



一线名师精心打造 适用于各种版本

新思维

培优训练

培养理性思维，提高解题能力，
告别题海战术，
懂一道题，会一类题。

丛书主编◎陈荣华

本册主编◎王永泉

数学 九年级

南京大学出版社



一线名师精心打造 适用于各种版本

新思维

培优训练

丛书主编◎陈荣华
本册主编◎王永泉
副主编◎蒋明祥
编者◎王永泉 蒋明祥 沈建德
沈忠斌 吴正红 周峻

数学 九年级

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新思维培优训练·九年级数学 / 王永泉主编. — 南京: 南京大学出版社, 2014.5

ISBN 978 - 7 - 305 - 12960 - 5

I. ①新… II. ①王… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 053644 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健

书 名 新思维培优训练·九年级数学
本册主编 王永泉
责任编辑 王新燕 顾 越 编辑热线 025 - 83686596

照 排 江苏南大印刷厂
印 刷 丹阳市兴华印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 10.5 字数 240 千
版 次 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷
ISBN 978 - 7 - 305 - 12960 - 5
定 价 24.00 元

发行热线 025 - 83594756
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有,侵权必究
* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

前 言

Preface

初中数理化《新思维》丛书由江苏省中学数学特级教师陈荣华主持，并会同具有丰富的教学实践经验和教辅用书编写经验的一线高级教师、骨干教师一起编写而成。它适合于所有具有中等以上学习能力的初中学生同步训练或复习迎考使用，也可供教师和家长辅导参考。

本书的编写宗旨是努力体现新课程标准的理念，突出科学性、指导性、实用性、有效性和趣味性。

大家知道，学生学习活动是思维活动的过程。因此，学生学习尤其是理科学习，最有效的途径是通过解题训练，获取思维方法，提高思维能力。

本书的主要特点是“源于教材”“高于教材”“注重训练”“直面考试”，以初中数理化中各个知识模块为专题，精选近年来全国各地的中考试题，设置“课标导航”“经典例题”“基础训练”“提升训练”“拓展训练”等栏目，通过自我尝试、方法点拨，逐层训练，以开启思维、引导思维、发展思维，从而切实且有效地提高学生的思维能力、解题能力和应试能力。

本书每个专题还设“我爱数学（物理、化学）”栏目，介绍科学家、科学小故事、科学趣闻、科学游戏等，以激发学生的学习兴趣，启迪学

生的学习思维；另外还有“例题详解”栏目，对每个例题详细解答。对于专题的三种训练题，在书后一并附上详细解答，以便检查、校对和掌握解法。

本书的出版受到了南京大学出版社金春红编辑的大力支持和精心指导。由于水平有限，恳请各位专家、同行和读者不吝赐教。

编 者

目录

contents

第一讲 平行四边形	1
第二讲 矩形、菱形、正方形	8
第三讲 梯形	18
第四讲 一元二次方程	28
第五讲 一元二次方程的判别式与根与系数关系	35
第六讲 一元二次方程的应用	42
第七讲 圆的对称性	50
第八讲 与圆有关的位置关系	59
第九讲 与圆有关的计算	67
第十讲 二次函数的图像与性质	76
第十一讲 二次函数与二次方程	85
第十二讲 二次函数的应用	93
第十三讲 锐角三角函数	103
第十四讲 解直角三角形	109
第十五讲 统计与概率	120
参考答案	130



第一讲 平行四边形



课标导航

本节内容的基本要求是理解平行四边形的概念,探索并掌握平行四边形的性质和判定,会进行有关平行四边形的边角的简单计算,能运用性质和判定进行相关的证明,能识别中心对称图形,能用数形结合的思想解决平行四边形中的计算和证明,能用平行四边形的性质和判定解决平行四边形中的计算和证明.



经典例题

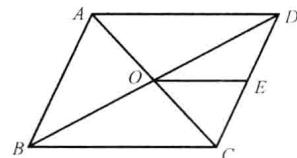
例 1 (湖北荆门中考题)在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,给出下列四个条件:① $AD \parallel BC$; ② $AD = BC$; ③ $OA = OC$; ④ $OB = OD$, 从中任选两个条件,能使四边形 $ABCD$ 为平行四边形的选法有

- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

自我尝试 ()

美妙思维 判定四边形是平行四边形,除常见的方法外,还有以下方法:(1) 一组对边平行,且一组对角相等的四边形是平行四边形;(2) 一组对边平行,且一条对角线平分另一条对角线的四边形是平行四边形. 注意:一组对边平行且另一组对边相等的四边形不能判定其为平行四边形.

例 2 (山东滨州中考题)在 $\square ABCD$ 中,点 O 是对角线 AC 、 BD 的交点,点 E 是边 CD 的中点,且 $AB = 6$, $BC = 10$,则 $OE =$



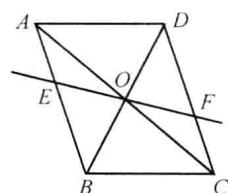
自我尝试 (尝试答案填入上题)

美妙思维 本题主要考查了平行四边形对角线互相平分的性质以及三角形中位线的概念和性质,属于中等题型,较易掌握.

例 3 (四川南充中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 交于点 O ,经过点 O 的直线交 AB 于点 E ,交 CD 于点 F .

求证: $OE = OF$.

自我尝试

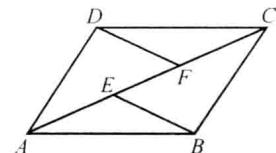


美妙思维 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 可得 $OA=OC$, $AB//CD$, 又由 $\angle AOE=\angle COF$, 易证得 $\triangle OAE\cong\triangle OCF$, 则可得 $OE=OF$. 此题考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质, 注意掌握数形结合思想的应用.

例 4 (辽宁鞍山中考题) 如图, E 、 F 是四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上两点, $AF=CE$, $DF=BE$, $DF//BE$.

求证: (1) $\triangle AFD\cong\triangle CEB$;

(2) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



自我尝试

美妙思维 (1) 利用两边和它们的夹角对应相等的两三角形全等(SAS)这一判定定理容易证明 $\triangle AFD\cong\triangle CEB$.

(2) 由 $\triangle AFD\cong\triangle CEB$, 容易证明 $AD=BC$ 且 $AD//BC$, 可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形得证.

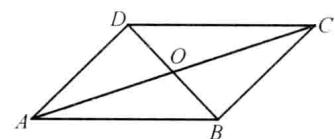


基础训练

一、选择题

1. (四川泸州中考题) 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 ()

- A. $AB//DC$, $AD//BC$
- B. $AB=DC$, $AD=BC$
- C. $AO=CO$, $BO=DO$
- D. $AB//DC$, $AD=BC$

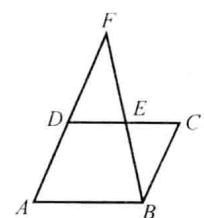


2. 已知在 $\square ABCD$ 中, $\angle A+\angle C=200^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()

- A. 100°
- B. 160°
- C. 80°
- D. 60°

3. (四川乐山中考题) 如图, 点 E 是 $\square ABCD$ 的边 CD 的中点, AD 、 BE 的延长线相交于点 F , $DF=3$, $DE=2$, 则 $\square ABCD$ 的周长为 ()

- A. 5
- B. 7
- C. 10
- D. 14

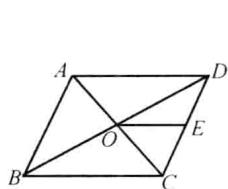


二、填空题

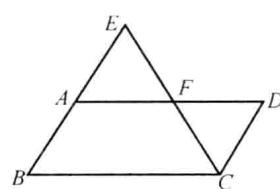
1. (山东烟台中考题) 如图, $\square ABCD$ 的周长为 36, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 点 E 是 CD 的中点, $BD=12$. 则 $\triangle DOE$ 的周长为 _____.



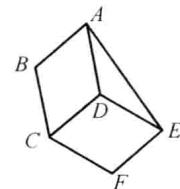
2. (山东临沂中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中, E 是 BA 延长线上一点, $AB=AE$,连接 CE 交 AD 于点 F ,若 CF 平分 $\angle BCD$, $AB=3$,则 BC 的长为_____.



第1题图



第2题图

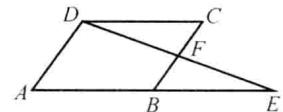


第3题图

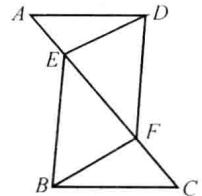
3. (江西中考题)如图, $\square ABCD$ 与 $\square DCFE$ 的周长相等,且 $\angle BAD=60^\circ$, $\angle F=110^\circ$,则 $\angle DAE$ 的度数为_____.

三、解答题

1. (四川泸州中考题)如图,已知在 $\square ABCD$ 中, F 是边 BC 的中点,连接 DF 并延长,交 AB 的延长线于点 E .求证: $AB=BE$.



2. (湖南郴州中考题)如图,已知 $BE \parallel DF$, $\angle ADF=\angle CBE$, $AF=CE$,求证:四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

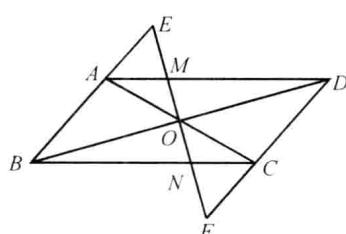


提升训练

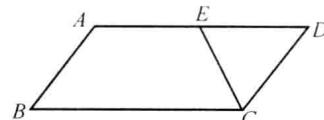
一、选择题

1. (重庆潼南中考题)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中($AB \neq BC$),直线 EF 经过其对角线的交点 O ,且分别交 AD 、 BC 于点 M 、 N ,交 BA 、 DC 的延长线于点 E 、 F ,下列结论:① $AO=BO$;② $OE=OF$;③ $\triangle EAM \sim \triangle EBN$;④ $\triangle EAO \cong \triangle CNO$,其中正确的是 ()

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④



第1题图



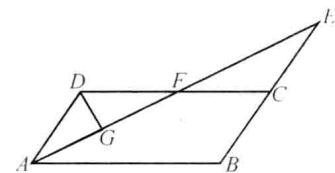
第2题图

2. (黑龙江哈尔滨中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中, $AD=2AB$, CE 平分 $\angle BCD$ 交边 AD 于点 E ,且 $AE=3$,则 AB 的长为 ()

- A. 4 B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. 2

3. (山东泰安中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB=4$, $\angle BAD$ 的平分线与 BC 的延长线交于点 E ,与 DC 交于点 F ,且点 F 为边 DC 的中点, $DG \perp AE$,垂足为 G ,若 $DG=1$,则 AE 的长为 ()

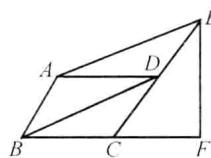
- A. $2\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 4 D. 8



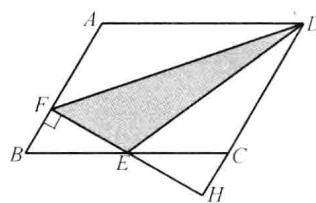
二、填空题

1. (湖北十堰中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, E 、 F 分别在 CD 和 BC 的延长线上, $AE \parallel BD$, $EF \perp BC$, $EF=\sqrt{3}$,则 AB 的长是_____.

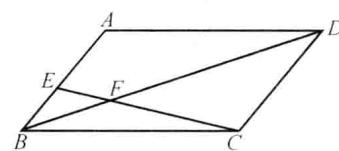
2. (浙江金华中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=4$, $\angle ABC=60^\circ$,过 BC 的中点 E 作 $EF \perp AB$,垂足为点 F ,与 DC 的延长线相交于点 H ,则 $\triangle DEF$ 的面积是_____.



第1题图



第2题图



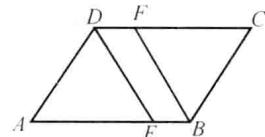
第3题图

3. (四川雅安中考题)如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E 在 AB 上, CE 、 BD 交于点 F ,若 $AE : BE = 4 : 3$,且 $BF=2$,则 $DF=$ _____.

三、解答题

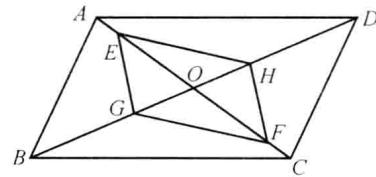
1. (江苏徐州中考题)如图,四边形 $ABCD$ 是平行四边形, DE 平分 $\angle ADC$ 交 AB 于点 E , BF 平分 $\angle ABC$ 交 CD 于点 F .

- (1) 求证: $DE=BF$;
 (2) 连接 EF ,写出图中所有的全等三角形.(不要求证明)



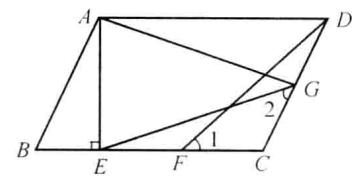


2. (四川宜宾中考题)如图,平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , 点 E, F 在 AC 上, 点 G, H 在 BD 上, $AF = CE, BH = DG$.
求证: $GF \parallel HE$.

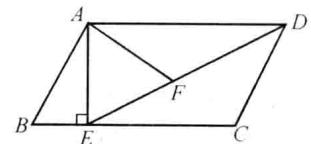


拓展训练

1. (重庆中考题)已知: 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 垂足为 E , $CE = CD$, 点 F 为 CE 的中点, 点 G 为 CD 上的一点, 连接 DF, EG, AG , $\angle 1 = \angle 2$.
- 若 $CF = 2, AE = 3$, 求 BE 的长;
 - 求证: $\angle CEG = \frac{1}{2} \angle AGE$.



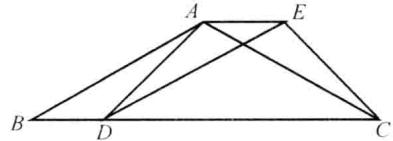
2. (四川巴中中考题)如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 A 作 $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 DE , F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$.
- 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DEC$;
 - 若 $AB = 8, AD = 6\sqrt{3}, AF = 4\sqrt{3}$, 求 AE 的长.



3. (山东日照中考题)如图,已知四边形 $ABDE$ 是平行四边形, C 为边 BD 延长线上一点, 连接 AC 、 CE , 使 $AB=AC$.

(1) 求证: $\triangle BDA \cong \triangle AEC$;

(2) 若 $\angle B=30^\circ$, $\angle ADC=45^\circ$, $BD=10$, 求平行四边形 $ABDE$ 的面积.

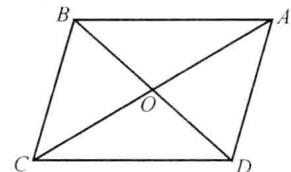


4. (甘肃兰州中考题)已知在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AC=10$, $BD=8$.

(1) 若 $AC \perp BD$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 若 AC 与 BD 的夹角 $\angle AOD=60^\circ$, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 试讨论: 若把题目中“平行四边形 $ABCD$ ”改为“四边形 $ABCD$ ”, 且 $\angle AOD=\theta$, $AC=a$, $BD=b$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积(用含 θ, a, b 的代数式表示).



亚历山大里亚的欧几里得(希腊文: Εὐκλείδης, 约公元前 325 年~公元前 265 年), 古希腊数学家, 被称为“几何之父”. 他活跃于托勒密一世(公元前 323 年~公元前 283 年)时期的亚历山大里亚, 他最著名的著作《几何原本》是欧洲数学的基础, 提出五大公设, 发展欧几里得几何, 被广泛认为是历史上最成功的教科书. 欧几里得也写了一些关于透视、圆锥曲线、球面几何学及数论的作品, 是几何学的奠基人.

欧几里得在《几何原本》中的斜方形的定义: 对角相等且对边相等, 但边不全相等且角不是直角的, 叫做斜方形. 由此, 我们知道斜方形是平行四边形, 但是要注意斜方形边不全相等且角不是直角, 所以正方形、矩形(长方形)属于平行四边形而不属于斜方形.



例题详解

例 1 从四个条件中任选两个,共有 6 种选法. 若选②、③或选②、④,则不能使四边形 ABCD 是平行四边形. 其他 4 种选法,即选①、②或①、③或①、④或③、④,均能使四边形 ABCD 为平行四边形. 故选 B.

例 2 先根据题意画出图形,利用平行四边形的性质知 O 是 BD 的中点,又有 E 是 CD 的中点,由此得到 OE 是 $\triangle BCD$ 的中位线,再根据三角形中位线的性质得到 $OE = \frac{1}{2}BC = 5$.

例 3 证明: \because 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AO=CO, AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle EAO = \angle FCO.$$

$$\text{又} \because \angle AOE = \angle COF,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF (\text{ASA}).$$

$$\therefore OE = OF.$$

例 4 证明:(1) $\because DF \parallel BE, \therefore \angle DFE = \angle BEF$.

$$\text{又} \because AF=CE, DF=BE, \therefore \triangle AFD \cong \triangle CEB (\text{SAS}).$$

$$(2) \text{ 由(1)知} \triangle AFD \cong \triangle CEB, \therefore \angle DAC = \angle BCA, AD = BC.$$

$\therefore AD \parallel BC$. \therefore 四边形 ABCD 是平行四边形(一组对边平行且相等的四边形是平行四边形).

— ■ ■ ■ 第二讲 矩形、菱形、正方形 ■ ■ ■ —



课标导航

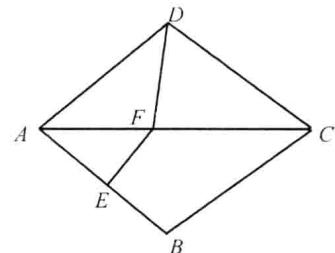
本节内容的试题涉及特殊平行四边形的概念、性质、判定及它们之间的关系，主要考查边长、对角线长、面积等的计算，题型有填空题、选择题，但更多的是证明题、求值计算题、条件探索题、几何动态问题和与函数结合题。在求菱形的边长、角度、对角线长等问题时，通常是在某一个直角三角形中运用勾股定理及有关直角三角形的知识来解决，正方形的性质很多，要根据题目的已知条件，选择最恰当的方法，使解题思路简捷；在解答时，要根据特殊平行四边形的一些特殊规律或添加相应的辅助线，将所求的结论转化在特殊的平行四边形或三角形中思考，要注意寻找图形中隐含的相等的边和角。

经典例题

例1 (江苏扬州中考题)如图，在菱形ABCD中， $\angle BAD = 80^\circ$ ，AB的垂直平分线交对角线AC于点F，垂足为E，连接DF，则 $\angle CDF$ 等于

- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

自我尝试 ()

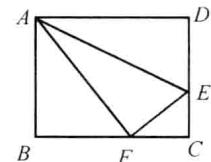


美妙思维 特殊四边形的性质一直是中考命题的热点，本题主要考查菱形的性质。菱形的性质有：① 对角线互相垂直且平分；② 四边相等；③ 对角线平分对角，每一条对角线平分一组对角。

例2 (四川泸州中考题)如图，点E是矩形ABCD的边CD上一点，把 $\triangle ADE$ 沿AE对折，点D的对称点F恰好落在BC上，已知折痕 $AE = 10\sqrt{5}$ cm，且 $\tan \angle EFC = \frac{3}{4}$ ，那么该矩形的周长为

- A. 72 cm B. 36 cm C. 20 cm D. 16 cm

自我尝试 ()



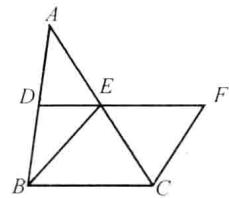
美妙思维 本题考查了矩形的对边相等，四个角都是直角的性质以及锐角三角函数，勾股定理的应用，根据正切值设出未知数并表示出图形中的各线段是关键，也是难点所在。



例3 (贵州安顺中考题)如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点. $BE=2DE$,延长 DE 到点 F ,使得 $EF=BE$,连接 CF .

- (1) 求证:四边形 $BCFE$ 是菱形;
- (2) 若 $CE=4$, $\angle BCF=120^\circ$,求菱形 $BCFE$ 的面积.

自我尝试

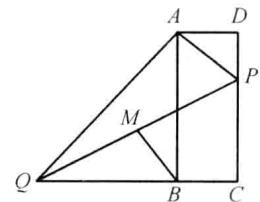


美妙思维 从所给的条件可知, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,所以 $DE \parallel BC$ 且 $2DE=BC$,所以 BC 和 EF 平行且相等,所以四边形 $BCFE$ 是平行四边形,又因为 $BE=FE$,所以四边形 $BCFE$ 是菱形; $\angle BCF=120^\circ$,所以 $\angle EBC=60^\circ$,所以菱形的边长也为4,求出菱形的高后面积就可求.

例4 (江苏泰州中考题)如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 P 在边 CD 上,且与点 C 、 D 不重合,过点 A 作 AP 的垂线与 CB 的延长线相交于点 Q ,连接 PQ , PQ 的中点为 M .

- (1) 求证: $\triangle ADP \sim \triangle ABQ$;
- (2) 若 $AD=10$, $AB=20$,点 P 在边 CD 上运动,设 $DP=x$, $BM^2=y$,求 y 与 x 的函数关系式,并求线段 BM 长的最小值;
- (3) 若 $AD=10$, $AB=a$, $DP=8$,随着 a 的大小的变化,点 M 的位置也在变化,当点 M 落在矩形 $ABCD$ 外部时,求 a 的取值范围.

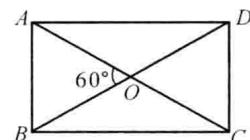
自我尝试



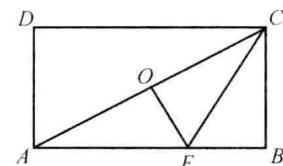
美妙思维 (1) 寻找 $\angle ADP=\angle ABQ$, $\angle PAD=\angle QAB$,证 $\triangle ADP \sim \triangle ABQ$;(2) 证 $\triangle ADP \sim \triangle ABQ$,根据对应边成比例,将 $DP=x$, $BM^2=y$ 代入比例式可以求出 y 与 x 之间的二次函数关系式并求最小值;(3) 由 $\triangle ADP \sim \triangle ABQ$,得 $\frac{10}{8}=\frac{a}{10}$,解出 a ,再探究其取值范围.


基础训练
一、选择题

1. (浙江温州中考题)如图,在矩形ABCD中,对角线AC、BD交于点O.已知 $\angle AOB=60^\circ$,AC=16,则图中长度为8的线段有 ()
- A. 2条 B. 4条 C. 5条 D. 6条



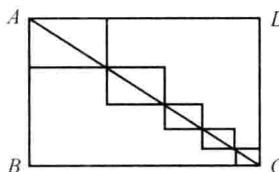
2. (山东泰安中考题)如图,点O是矩形ABCD的中心,E是AB上的一点,沿CE折叠后,点B恰好与点O重合,若BC=3,则折痕CE的长为 ()
- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 6



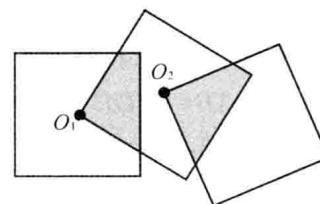
3. (山东聊城中考题)已知一个菱形的周长是20 cm,两条对角线的比是4:3,则这个菱形的面积是 ()
- A. 12 cm^2 B. 24 cm^2 C. 48 cm^2 D. 96 cm^2

二、填空题

1. (湖北鄂州中考题)如图,矩形ABCD的对角线AC=10,BC=8,则图中五个小矩形的周长之和为 _____.

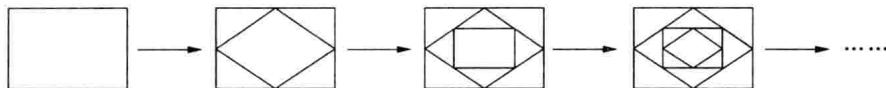


第1题图



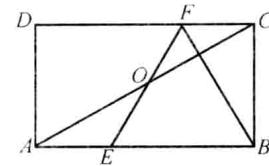
第2题图

2. (山东烟台中考题)如图,三个边长均为2的正方形重叠在一起, O_1 、 O_2 是其中两个正方形的中心,则阴影部分的面积是 _____.
3. (甘肃兰州中考题)如图,依次连接第一个矩形各边的中点得到一个菱形,再依次连接第二个矩形各边的中点得到第二个菱形,按照此方法继续下去.已知第一个矩形的面积为1,则第n个矩形的面积为 _____.


三、解答题

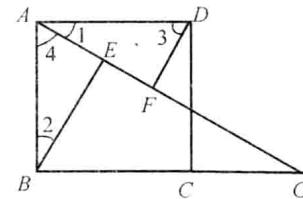
1. (重庆中考题)如图,在矩形ABCD中,E、F分别是边AB、CD上的点,AE=CF,连接EF、BF,EF与对角线AC交于点O,且BE=BF, $\angle BEF=2\angle BAC$.

- (1) 求证: $OE=OF$;
 (2) 若 $BC=2\sqrt{3}$, 求 AB 的长.



2. (重庆潼南中考题)如图,四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,点 G 是 BC 延长线上的一点,连接 AG ,点 E, F 分别在 AG 上,连接 $BE, DF, \angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$.

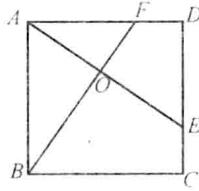
- (1) 证明: $\triangle ABE \cong \triangle DAF$;
 (2) 若 $\angle AGB=30^\circ$,求 EF 的长.



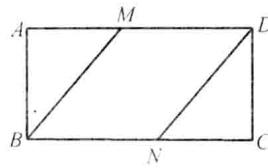
提升训练

一、选择题

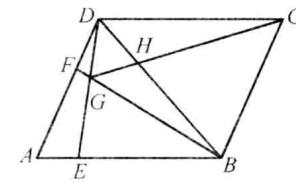
1. (山东东营中考题)如图, E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CD, AD 上的点,且 $CE=DF$, AE, BF 相交于点 O ,下列结论: ① $AE=BF$; ② $AE \perp BF$; ③ $AO=OE$; ④ $S_{\triangle AOB}=S_{\text{四边形 } DEOF}$, 正确的有 ()
 A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

2. (陕西中考题)如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AD=2AB$, 点 M, N 分别在边 AD, BC 上,连接 BM, DN ,若四边形 $MBND$ 是菱形,则 $\frac{AM}{MD}$ 等于 ()
 A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$