

教育硕士丛书·第三辑

# 基于课程标准的 数学教学研究

张维忠 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

# 基于课程标准的数学教学研究

张维忠 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

## 内容简介

基于近年来教育部颁发的数学课程标准,结合当前数学新课程的实施,以课例为载体,从中学代数、几何、三角与概率统计中选取了多个研究主题,着眼于不同课型,侧重于不同研究视角,开发与研制了众多数学教学典型案例,探讨了如何说课与说题、听课与磨课等中学数学教师关注的热点问题。在阐述数学课程与教学相关理论时注重以鲜活的典型案例为载体,同时分析了理论在应用于实践过程中可能遇到的问题与困难,这些案例大多来自高校数学教育理论工作者与中学一线数学教师共同经历的教学实践活动。本书对中学数学教师改革数学课程与教学,促进数学教师专业成长有一定参考价值,适合于教育硕士的专业学习,也可以作为中学数学骨干教师培训的教材,同时可供各类师范院校数学教育专业的大学生、研究生阅读。

## 图书在版编目(CIP)数据

基于课程标准的数学教学研究 / 张维忠主编. —杭州:  
浙江大学出版社, 2013. 5  
ISBN 978-7-308-11602-2

I. ①基… II. ①张… III. ①中学数学课—教学研究  
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 115049 号

## 基于课程标准的数学教学研究

张维忠 主编

---

责任编辑 邹小宁  
封面设计 涂青岚  
出版发行 浙江大学出版社  
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)  
(网址: <http://www.zjupress.com>)  
排版 杭州中大图文设计有限公司  
印刷 浙江省良渚印刷厂  
开本 710mm×1000mm 1/16  
印张 12.25  
字数 233 千  
版印次 2013 年 5 月第 1 版 2013 年 5 月第 1 次印刷  
书号 ISBN 978-7-308-11602-2  
定 价 28.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

## 主编简介

张维忠,1964年生,教育学博士。现任浙江省基础教育研究中心副主任,浙江师范大学教师教育学院教授,浙江省高等学校中青年学科带头人。兼任全国数学教育研究会副秘书长,《数学教育学报》编委,西南大学兼职教授,南京师范大学课程与教学研究所研究员,浙江省中学数学教学研究会副会长等。主持完成全国教育科学规划重点课题2项,浙江省哲学社会科学规划课题2项。近年出版的主要著作有《数学文化与数学课程》、《文化视野中的数学与数学教育》、《文化传统与数学教育现代化》、《数学教育中的数学文化》、《数学新课程与数学学习》等,在《教育研究》、《课程·教材·教法》、《全球教育展望》与《数学传播》(中国台湾)等学术刊物发表论文150余篇。主持完成的教学研究课题曾荣获浙江省人民政府颁发的基础教育教学成果二等奖1项;科研课题曾荣获教育部全国教育科学研究优秀成果奖三等奖2项,省哲学社会科学优秀成果奖三等奖2项,省高等学校科研成果一等奖4项、二等奖2项,浙江省教育科学优秀研究成果奖二等奖1项。

# 序

1997年,我国开始进行教育硕士专业学位教育试点,至今已走过16年的曲折历程。

16年来,在国务院学位委员会和教育部的领导下,在地方各级教育行政部门的大力支持下,通过教育硕士培养院校的不懈努力,教育硕士专业学位教育从无到有,从小到大,取得了令人瞩目的重要成就,为基础教育学校输送了一大批高素质的优秀教师和管理干部,普遍提升了广大中小学教师的素质,为我国基础教育的改革发展做出了应有的贡献。与此同时,教育硕士专业学位教育也是我国学位与研究生教育、教师教育改革发展的一个重要成果,为拓展研究生教育和建构新的教师教育体系发挥了不可或缺的重要作用。概言之,教育硕士专业学位教育既是改革开放以来我国教育整体发展的产物,也是推进我国教育改革发展的一个重要动力。

毋庸讳言,教育硕士专业学位教育当前既存在着种种不尽如人意的问題,面临着制约事业发展的多重困难,也有着需要进一步探索的巨大空间。在这样的现实条件下,除了来自政府部门、专家组织等方面的努力之外,更需要教育硕士培养院校和广大教师充分发挥能动性,结合区情、校情,创造性地开展工作,积极探索教育硕士专业学位教育的改革,不断提高教育硕士专业学位教育质量。

我认为,在当前和今后一个时期内,培养过程的改革探索将是推进教育硕士专业学位研究生教育工作的重要方向之一。而在培养过程中,课程建设、教学方式和实践教学的改革又是“重中之重”。如何通过课程建设,为教育硕士研究生提供优质的学习资源?如何通过改革教学方式,丰富教学方法,提高教育硕士研究生培养成效?如何通过改进实践教学,切实提高教育硕士研究生的教育教学实践能力?这些既是制约教育硕士专业学位研究生教育发展的实际问题,同时也是促进教育硕士专业学位教育进一步发展的重要契机。

令人欣慰的是,包括浙江师范大学在内的多所教育硕士研究生培养院校近年来先后开展了一系列卓有成效的工作,取得了重要的成果,不仅提高了院校教育硕士研究生培养质量,也积累了丰富的成功经验,从而为在全国范围内进一步探索教育硕士专业学位教育改革的路径提供了可贵的借鉴。

在全国教育专业学位教育指导委员会服务多年的经历告诉我,培养院校的主动性、创造性和责任心,是决定教育硕士专业学位教育事业成败的关键。我由衷地希望更多的培养院校能像浙江师范大学等院校那样,积极主动、富有创造性地开展工作,解放思想,大胆探索,形成丰富的经验,产生多元化的成果,不断提高人才培养质量,使教育硕士专业学位教育真正成为具有广泛影响和声誉的专业学位教育类型,为我国基础教育学校培养更多优秀的教师和管理人员,进一步促进我国基础教育的改革发展。

全国教育专业学位教育指导委员会秘书长  
北京师范大学教育历史与文化研究院教授

张斌贤

2013年3月12日

## 特邀评述一

# 聚焦课堂教学

基础教育课程改革后,各种新理念扑面而来,广大基层教师应接不暇。毫无疑问,这些新的理念对于他们的专业发展是十分有益的,但同时也是一种巨大的挑战。因为,一方面,新的理念让人振奋,让人新奇,让人欢欣鼓舞;但另一方面,人们又受固有思维、传统惯性约束,习惯于熟悉的操作。在那些激动的新理念学习之后,落实到实践中,许多人便不愿意放弃那些已经非常熟悉的模式,除非新的模式能迅速带来眼前能看到的巨大效益。课改10年了,有许多成功,有许多争论,有许多批评质疑,甚至有个别专家提出要退回去的极端建议。

大约批评或评论比实际践行要容易得多,或许这就是至今我们只有一部《红楼梦》,却有数不尽的红学研究者的原因。站在高台上喊“穿新鞋走老路”容易,但真正下来走几步看看,到课堂中教几节课试试,可能会不知道自己穿的是什么鞋,走的是什么路。

实际上,课改最终的变化要看课堂,课改最难的也是课堂。课堂上教师有没有变化,学生有没有变化?往哪个方向变化?怎样促进他们往理想的方向变化?

因此,到课堂中仔细地做些观察、做些分析、做些研究,如果可能,与教师一道亲自参加教学设计,一起上课,一起听课,一起评课,一起研究课堂(而不是简单地到课堂走一走,看一看)。在大量实践中积累一些优秀的、成功的案例(当然有失败的、不足的案例更好),来解决课堂教学中核心问题“是什么”?“怎样做”?“为什么?”(What, How, Why)这样,教师才信服你的研究。这样的研究,才能对教师有指导意义,真正促进教师专业发展。

浙江师范大学教授张维忠博士正是从这一点出发,在10年的课改中,深入学校,深入课堂,与教师一起探索、研究课堂教学。积数年的成果,汇成新作《基于课程标准的数学教学研究》。该书以教学素材案例、教学设计案例、课堂教学案例与听课、说课、磨课为逻辑线索,融理论阐释、情境描述、教学点评于一体,在体例与内容上有别于他者,走出了以往纯粹某一方面研究的“藩篱”。该书既是张维忠博士作为大学教授感悟中学数学教学、探讨数学教学实践的思想结

晶,又是其多年来研究和引领中学数学课堂,用丰富的教学理论指导课堂教学并与众多中学一线优秀数学教师共同智慧的实践硕果。

本书的一个显著特点是,基于近年来教育部颁发的数学课程标准,通过一个个生动的案例,将一些数学课堂教学的先进理念加以渗透和落实,这些理念或体现在问题的设计中,或体现在教学内容的处理中,或体现在学习方式的转变中,或体现在教法和教学模式的构建中。因而,也可以这么说,这些案例为教师更好地理解数学教学提供了必要的学习资料,是助力教师专业成长的一股外部力量。尤其是本书第三章的数学课堂教学实录典型案例,可使读者置身仿佛于课堂内,切身感受教学全过程,领悟授课教师先进的教育思想、教育理念与教学方法,从而能对自己的思想、理念和方法进行一次洗礼,作一次彻底的“改造”。

一本书是否有生命力,一看读的人多不多,二看读过之后是否有启发,三看是否长时间有人读。现在粗制滥造的东西太多,许多书都是快速写出的,脱离实践,脱离基层。因此,很快就消失了。

而真正来源于课堂,来源于教师,来源于深入研究与思考的书,一定会有生命力的。

我想,读者读完这本书,会有自己的体会与评价。

李善良

2013年2月26日于南京

(李善良现为江苏省教育科学研究院教授,江苏省中小学教学研究室数学教研员,《普通高中课程标准实验教科书·数学》(苏教版)副主编)



## 特邀评述二

# 让教师成为有思想的行动者

记得在2003年前后，“教师成为研究者”似乎是教育界脍炙人口的论点。在这一基本命题下，对于教师专业发展中的“研究”似乎怎么强调都不为过，于是大量旨在提高教师研究水平的专业活动蓬勃开展。这本由张维忠教授主编的《基于课程标准的数学教学研究》如今就呈现在眼前，不禁促使我再次陷入沉思：10年后的今天，教师成为研究者了吗？若继续追问，教师有必要成为研究者吗？如果教师需要“研究”，研究什么、要成为怎样的研究者？他们的“研究”与专业研究人员的研究又有何不同？

### 一、如何理解教师专业学习的特殊性

教育是否算一门科学，迄今仍有争议，不争的事实是，教育的确是一种实践的艺术。早在1904年，杜威曾说，“教师培训的问题是一种比较一般的问题——专业训练。我们的问题是类似于培养建筑师、工程师、医生、律师……教师更有理由试着从其他更广泛、更成功的专业教育中寻找可能学习的东西”。时隔100年之后，教师职业仍没有像杜威期望的那样成为一个严格意义下的专业，但在由此引发的教师专业化的困惑及对策研究的过程中，人们逐步认识到教师这一职业的特殊性：教师的工作对象涉及学生的人格、思维、情感、知识、技能等方面；教师的工作过程不确定因素在不断衍生，会大量运用直觉、表情、即兴活动等教学机智，讲究艺术性；教师工作依赖的知识除了明确的文本知识之外，还必须拥有那些镶嵌于情境之中的实践智慧，所谓“教案不能复制出效果”，而且教师的工作结果绝大多数具有迟效性和难以测量性。

尽管如此，现实教育中不乏专业水平优秀的教师，他们表现出了适宜于职业特点的学习方式。这些优秀教师与众不同的“研究”方式，加速了他们的成长，概括起来有三个特点：第一，他们在“知行合一”中提高专业水平。“知行合一”强调“知”与“行”的同步交互与“悟性自足”——在“行”中“知”、“行”和“知”齐头并进，注重主体悟性的发挥和行为的同步跟进，正所谓优秀教师“在课堂拼

搏中学会教学”。第二，他们在问题驱动下提高专业水平。教学是一个充满了不确定性的复杂的师生互动过程，“教学完全不是由实验室里产生或在大学教室里学得的整理成的技术和原则的应用而组合的过程”，所以优秀教师的专业成长不能完全经由书本阅读和培训课程实现，而是在真实教育环境中、由一系列问题所驱动并在解决它们的过程中获得提升。第三，他们在基于案例的情境嵌入中学习并提高专业水平。教师对教学艺术的学习主要依赖于三种不同的知识：原理规则的知识、特殊案例的知识和运用规则于特定案例的策略知识，而优秀教师不同于一般教师之处在于积累了大量的案例和运用案例的策略知识。

可以说眼前的这本《基于课程标准的数学教学研究》，正是教师们践行“知行合一”，在问题驱动下，基于案例的情境嵌入中学习成果的汇集。它不同于那种追求纯粹学术构建的理论成果，可以看成是符合教师专业学习特征的过程记录，从这个角度看，它也恰好促使我们反思一线教师该做怎样的“研究”，既是这类研究成果的集中展现，更是一种研究方向的明确。

## 二、教师的专业学习中研究什么最重要

我们国家与世界其他国家和地区一样，经历了一番课程改革之后，终于认识到课程改革最终发生在课堂上，教师成为事关成败的最后保障。教师教育研究者关于教师知识的研究也从未停止，到底哪些知识对于教师的专业发展至关重要、并影响着教师为了理解而教的水平高低？

舒尔曼 1986 年提出教师专业知识分析框架：学科知识、一般教学知识、课程知识、学科教学知识(Pedagogical Content Knowledge, 简称 PCK)、学习者及其特点的知识、教育情境知识、关于教育的目标目的和价值以及它们的哲学和历史背景的知识。一直以来，教师教育者们不断地探询对教师专业成长最为核心和有效的知识，直到近年人们逐渐认识到学科教学内容知识(PCK)处于教师知识金字塔模型的塔尖。例如，作为一位数学老师，可能需要上述舒尔曼提出的各类知识，但一位数学老师之所以成为数学老师，真正核心的却是这种教学法化的数学内容知识——即特定的数学内容如何让特定群体的孩子习得的知识。换言之，一位精通数学的数学家未必能成为数学老师，一位只懂教育学和心理学的专家也做不了数学老师。而且，这种决定教师专业能力的核心知识，正是在大量的课堂教学实践过程中逐步获得的。

从某种程度上，张维忠教授所主编的这本书，关注了教师专业成长的核心问题，关注了教师学科教学内容知识(PCK)的发展。因为这种教学法化的数学内容知识经由课堂教学实践获得，而作为教育内容的数学不等同于纯粹的数学，处于特定年段的学生不等同于生活世界的成人，阅读该书中的一个素材、案例、实录，我们更需要去体味它的特定针对性。而对广大一线教师来说，阅读

本书还要根据学科教学内容知识(PCK)的最新解读去理解:第一,涉及的数学内容知识反映了数学这门学科的哪些统领性观点;第二,涉及的数学内容中哪些是学生容易理解,哪些是学生容易误解的;第三,该数学内容在横向上与其他学科或现实世界有何关联,纵向上与前面和后面学习的数学知识有何关联;第四,如何选择针对特定学生群体的合适教学策略去呈现数学内容知识。如果我们这样去“研究”这本书里的实例,才真正触及教师专业学习中最为重要的本质问题。

### 三、能够为教师的专业学习做些什么

随着教育部对教师队伍建设的重视,近几年从财政部、教育部到各省市用于教师培训的财政投入在大幅增长。但教育的实践性极强,教师的专业学习不可避免地涉及:如何把培训活动中来自教师教育者所提供的明确知识与默会知识转化为教师自己的明确知识与默会知识。

当明确和默会知识从教师教育者到受培训的老师,实际上需要经由四种方式获得,也就是教师专业学习的四种形式:“听中学”——主要通过专题式讲座直接“听取”来自专家的相对系统和理论化的明确知识,或通过学校现场考察“看到”和“听到”他人的做法和经验,初步形成个人较为明确的认识。“听懂的做出来”——主要通过参与式活动在学习现场亲自尝试,辅以专家的理性解读和诠释,教师才可能结合自身经验,把听来和看来的知识与经验内化为个人的观念和理念。“做中学”——主要通过行动研究式学习,即在实践中亟须解决的问题驱动下开展改善教育行为的过程,教师才可能深刻感受到貌似说一说、看一看很简单的技术、方法和理论,其实蕴含着深刻教育思想和实践调适的复杂性。“做好的说出来”——主要通过问题讨论式或论文写作式学习,把实践中的想法、观点和理念明晰出来,把实践中好的做法或方法经过理性提炼组织起来,从而有助于教师形成对于某个教育问题的相对全面的系统认识进而形成其头脑中的“个人理论”,即个人的教育或教学思想。

由此审视张维忠教授所主编的这本书,不是他和浙江师范大学教师教育团队让老师们“听中学”的讲座内容的汇集,而是一群研究者和一群老师走进课堂开展教学研究轨迹的记录。相信在此过程中,老师们经历了“听懂的做出来”和“做中学”的学习方式,而目前的成果表达当然是“做好的说出来”的集中体现。且不论这些成果表达的质量优劣,可以肯定的是本书产生的过程恰好从另一个角度告诉我们要努力克服当前教师培训活动形式单一的弊端,需要更多地关注那些对教师专业发展最为关键的实践性默会知识的多种学习形式。这对于如何为教师的专业学习服务,给了我们不少启示,如专业研究者如何降低姿态与老师平等地进入课堂,如何在一个个小问题驱动下用老师熟悉的“课”作为共同

的话语体系,如何在课堂教学研究中找到局内人和局外人的共同关注点等等。

总之,你看或不看,这本书就在这里,它是研究者和老师们携手合作的成果体现;你想或不想,这本书就在这里,它是老师们和研究者思想火花的精彩呈现。在我看来,教师不一定要成为研究者——因为“研究”不是教师职业最为重要的部分;但若教师想要避免在年复一年的教育教学工作中只是一个熟练的操作工,的确需要符合自己专业特性的“研究”——不但要知道如何做,更要逐渐明白为何这样做的道理。简言之,教师需要成为一个有思想的行动者。

杨玉东

2013年2月15日于上海

(杨玉东系教育部首批“国培计划”专家库培训专家,上海市教育科学研究院教师发展研究中心副主任)

# “案例式”专业修炼： 提升中学数学教师专业水平的有效途径

随着数学课程改革的不断深入,数学教师的专业素养与教学观念已明显滞后,各级教育行政部门正积极采取措施,加强对数学教师的培训。在浙江省已大规模推出90学时培训,要求每位在职中学数学教师5年内都要接受90学时的学科培训。然而,受多种因素制约,教师的培训依然存在着众多问题,培训机构难以满足广大中学一线数学教师所期盼的“形式灵活多样、理念与操作层面并举、内容贴近课堂、有助于改进课堂教学行为”的培训。与此同时,在课程改革背景下,中学数学教师在专业发展上能否得到快速成长已引起愈来愈多人的关注。浙江师范大学张维忠教授主编的《基于课程标准的数学教学研究》一书给中学数学教师专业成长提供了丰富的素材,也给中学数学教师专业修炼方式提供了可借鉴的做法。

## 一、关于中学数学教师的专业修炼

中学数学教师的专业修炼是一个不断学习、不断积累学科专业知识的过程,是一个数学专业素养不断形成与发展的过程,是一个数学教学技能不断形成与提高的过程。它需要数学教师以教学观念的再更新、专业知识的再学习、教学艺术的再提升为载体来磨炼与积淀。当前许多专家学者致力于教师专业成长的研究,也给出诸如案例解剖、反思型教研、课题研究等方式促进教师的自我革新,这里先就案例解剖作一点探讨。

案例,也称为个案、个例,它以丰富的叙事形式,向教师展示了一些包含有教师和学生的典型行为、思想、情感在内的画面。培训者通过对正反两方面案例的呈现与解读,诠释其中的内在联系与问题的本质,使各层次的教师均能受训受益,有的案例可直接模仿,有的案例可汲取其精华,充实于自己的课堂教学。“案例式”修炼虽不系统,但蕴含着教师对教学内容和学生如何学习等更深层次的理解和思考,与传统的专家讲座式的培训相比,这种培训便于教师在实际教学实践中迁移与操作,也越来越受到培训教师的欢迎。实践表明,“案例式”修炼是一个教师群体对课堂教学的系列研究,它有利于实现同伴互助和教

学反思,更为重要的是通过课例的分析与研究,能激发教师专业发展的理性自觉,有利于教师实践知识的生成,促进理论与实践的交融,从而提高教师的课堂教学能力,切实提高教师的教学水平。

《基于课程标准的数学教学研究》一书为教师培训提供了丰富的案例,也为教师自我修炼提供了很多精彩纷呈的看点。书中课例均来自广大数学教师的深思熟虑,大多是高校数学教育理论工作者与中学一线数学教师共同在课堂教学实践探索的基础上形成的,是“做”出来的,而不是“写”出来的。这些案例不只是“就事论事”,而是“就事论理”,正所谓“源于课堂,高于课堂”,它既强调实践操作,又凸显了一定的理性思考,是理论与实践结合的一个重要范式。

## 二、“案例式”专业修炼的中“案例”建构

综上所述,我们不难发现“案例式”专业修炼是教师继续教育中既经济又高效的途径。但其中的“案例”质量将直接影响到培训效果,一个高质量的案例,应具备目的性、启发性、实践性、创新性、代表性和典型性的特点,根据教师专业发展的要求,一个好的案例往往能在转变教师教学观念、完善教师专业知识结构、提高教师教学技能、促进教师理解教材、理解数学、理解学生等方面发挥作用。如何发现、培育一些经典的优秀“案例”,却并非易事。从当前教师成长中迫切需要解决的问题这一角度看,能用于培训数学教师的“案例”,大致可分为“教学观念转变型、专业知识厚实型、教学技能提高型、教学艺术欣赏型、人文素养提升型、说课听课评价型”等,现结合《基于课程标准的数学教学研究》一书中呈现的各类等案例作一简要的评介。

### ◆数学文化类

书中“非洲文化中的勾股定理”案例体现非洲人民的智慧,丰富了老师对勾股定理的认识,原来勾股定理还可以这样证明,通过几何图形,直观操作的方式来确认勾股定理的真实性,如果教学设计时让学生能够通过上述的背景知识切入勾股定理的学习,不仅可以促使学生感受到数学与人类生活的密切联系,而且可以让学生真正体会到数学的文化价值。“雕塑与数学”案例再现了数学的美妙竟存在于雕塑之中,数学是雕塑设计的清晰语言,雕塑则将数学传播给未来。通过学习,教师了解了雕塑家对皮亚诺曲线、麦比乌斯带等几何知识是那么的熟悉。“大自然的数学情趣”案例给人以惊叹,原来自然界中的“树叶花瓣的个数,蜘蛛网的造型,蜂房的结构,晶体、岩层和珠宝表面,江河溪流的扭转、弯曲、变向,泥地的裂缝,玉米棒的芯,山脉蜿蜒的地势”都与数学息息相关,无怪乎数学是自然的语言。“音乐与数学”案例使教师进一步看到了“数学是理性的音乐,音乐是感性的数学”,“音乐是心灵的欢乐,而心灵不知不觉地进行着计算。”音乐与比率、周期函数、指数函数、三角级数、常微分方程、偏微分方程等密

切相关,其中令人好奇的是开普勒从毕达哥拉斯对弦振动的研究中获得灵感,发现了太阳系各行星的轨道也存在一定整数比例的关系,为了证明毕氏学派关于“天体音乐”的猜想,写出了《宇宙和谐论》一书,这些结论不仅揭示行星运动三定律关联性,而且为牛顿发现万有引力定律铺平了道路。“黄金比例与斐波纳契数列”案例提高了教师对黄金分割的认识,拓展了与斐波纳契数列、牛顿二项展开式、帕斯卡三角形、九宫图等有关知识。通过5个案例的呈现,教师十分清晰地看到数学既是一门科学,也是一种文化,而且是文化中的精华,她既有科学的特性,又有明显的人文属性。长期以来,受应试教育的影响,数学的人文价值被遗弃,数学的理性精神被泯灭,这是一个可怕的现象,作为一名当代数学教师要形成正确的数学观念,多了解一点数学史,努力提高数学文化修养。

#### ◆课堂教学设计类

“直棱柱表面展开图”案例是基于认知负荷理论的一个教学设计,设计过程清晰流畅,是以学定教的一个范例;“一元二次方程概念”案例是基于数学史在数学教学中应用的一个设计,设计视角新颖,可给人以借鉴作用;“函数单调性概念”案例是基于APOS理论的一则教学设计,APOS理论是由美国的杜宾斯基等人在数学教育研究实践中提出的,该理论集中于对特定学习内容——数学概念学习过程的研究,提出学生学习数学概念要经过“活动(Action)”、“过程(Process)”、“对象(Object)”、“图式(Scheme)”4个阶段,整个设计环环相扣,循序渐进,符合概念教学的一般规律,有很强的示范性;“倾斜角与斜率”案例是基于数学核心概念的一个教学设计,案例立足双基,注重思维,渗透人文,着力学生发展,在概念的形成过程上教师下足了功夫,强调了知识的生成,突出数形结合,许多教学处理“可圈可点”;“正四棱台体积公式”案例又是一个基于数学史的教学设计,通过学习使教师看到了古人在推导正四棱台体积公式时所采取的办法,令人耳目一新,其蕴涵的思维价值远远大于这个公式本身的实用价值,可培养学生经历数学真理发现与发展的过程,实现正四棱台体积公式推导的再创造。

#### ◆教学艺术提升类

“等腰三角形中的分类问题”案例是一节初中数学复习课,如何上好一堂复习课,是基础知识的简单罗列,还是例题解法的展示?是每位教师必须面对的课题。复习课的作用是帮助学生梳理知识,建构知识体系,本节课教师以“等腰三角形中的分类问题”为主题,以分类思想和方程思想的应用为主线,对等腰三角形的边、角及形状的分类讨论等逐一展开,通过对问题解法的探究、归纳、总结、拓展,让学生归纳出了等腰三角形中分类问题的常见类型,掌握了相应类型问题的解决策略,有效地实现了数学新课程倡导的学生学习方式的转变,具有较强的示范性。“正弦函数、余弦函数的图像”案例是基于学生数学知识建构的一节作图课,是传统作图与信息技术整合的示范课,教师从传统到现代、从多点

到五个特征点的作图教学,很好示范了传统经典的作图课在信息技术支撑下的教学方式的变迁;“导数在研究函数中的应用”案例是一节基于学生数学探究的一节复习课。教师从一个学生熟知的问题入手,通过变式教学,层层深入,带领学生,渐入佳境,使学生经历“懂、会、熟、化”的四个学习过程性,给广大教师在复习课中如何开展探究教学做出了很好的示范。

#### ◆专业知识厚实类

作为一名中学数学教师,既要掌握现代数学的基础知识,又要熟练掌握初等数学的知识;既要掌握与教材相关的数学史料,也要了解现代数学发展的趋势。与此同时,不能只知道一点数学知识,还要知道与数学教育密切相关的各门学科的知识。甚至还要懂一点人文、社会科学、艺术等方面的知识。这就要求教师不断充电,做一个终生学习者。“数学说题比赛的过程及其评价标准”案例是浙江省数学青年教师首届技能大赛后,教师对评比过程做出的深入思考。说题比赛是一项全新的活动,在浙江省属于首创,没有先前的做法可参照,这样的比赛在厚实教师专业功底方面有着十分重要的作用。例如比赛题目“已知函数  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 3}$ ,  $g(x) = x^3 - 2a^2x + a^3 - 4$ ,若存在实数  $a$ ,使得任意给定  $x_1 \in [0, t]$ ,都有  $x_2 \in [0, 2]$ ,使得  $f(x_2) = g(x_1)$ ,求  $t$  的最大正实数”是评委专家精心设计的原创试题,对参赛选手数学功底与解题能力具有很高的要求,从而引导数学教师在钻研业务上多下功夫。该案例引导基层学校更好地开展说题活动,给出了一个可操作评价的办法,值得推广与借鉴。

### 三、“案例式”专业修炼应注意的问题

“案例式”专业修炼的成败取决于“案例”的选取与专家的评点。教师培训时,一方面要根据培训目标努力选取高质量的案例,选取时力求鲜活与真实。另一方面案例呈现时,无论是正面案例,还是反面案例,均有专家或“高人”指点,实事求是地肯定优点,指出不足,切忌众说纷纭,没有定论,以致误导。提供给教师“案例式”专业自主修炼的“案例”应有专家恰如其分的点评。

当前成熟的、优秀的案例还是十分稀缺,要鼓励广大教师积极开发与研制鲜活的案例,并对教师编写的案例进行认真的分析与修改,提炼案例与新课程教学理念的结合点,从而实现理论与实践的有机结合。

张金良

2013年3月10日于杭州

(张金良系中学数学特级教师,全国数学教育研究会常务理事,浙江省中学数学教学研究会副会长兼秘书长,浙江省教育厅教研室数学教研员)



# 目 录

<b>第一章 数学教学中的素材案例</b> .....	1
第一节 非洲文化中的勾股定理 .....	1
第二节 雕塑与数学 .....	6
第三节 大自然的数学情趣 .....	10
第四节 音乐与数学 .....	15
第五节 黄金比例与斐波纳契数列 .....	20
<b>第二章 数学教学设计典型案例</b> .....	29
第一节 矩形 .....	29
第二节 直棱柱表面展开图 .....	33
第三节 一元二次方程概念 .....	39
第四节 生日相同的概率 .....	45
第五节 函数单调性概念 .....	50
第六节 倾斜角与斜率 .....	54
第七节 正四棱台体积公式 .....	65
第八节 游戏机中的数学 .....	73
第九节 数学归纳法 .....	80
第十节 求根公式 .....	83
<b>第三章 数学课堂教学实录典型案例</b> .....	88
第一节 同底数幂的除法 .....	88
第二节 不等式的性质 .....	93
第三节 等腰三角形中的分类问题 .....	99
第四节 多边形 .....	104
第五节 轴对称图形 .....	112