

编 者 的 话

随着社会主义现代化建设的迅速发展,国民经济各部门、各工矿企业,对经济管理提出越来越高的要求,经济学界和管理部门越来越意识到数学方法是实现经济管理现代化、最大限度地提高全局经济效益的有力工具。

本讲义共分八章

第一章:统筹方法;

第二章:线性规划;

第三章:运输问题与分配问题;

第四章:整数规划与目标规划;

第五章:动态规划;

第六章:库存管理;

第七章:投入产出的经济数学模型;

第八章:经济的预测。

本讲义注意从实际问题引入,归结出数学模型,讲明解法,再适当介绍理论根据,并列举不少实际例子和配置适量的练习題,力求深入浅出,通俗易懂,便于自学。

本讲义可作为经济管理专业某班别的教学参考资料和经济管理干部和有关技术人员的参考读物。

因本人水平有限,对实际接触不多,难免有不少错误,恳请读者在使用过程中提出批评指正。

一九八六年五月第一稿

一九八八年八月第一次修改

经济管理的数学方法

黎 田 编

广 东 教 育 学 院

第一章 统筹方法

统筹方法是用数学方法对计划进行组织安排和协调管理的一种工具。在工农业生产、交通运输、基本建设、军事、机关工作以至于个人的日常生活中，都存在一个合理组织与统筹安排的问题。计划安排得好，可以加速工程进度，缩短工期，降低成本，节约人力、物力、财力，提高资源的利用率，获得最大的经济效益。反之则可能会使工程前后脱节，造成窝工，延缓进度，造成人力、资源和资金的浪费，直接影响回化速度。

在工程技术界和生产组织与计划管理上，过去，曾广泛应用横道图计划管理方法。编制横道图计划的方法，是将各项生产或工作任务按照完成任务的顺序和时间，画在一张具有时间坐标的表格上，并用一条粗线表示完成各项任务起始时间、结束时间和延续时间。这种横道图计划清楚地表明了各项任务的进度安排，对提高管理工作水平和促进生产发展曾起重要作用，今天仍被沿用。

但是，这种方法只能从静态上反映计划的状态，不能从动态上反映计划各个环节之间错综复杂的关系，随着生产技术的进步发展，生产规模扩大，生产环节的增多，影响生产技术过程和各项工作的因素日益增多，横道图已难于反映这种复杂关系，更难于统筹安排众多的人员和成千上万的工作环节。因此，长年来各国的科学家们一直摸索和寻求计划管理与组织的新方法。

1956年美国杜邦公司与兰德公司合作，在制定协调企业不同业务部门的系统规划时，运用网络方法制定出第一套网络计划。这种计划借助于网络表示各项工作及所需时间，表示出各项工作之间的相互关系，从而找出编制与执行计划的关键路

线，称为关键路线法（Critical Path Method 简称CPM）。1953年美国海军武器局在制定“北极星”导弹研制计划时，同样地应用了网络方法和形式，但它注重于对各项任务安排的评价和审查。所以把这种方法称为计划评审方法（Program Evaluation and Review Technique 简称PERT）。稍后，又陆续出现了最低成本和估算计划法、计划评价法、产品分析控制法、人力分配法、物资分配和多种项目计划制定法、开关网络分析法、控制工序法等。这些方法虽然名称各异，各自侧重的目标也有所不同，但实质雷同，所有这些方法都是网络方法（绘制网络图及计算相关参数，特别是时间参数的方法）。它们的中心思想和基本内容是通过网络形式，在千头万绪的工程项目中，分清主次、缓急，以便对整个工程计划进行控制与管理。1965年著名数学家华罗庚综合各种方法的优点，结合我国具体情况，把名目繁多、内容雷同的方法统一命名为统筹方法，在全国推广应用，取得显著的经济效益。

应用实践表明，用统筹方法进行计划管理具有一系列优点，统筹方法用网络图的形式把计划的各个部分形象地组成一个整体，直观地显示出计划各个环节之间错综复杂的依存关系，并给予量的描述，便于领导机关和计划管理人员统筹兼顾，全面安排。同时它作为一种动态的计划工具，随时可以发现计划的关键部位，利于领导和管理人员集中精力，解决重大的关键性问题。用这种方法管理经济，可提高工效和设备利用率，缩短工期；加重资金周转。已被广泛应用于大型研制工程，发展新产品，生产技术准备、科学研究、建筑施工、大型设备检修及车辆调度，人力、物力、财力的安排，作物布局等方面。

学习网络方法，要求掌握网络图的基本概念与绘制网络图的规则，计算相关参数（特别是时间参数），在此基础上才能

找出关键路线和进行网络计划的优化工作。

§ 1.1 网络图

网络图又称统筹图，它是一个系统（一项工程或任务）的各部分、各工序及其相互之间关系的综合反映，是对系统进行统筹安排和计算的基础。

一、网络图的组成：

网络图由工序、事项和线路三部分构成的。

1. 工序。

工序是一项任务，又叫“活”。为了完成某项工程，在工艺、技术和组织管理上相对独立的活动称为工序。一个工程由若干道工序组成。它有明确的活动内容，需要一定的人力、物力、财力资源，并经过一定的时间才能完成生产（活动）过程。一般用箭线“ $\longrightarrow$ ”表示一道工序。箭尾表示作业的开始，从箭尾到箭头表示作业过程，箭头表示作业的结束。把表示各道工序的很多支箭线按照工程的工艺顺序，从左到右逻辑地排列起来，就可以画出一个图。

2. 事项

表示工序的开工或完工，它是相邻工序在时间上的分界点，用圆圈表示，称为结点，每个结点编上顺序号。连接箭尾的结点表示工序的开始，连接箭头的结点表示工序的完成，在横贯箭线的上方一般标明工序名称、代号，箭线的下方标明工序作业时间，如① $\xrightarrow[10周]{A(基础工程)}$ ②表示A项作业（基础工程）时间10周。

3. 线路

从起点到终点顺着箭线前进的一条通道就叫做路，线路上的各工序作业的时间之和就是该线路所需的周期。图中周期最长的线路是关键线路，关键线路决定着工程的完工期，关键线路上的工序称为关键工序，若能缩短或延误关键工序的完工时间就可提前或推迟工程的完工时间。

由工序、事项及标明完成各道工序所需时间参数构成的有向图就叫网络图。

下面就是一座楼房的建筑施工网络图：

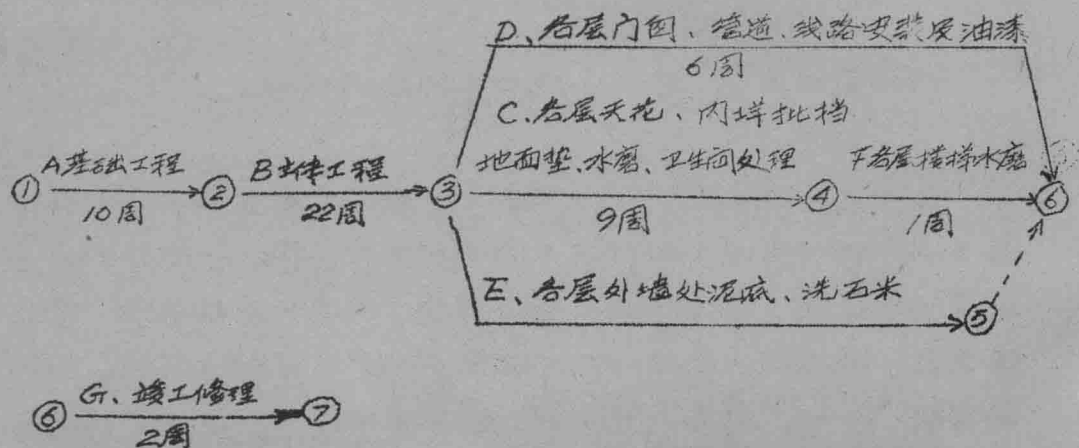


图 1—1

二、绘制网络图的规则

1. 方向、时序与编号

网络图是有向的。按照工序流程的顺序，工序从左到右排列。一支箭和它的相关事项，即 $i \rightarrow j$ 只能代表一道工序。某一道工序的相关事项，只能代表某一道工序的开工和完工，而不能同时表示为两道或几道工序的开工与完工，如图 1—2 的画法是错误的。

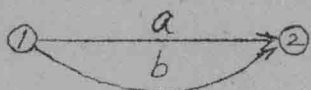


图 1—2

在绘制网络图时，要如实地反映工序之间的衔接关系及时间顺序（简称为时序）。并尽量按照时序对事项编号。

2. 紧前工序与紧后工序。

若工序b、c都需在工序a完工后才能开工，则工序a的紧后工序是b和c，工序b和c的紧前工序是a，其网络图如图1—3(i)所示。

若工序c需在工序a和b完工后才能开工，其网络图如图1—3(ii)所示。

若工序c和d需要在工序a和b完工后才能开工，其网络图如图1—3(iii)所示。

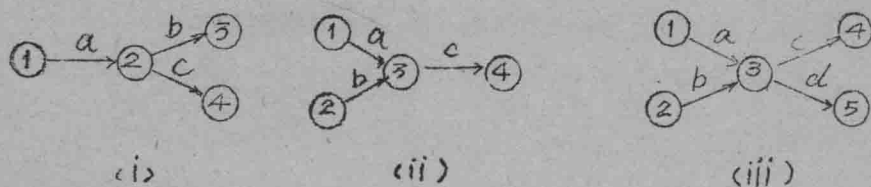


图1—3

3. 缺口与回路

在网络图中，除始点与终点外，其它所有事项前后都要用箭线连接起来，不可中断，在图中不可有缺口。即自网络图的始点经任何线路都可到达终点。

网络图中也不能有回路，即不可有循环现象，若图中有回路，则工序循环，永远不能完工。

4. 虚工序。

在数学史上，零的出现是一件大事，在统筹方法中，引进虚工序，用“0”时间，是很重要的方法，虚工序是假设的，实际上它并不存在，仅用来表达相邻工序之间的衔接关系，用虚箭线“----->”或“ $\xrightarrow{0}$ ”表示，如图1—4中的③→④，它是一道虚工序，它只表示在工序b完工后，d工序才能开工。

而实际上事项③和④之间并没有工序存在。

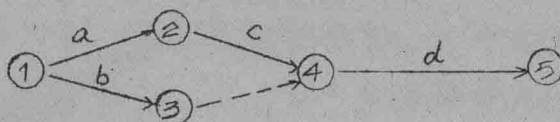


图 1 — 4

虚工序既不消耗任何资源，也不需要时间，在网络图中设立虚工序有两个目的。

(1)、为了正确反映两个事项之间平行进行的工序。

例如在工序A后平行进行工序B、C、D三道工序。这三道工序结束后进行工序E，这时网络图只能用虚工序，画成图1-5(i)，若画成1-5(ii)则是错误的。

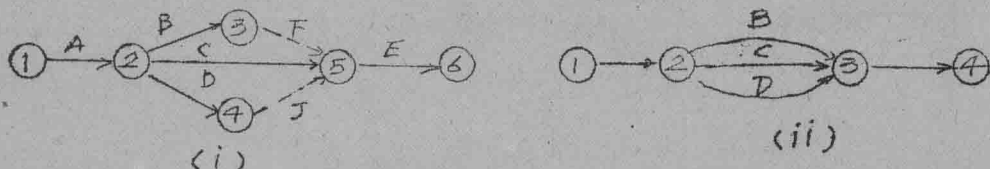
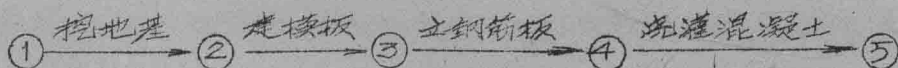


图 1 — 5

又如建筑一个屋架的混凝土工程，按照工序的逻辑次序，这项工程的简化工序排列为



如果要加快施工进度，而又没有物质上的限制，可以在地基挖好一部分时，开始建立模板；在模板建立一部分时就立钢筋；钢筋立好一部分就浇灌混凝土，这样在②→③、③→④、④→⑤同时有两项任务，这就只能引进虚工序，将网络图画成为图1-6。



图 1 — 6

(2) 利用虚工序正确反映各道工序之间的逻辑关系。

如某项工程由下列工序组成：

工序	紧前工序
a	—
b	—
c	—
d	a, b
e	a, c
f	a, b, c

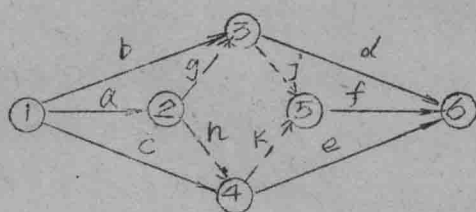


图 1—7

依上述资料绘制的网络图如图 1—7。图中虚工序 g 表示 a 工序是 d 工序的紧前工序，同理虚工序 h, j, e 分别表示 a 工序是 e 工序的紧前工序，a, b, c 工序是 f 工序的紧前工序。

5. 平行作业

为了加快工程进度，有些工序可同时进行，即可采取平行作业的方式。例如，在设计一种新产品的工程中，收集技术资料 a 和调查社会需要 b 这两道工序可平行作业，之后转到下一道工序——制定设计任务书 c。可用如图 1—8 表示。

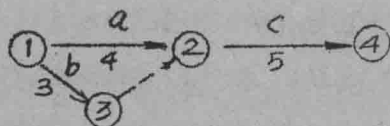


图 1—8

为了便于确定关键线路，在表示几道工序平行作业后转入下一道工序时，选择在平行作业的几道工序中时序最长的一道工序，直接通过事项与下一道工序衔接。采用虚工序表示工序的平行作业，可避免两道或几道工序都具有相同的事项编号。

6. 交叉作业

对需要较长时间完成的相邻几道工序，只要条件允许，可以不必等待某道工序全部完工再转入后一道工序，而是分批分期将某道工序完成的部分^{任务}转入下一道工序，这种作业方式叫交叉作业，可缩短工期，如图1—6表示的情况。

7. 始点与终点

在一张网络图上，必需有且只能有一个始点和一个终点表示工程的开工与完工。在工程开工时有几道工序平行作业，以及在几道工序平行作业完工后工程即告完工的画法见图1—9。但在工程开工时几道平行作业的工序中，如果有两道工序或几道工序同时是某一道工序的某前工序时，为了使网络图清晰明了，在始点后最好设置虚工序，如图1—10。同理，在工程完工的最后几道平行作业的工序中，若有两道或几道工序同时是某一道工序的某后工序时，在终点前最好设置虚工序。

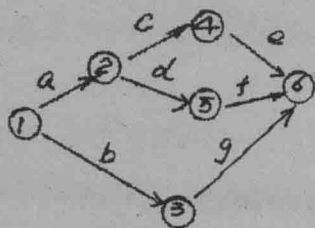


图1—9

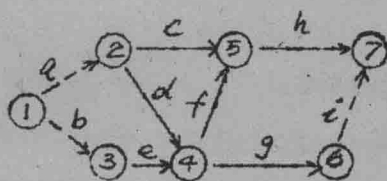
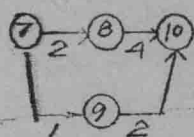


图1—10

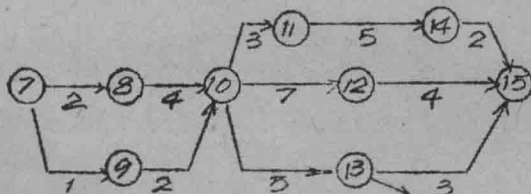
8. 网络图的简化与合并

一项工程往往是由很多部门、企业（或科室、车间）、科研等单位共同完成。整个工程的指挥部门需要编制的是总单位的、工序综合程度较高（即每道工序包括的工作内容较多）的网络图。它是以各单位为完成整个工程的局部网络图为基础的。这种将工序综合程度较低的网络图，合并为工序综合程度较高的网络图，从而使工序减少，称为网络图的简化。而把若干个

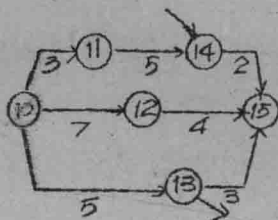
局部网络图合并为一个网络图，称为网络图的合并；如图 1—11 中的 (d) 是 (c) 的简化，(c) 是 (a) (b) 的合并。



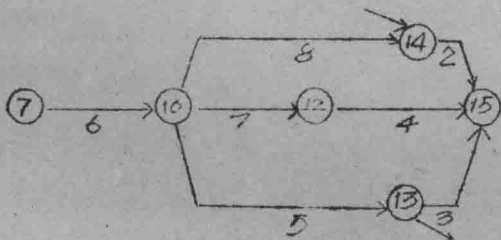
(a)



(c)



(b)



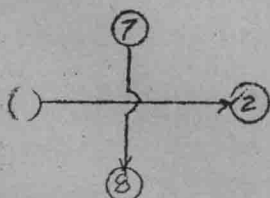
(d)

图 1—11

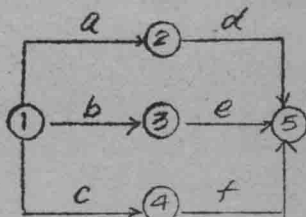
网络图的简化，要注意简化前后的时间参数一致，简化后的某一工序所需要的时间应等于简化前组成该工序的各道工序所需时间的总和。

9. 箭线的画法及网络图的布局

为了使网络图清楚和便于在图上填写有关的时间参数，箭线应尽量用水平线或只有一段水平线的折线。尽量不画或少画斜线和交叉线，必须交叉时，可用搭桥的办法通过，如图 1—12(a)。当一个事项引出的箭线或射入箭线多而显得过于密集时，可以用一条“母线”与各箭线连接，即用“母线法”来表示，如图 1—12(b)。



(a)



(b)

图 1—12

网络图的布局要求突出重点，关键线路尽可能布置在图的中心位置，并尽量将联系紧密的一些工序布置在一起。

三、绘制网络图的方法步骤

网络图的绘制一般可按下述步骤进行：

1. 对任务进行分析和分解

对一项工程、一项任务，首先要根据实际情况分解为一些工序，掌握各工序之间的相互联系和相互制约来确定它们之间的前后顺序，并估计各工序所需要的作业时间。

例如要绘制建筑一座楼房的网络总图，为了简单明了起见，工序分解可粗一些。若工序分解及时间估计如下表1—1。

表1—1

工 序	紧前工序	作业时间(周)
A. 基础工程	—	10
B. 主体工程	A	22
C. 各层天花风墙批档、 地面垫水磨、卫生间处理	B	9
D. 各层门窗、管道线路安装 及油漆	B	6
E. 各层外墙处理泥布、洗 石米	B	3
F. 各层楼梯水磨	C	1
G. 竣工修理	D, E, F	2

2. 绘制网络草图

第一步：先将各工序按前后衔接关系绘制成图1—13(a)

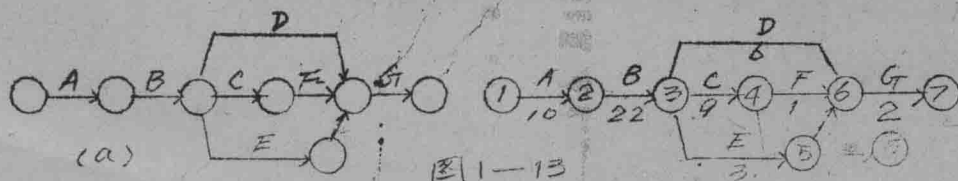


图1—13

第二步：分级编号，并在箭杆下标明作业时间，如图1-3

b)

3、计算网络时间(如何计算见§1.2)

4、找出关键线路

编制网络计划的基本思路，主要在一个庞大的网络图中找出关键线路，在每道关键工序上挖掘潜力，以达到缩短工期，降低工程费用和管理利用资源的目的，并在执行计划时，对每道关键工序加以有效的控制和调度。

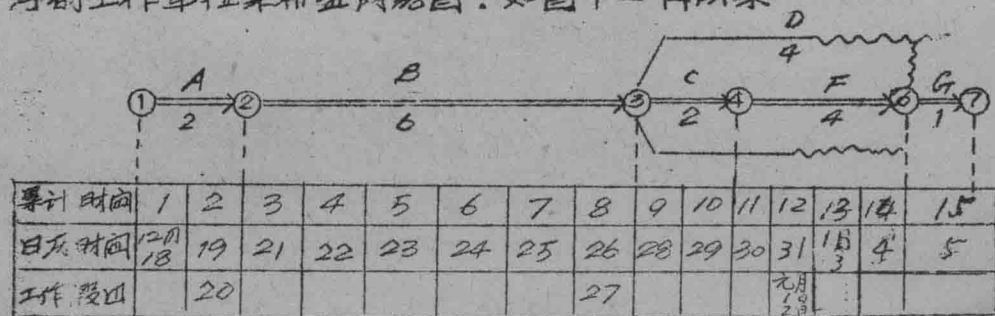
如图1-13(b)中，由始点①到终点⑦共有三条线路，算得时间最长的是① $\xrightarrow{A}$ ② $\xrightarrow{B}$ ③ $\xrightarrow{C}$ ④ $\xrightarrow{E}$ ⑤ $\xrightarrow{G}$ ⑦共44周，它就是关键线路。找出关键线路后，在图上用双线或有颜色的线标出，以示醒目。

5、进行综合平衡，选择最优方案，绘成正式网络图

第1至第4步，主要是考虑时间，即工程进度，求得的总工期及各工序的进度安排是否与合同要求或人力、物资供应相适应。成本费用能否节约，还必须进行综合平衡，就是说，还要将时间、质量、资源、费用和协作关系系统一起来考虑并根据需要与可能对方案进行优化，选择最优方案，绘制成正式网络图。

6、在网络图的下方标上时间坐标

在网络图上也可附有时间进度，必要时也可按完成各道工序的工作单位来布置网络图，如图1-14所示



§1.2 网络时间的计算

网络图包含时间进度的严密安排，编制网络计划必须计算网络时间，又叫时间参数。

网络时间的计算包括：

- (1) 工序作业时间的计算；
- (2) 结点（事项）最早开始和最迟结束时间的计算；
- (3) 工序最早开工，最早完工，最迟开工、最迟完工时间和时差的计算。引进记号，设 ES 表示结点最早可能开始时间，

LF 表示结点最迟必须结束时间

T_{ij} 表示工序 $i-j$ 的作业时间

ES_{ij} 表示工序 $i-j$ 的最早开工时间

EF_{ij} 表示工序 $i-j$ 的最早完工时间

LS_{ij} 表示工序 $i-j$ 的最迟开工时间

LF_{ij} 表示工序 $i-j$ 的最迟结束时间

R 表示总时差

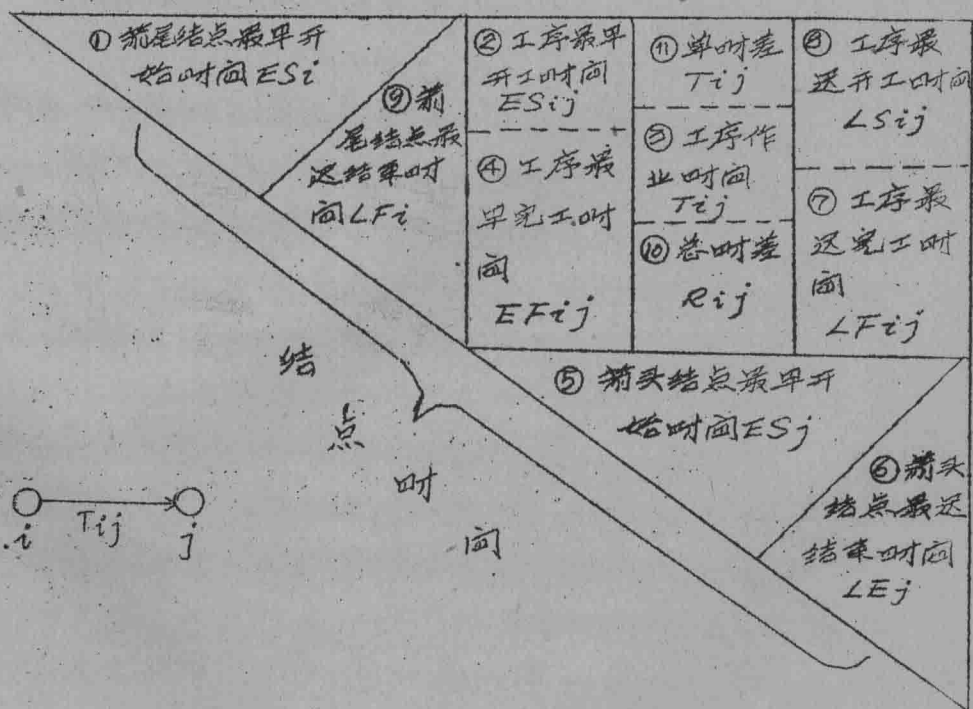
γ 表示单时差

网络时间的计算方法很简单，但各项时间的关系很易搞乱，是计算中的一个难点，为防止搞乱，按照各项时间的内在联系，在一个确定的表上进行计算。

1. 表式 一、网络时间计算表

表 1-2 中：数字 1, 2, ..., 7 为结点编号，三角形中 ES 为结点最早开始时间， LF 为结点最迟结束时间，每个方格中，用虚线分为七个小方块的格为工序时间格，各格的内容如下图。

表 1—2



2. 各项时间的内在联系

(i). 三个最早时间的关系

工序最早开工时间 = 箭尾结点最早开始时间

$$\text{即 } ② = ① \text{ 或 } ES_{ij} = ES_i$$

工序最早完工时间 = 工序最早开工时间 + 工序作业时间

$$\text{即 } ④ = ② + ③ \text{ 或 } EF_{ij} = ES_{ij} + T_{ij}$$

箭头结点最早开始时间 = 工序最早完工时间 (若竖向有几个工序时取最大值)，为什么竖向有几个工序时取最大值呢？这要结合网络图来看，看就能弄清其中的道理。例如图 1-1 中结点③到结点⑥有三路线，其中最長路线为③—④—⑥，共需 10 周时间，累计前面的工序时间共为 42 周，只有当这条最長路线上的工序完工后，才能从箭头结点⑥开始下一个工序。

$$\text{即 } ⑤ = ④ (\max) \text{ 或 } ES_j = \max \{EF_{ij}\}$$

(ii) 三个最迟时间的关系

工序最迟完工时间 = 箭头结点最迟结束时间

$$\text{即 } ⑦ = ⑥ \text{ 或 } LF_{ij} = LF_j$$

工序最迟开工时间 = 工序最迟完工时间 - 工序作业时间

$$\text{即 } ⑧ = ⑦ - ③ \text{ 或 } LS_{ij} = LF_{ij} - T_{ij}$$

箭尾结点最迟结束时间 = 工序最迟开工时间 (横向有几个工序时取最小值)

$$\text{即 } ⑨ = ⑧ (\min) \text{ 或 } LF_i = \min \{LS_{ij}\}$$

(iii) 两种时差

总时差 = 工序最迟完工时间 - 工序最早完工时间

$$\text{即 } ⑩ = ⑦ - ④ \text{ 或 } R_{ij} = LF_{ij} - EF_{ij}$$

单时差 = 箭头结点最早开始时间 - 箭尾结点最迟结束时间 - 工序作业时间

$$\text{即 } ⑪ = ⑤ - ⑧ - ③ = ⑤ - ③ - ⑨ \text{ 或 } r_{ij} = ES_j - T_{ij} - LF_i$$