



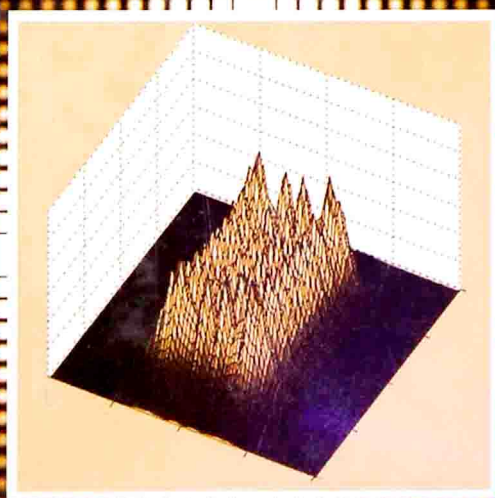
“十二五”国家重点图书出版规划项目

光学与光子学丛书

衍射计算及数字全息

(上册)

李俊昌 著



科学出版社

· 014060336

0436.1

03

V1

国家科学技术学术著作出版基金资助项目

“十二五”国家重点图书出版规划项目

光学与光子学丛书

衍射计算及数字全息

(上册)

李俊昌 著



科学出版社

北京



北航

C1747458

0436.1
03
V1

内 容 简 介

在标量衍射理论的框架下,本书系统总结经典及广义衍射公式的数值计算方法,对空间曲面光源衍射场的数值计算进行专门讨论,并且以数字全息及3D物体的计算全息为衍射计算的应用载体,对数字全息涉及的理论、技术及数字全息干涉计量进行详细介绍,对目前迅速发展全息3D显示技术进行研究。书附光盘给出全书的主要计算程序及计算涉及的图像文件。

全书由9章及4个附录构成,分上、下两册出版。上册包含1~5章,下册包含6~9章及附录。第1章是数学预备知识;第2章介绍标量衍射理论及不同形式的衍射计算公式;第3章基于取样定理详细讨论不同衍射公式的数值计算方法;第4章对光全息术进行介绍;第5、6章是数字全息的基本理论;第7、8章介绍全息干涉计量理论及数字全息干涉计量的应用实例;第9章对数字全息3D显示及3D动画算法进行研究。附录A是计算机图像的基本知识;附录B循序渐进地给出MATLAB编写的全书主要计算程序、程序说明及计算实例;附录C是书中重要的彩色图像;附录D是书附光盘的内容介绍。为便于阅读全书,附录A~C同时由光盘给出。

本书可作为高等院校光学、光学工程、光信息科学技术、电子科学与技术等专业的研究生教材,也可供相关专业的教师及科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

衍射计算及数字全息. 上册/李俊昌著. —北京:科学出版社,2014.6
(光学与光子学丛书)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-03-040958-4

I. ①衍… II. ①李… III. ①光衍射-计算方法 IV. ①O436.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第123020号

责任编辑:刘凤娟/责任校对:邹慧卿
责任印制:钱玉芬/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014年6月第一版 开本:720×1000 1/16

2014年6月第一次印刷 印张:18 1/4

字数:350 000

定价:109.00元(含光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

本丛书名由中国科学院院士母国光先生题写

光学与光子学丛书

《光学与光子学丛书》编委会

主 编 周炳琨

副主编 郭光灿 龚旗煌 朱健强

编 委 (按姓氏拼音排序)

陈家璧 高志山 贺安之 姜会林 李淳飞

廖宁放 刘 旭 刘智深 陆 卫 吕乃光

吕志伟 梅 霆 倪国强 饶瑞中 宋菲君

苏显渝 孙雨南 魏志义 相里斌 徐 雷

宣 丽 杨怀江 杨坤涛 郁道银 袁小聪

张存林 张书练 张卫平 张雨东 赵 卫

赵建林 朱晓农

序 言

在科学发展史中,激光是 20 世纪的一个重大成就。半个世纪以来,激光已经在科学研究、工业生产及国防科技中获得广泛应用。由于光的波粒二象性,在描述激光传播的宏观性质时,基于电磁场理论导出的波动方程是最基本的理论研究工具。实验研究表明,如果观测距离甚大于光波长,并且光传播过程中不涉及障碍物且光学元件结构尺寸接近于光波长,可以忽略波动方程中电矢量与磁矢量间的耦合关系,将电矢量视为标量,能十分准确地描述光传播的物理过程,这种理论称为标量衍射理论。根据标量衍射理论,当给定某空间平面上的光波场后,可以用不同形式的衍射积分计算与该平面相平行的空间平面上的光波场。然而,衍射积分通常无解析解,必须借助于计算机作数值计算。随着计算机技术的飞速发展,激光的应用研究与计算机已经结下不解之缘。然而,衍射计算通常是十分困难的工作。正如玻恩 (M. Born) 及沃尔夫 (E. Wolf) 在他们的名著《光学原理》(*Principles of Optics*) 中指出的那样,“衍射问题是光学中遇到的最困难的问题之一。在衍射理论中,那种在某种意义上可以认为是严格的解,是很少有的”。

近 30 年来,李俊昌教授在衍射计算及数字全息研究领域先后完成过多项国家自然科学基金项目,并且借助改革开放形成的国际科技合作环境,与法国多所大学开展了科研及教学合作,承担过法国标致汽车公司的强激光变换系统的设计项目,在衍射计算及数字全息研究领域指导了中法双方的许多博士生。长期的科研及教学实践使他在衍射计算及数字全息研究领域具有深厚的理论功底及解决实际问题的能力。李俊昌教授总结他多年研究成果撰写的这部书,其主要特点如下:

其一,经典标量衍射理论给出了空间平面间衍射场的计算公式,但当光源是曲面光源或观测面为非平面时,这些公式不能直接使用。该书认真总结了包括作者在内的国内外研究人员有代表性的计算方法,给出得到实验证明了的计算实例。这些讨论有效扩展了标量衍射理论的应用范围,具有重要的实际意义。

其二,衍射数值计算理论虽然涉及较复杂的数学表达式,但是在解决实际问题的过程中可以加深对这些公式物理意义的理解。该书除基于取样定理讨论不同形式衍射积分的计算方法外,还给出衍射数值计算在二元光学元件设计以及虚拟三维物体计算全息中的应用实例,从事衍射理论学习及应用研究的科研人员能方便地从中受益。

其三,随着计算机及 CCD 技术的进步,基于传统全息及衍射计算理论而形成的数字全息技术具有重要的应用前景,目前国内尚无“数字全息”专著。该书不但

系统地阐述了数字全息的基本理论及实际应用，而且将数字全息作为衍射计算理论的应用载体，总结出多种形式的波前重建算法，给出详细实验证明。这些内容是相关专业的科研人员及研究生灵活应用衍射公式解决激光应用研究中遇到问题时的有益参考。

该书的实验基本取材于作者近 30 年在国内外的科研工作，所提供的程序也是作者在 MATLAB7.0 平台下编写并通过实验证实的。附录 B 及该书所附光盘循序渐进地给出书中各章节相对应的主要的衍射计算程序及数字全息物光场波前重建程序。利用所提供的程序，即便没有实验条件的读者也能在微机上证实该书的理论分析结果，对这些程序作简单修改，便能解决激光应用研究中遇到的许多实际问题。

衍射的数值计算是激光应用研究中涉及的一个基本问题，数字全息是基于衍射计算理论及现代计算机技术形成的并在不断发展的新兴技术。对于我国从事激光应用研究的科研人员及研究生，李俊昌教授的这部著作是一部非常好的参考书。



2013 年 12 月

目 录

(上 册)

序言

第 1 章 数学预备知识	1
1.1 常用的几种非初等函数	1
1.1.1 矩形函数	1
1.1.2 sinc 函数	2
1.1.3 阶跃函数	3
1.1.4 符号函数	4
1.1.5 三角函数	4
1.1.6 圆域函数	5
1.1.7 狄拉克 δ 函数	6
1.1.8 梳状函数	8
1.2 二维傅里叶变换	9
1.2.1 二维傅里叶变换的定义和存在条件	9
1.2.2 傅里叶变换定理	9
1.2.3 二维傅里叶变换在极坐标下的表示	11
1.3 线性系统	12
1.3.1 线性系统的定义	13
1.3.2 脉冲响应和叠加积分	13
1.3.3 二维线性空间不变系统的定义	14
1.3.4 线性空间不变系统的传递函数和本征函数	15
1.4 二维取样定理	16
1.4.1 函数的取样	16
1.4.2 原函数的复原	18
1.4.3 空间-带宽积	19
参考文献	19
第 2 章 标量衍射理论	20
2.1 光波的复函数表示	20
2.1.1 单色光的复函数表示	20

2.1.2	三维空间中光波场的表达式	22
2.1.3	空间平面上平面波及球面波的复振幅	23
2.2	标量衍射理论	24
2.2.1	波动方程	24
2.2.2	波动方程的平面简谐波解	25
2.2.3	衍射的角谱理论	26
2.2.4	基尔霍夫公式及瑞利-索末菲公式	29
2.2.5	衍射问题的傍轴近似 —— 菲涅耳衍射积分	30
2.2.6	夫琅禾费衍射	32
2.3	夫琅禾费衍射的计算实例	33
2.3.1	矩形孔在透镜焦平面上的衍射图像	33
2.3.2	圆形孔的夫琅禾费衍射	34
2.3.3	三角形孔在透镜焦平面上的衍射图像	36
2.3.4	振幅型正弦光栅的夫琅禾费衍射	39
2.4	菲涅耳衍射积分的解析及半解析计算	41
2.4.1	正弦振幅光栅的菲涅耳衍射	41
2.4.2	矩形孔的菲涅耳衍射	44
2.4.3	复杂形状孔径的菲涅耳衍射	45
2.4.4	利用矩形孔衍射公式计算折射棱镜阵列的衍射场	48
2.4.5	三角形孔的菲涅耳衍射	51
2.5	柯林斯公式	52
2.5.1	傍轴光学系统的 $ABCD$ 矩阵表示	53
2.5.2	傍轴球面波的 $ABCD$ 定律及等效傍轴透镜光学系统	58
2.5.3	柯林斯公式推导	60
2.6	基于柯林斯公式讨论单透镜系统的光学变换性质	65
2.6.1	物体在透镜前	66
2.6.2	物体在透镜后	69
	参考文献	71
第 3 章	衍射的数值计算及应用实例	73
3.1	离散傅里叶变换与傅里叶变换的关系	73
3.1.1	二维连续函数的离散及周期延拓	73
3.1.2	离散傅里叶变换与傅里叶变换的关系	74
3.2	菲涅耳衍射积分的快速傅里叶变换计算	78
3.2.1	菲涅耳衍射积分的 S-FFT 算法	78
3.2.2	菲涅耳衍射的 S-FFT 计算与实际测量的比较	81

3.2.3	菲涅耳衍射的 D-FFT 算法	81
3.2.4	D-FFT 算法的实验证明	84
3.2.5	菲涅耳衍射的分数傅里叶变换表示及其计算	86
3.2.6	菲涅耳衍射的综合孔径表示及其计算	93
3.3	经典衍射公式的快速傅里叶变换计算	96
3.3.1	基尔霍夫公式及瑞利-索末菲公式的卷积形式	96
3.3.2	经典衍射公式的统一表述	97
3.3.3	计算卷积形式的经典衍射公式时取样条件的讨论	98
3.3.4	基于能量守恒原理对实际取样条件的讨论	100
3.3.5	不同衍射积分的计算实例	101
3.3.6	不同经典衍射公式的 FFT 计算研究小结	103
3.3.7	经典衍射积分的逆运算	104
3.4	柯林斯公式的计算	106
3.4.1	柯林斯公式及其逆运算式	106
3.4.2	柯林斯公式的 S-FFT 计算	107
3.4.3	柯林斯公式逆运算的 S-IFFT 计算	109
3.4.4	柯林斯公式的 D-FFT 计算	110
3.4.5	柯林斯公式逆运算的 D-FFT 计算	112
3.4.6	数值计算及实验证明	112
3.5	空间曲面衍射场的计算	116
3.5.1	倾斜发光面及倾斜观测面的衍射计算	116
3.5.2	发光面为空间曲面的衍射场计算	123
3.5.3	观测面为空间曲面的衍射场计算	128
3.6	衍射数值计算的应用实例	129
3.6.1	二元光学元件的设计	129
3.6.2	三角形面源集合算法在计算全息中的应用	136
3.6.3	空间观测曲面衍射场计算的应用实例	139
	参考文献	143
第 4 章	光全息的基本理论	146
4.1	光全息术的基本原理	146
4.1.1	光全息术概述	146
4.1.2	同轴全息图	148
4.1.3	离轴全息图	149
4.1.4	离轴全息图衍射像分离的条件	153
4.2	部分相干理论及其在全息研究中的应用	154

4.2.1	非单色光波场的解析信号表示	155
4.2.2	非单色光杨氏干涉实验研究	158
4.2.3	全息研究中将光波视为完全相干波时应满足的条件讨论	161
4.2.4	记录菲涅耳平面全息图的光学系统	166
4.3	菲涅耳全息图及重现像性质研究	166
4.3.1	点源全息图的记录	167
4.3.2	点源全息图的再现	168
4.3.3	像的放大率	171
4.3.4	像的线模糊	172
4.4	几种常用的平面全息图	174
4.4.1	夫琅禾费全息图	174
4.4.2	傅里叶变换全息图	175
4.4.3	无透镜傅里叶变换全息图	179
4.4.4	像全息图	182
4.4.5	相位型全息图	183
4.5	平面全息图的衍射效率	184
4.5.1	振幅全息图的衍射效率	185
4.5.2	相位全息图的衍射效率	185
	参考文献	187
第 5 章	数字全息及物光波前重建计算	188
5.1	离轴数字全息及波前的 1-FFT 重建	188
5.1.1	离轴数字全息记录系统	188
5.1.2	数字全息图的记录及重建过程中透射光的传播特性	189
5.1.3	离轴数字全息系统的设计	193
5.1.4	离轴数字全息系统的优化模拟及实验研究	195
5.1.5	波前重建质量讨论	197
5.2	1-FFT 方法重建波前的噪声研究及消除	202
5.2.1	数字全息图的衍射效率	202
5.2.2	零级衍射干扰的直接消除	203
5.2.3	物光复振幅直接获取法	206
5.3	基于衍射“接力”运算及虚拟数字全息图的物光场重建	208
5.3.1	基于衍射“接力”运算的波前重建	209
5.3.2	基于虚拟数字全息图的波前重建算法	213
5.4	基于球面重建波及角谱衍射理论的波前重建	217
5.4.1	球面波为重建波的可控放大率波前重建方法	217

5.4.2	可控放大率波前重建实验	220
5.4.3	可控放大率波前重建噪声消除的研究	222
5.4.4	FIMG4FFT 法波前重建质量研究	233
5.5	数字全息重建图像的焦深	239
5.5.1	数字全息重建图像焦深的理论研究	240
5.5.2	数字全息重建像焦深的实验研究	246
5.5.3	焦深研究的讨论及推广	249
5.6	散射物体的真彩色数字全息	249
5.6.1	统一彩色图像物理尺寸的补零 1-FFT 重建法	251
5.6.2	DDBFT 与 FIMG4FFT 算法的实验证明及比较	254
5.6.3	FIMG4FFT 与 SPH4FFT 重建真彩色图像的比较研究	256
5.6.4	VDH4FFT 算法重建真彩色图像的实验研究	259
5.7	数字全息物光场的超分辨率记录与重建	260
5.7.1	基于取样定理及角谱衍射理论对 CCD 探测信息的研究	261
5.7.2	离轴数字全息超分辨率记录系统的优化设计	264
5.7.3	超分辨率记录全息图的波前重建方法	264
5.7.4	超分辨率记录系统波前重建质量模拟	265
5.7.5	改变照明物光角度实现离轴数字全息超分辨率记录的基本理论	267
5.7.6	超分辨率物光场波前重建模拟	270
5.7.7	基于飞秒激光特性的子全息图准同时记录与物光场重建	271
	参考文献	273

(下 册)

第 6 章	物光通过光学系统的波前重建
第 7 章	全息干涉计量的基本原理及常用技术
第 8 章	数字全息在光学检测中的应用
第 9 章	数字全息的 3D 显示及动画算法研究
附录 A	计算机图像的基础知识
附录 B	基本计算程序及应用实例
附录 C	彩色图像附页
附录 D	《衍射计算及数字全息》书附光盘内容
	后记

第 1 章 数学预备知识

根据标量衍射理论,光的传播过程是光波通过介质空间的衍射过程,衍射过程可以通过二维线性系统对光波场的变换进行研究。由于光波场的表述涉及一些重要的数学函数,线性系统对光波场的变换涉及基本的数学工具——傅里叶变换,在进行衍射数值计算及数字全息波前重建时,还涉及对光波场的合理离散及取样问题。因此,作为阅读本书的数学预备知识,本章对常用的数学函数、二维傅里叶变换、二维线性系统以及取样定理进行介绍。

1.1 常用的几种非初等函数

1.1.1 矩形函数

宽度为 $a(a > 0)$, 中心在 x_0 的一维矩形函数定义为^[1~4]

$$\text{rect}\left(\frac{x-x_0}{a}\right) = \begin{cases} 1, & \left|\frac{x-x_0}{a}\right| \leq 1/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-1-1)$$

图 1-1-1 是该函数的图像。

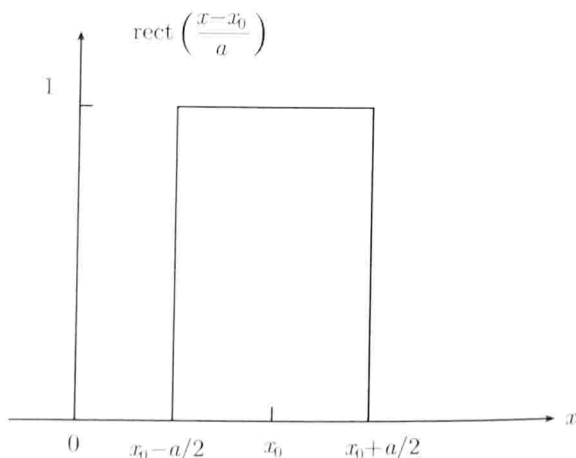


图 1-1-1 中心在 x_0 , 宽度为 a 的一维矩形函数

x 代表不同的物理量时,矩形函数有不同的物理意义。例如,当用 x 代表空间变量时,可以用该函数表示无限大不透明屏上一个宽度为 a 的狭缝的透过率。

二维矩形函数可以用两个一维矩形函数的乘积表示

$$\text{rect}\left(\frac{x-x_0}{a}\right)\text{rect}\left(\frac{y-y_0}{b}\right), \quad a > 0, b > 0 \quad (1-1-2)$$

它表示 xoy 平面上以点 (x_0, y_0) 为中心的 $a \times b$ 矩形区域内矩形函数取值为 1, 其他地方处处等于 0, 如图 1-1-2 所示为中心不在原点, 宽度为 $a \times b$ 的二维矩形函数示意图^[4]。

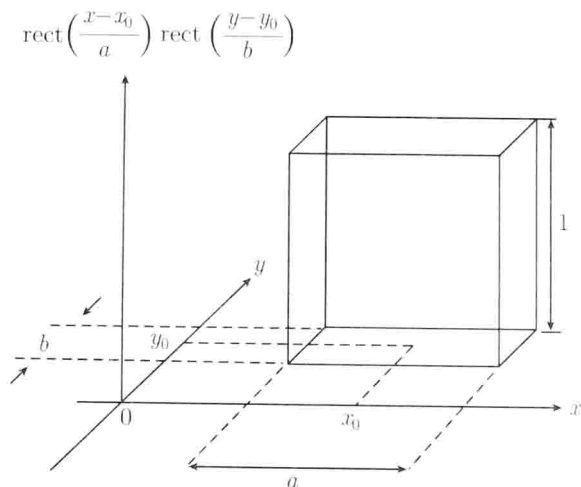


图 1-1-2 中心在 (x_0, y_0) , 宽度为 $a \times b$ 的矩形函数

例如, 二维矩形函数可用来描述无限大不透明屏上矩形孔的透过率, 用它与投射到屏上的光波场相乘, 可以截取出矩形孔范围内的光波场函数值, 其他位置处赋予零值。

1.1.2 sinc 函数

一维 sinc 函数定义为^[1~4]

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right) = \frac{\sin(\pi x/a)}{\pi x/a}, \quad a > 0 \quad (1-1-3)$$

该函数在原点处有最大值 1, 而在 $x = \pm na (n = 1, 2, 3, \dots)$ 处的值等于 0, 其函数图形如图 1-1-3 所示, 原点两侧第一级零点之间的宽度 (称为 sinc 函数的主瓣宽度) 为 $2a$ 。

二维 sinc 函数定义为

$$\text{sinc}\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) = \text{sinc}\left(\frac{x}{a}\right)\text{sinc}\left(\frac{y}{b}\right), \quad a > 0, b > 0 \quad (1-1-4)$$

该函数是两个一维 sinc 函数的乘积, 零点位置在 $(\pm ma, \pm nb)$, m, n 均为正整数。

在第 2 章对光波衍射研究中将看到, 二维 sinc 函数可以表示矩孔的夫琅禾费衍射的振幅分布, 其平方则表示衍射的光强分布图样。图 1-1-4 给出 $a \neq b$ 时一个二维 sinc 函数平方的图像实例。

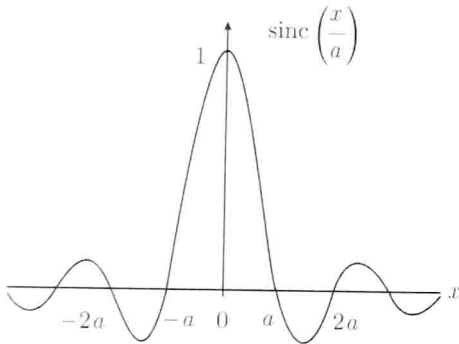


图 1-1-3 一维 sinc 函数图像

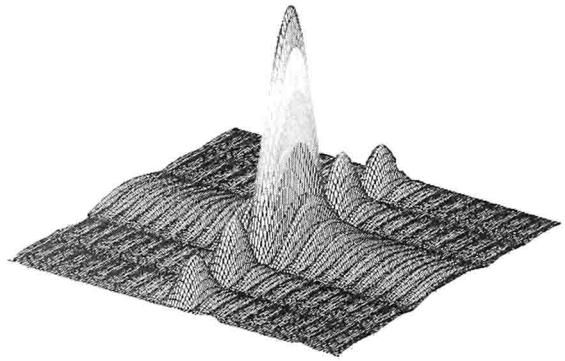


图 1-1-4 二维 sinc 函数平方的图像

1.1.3 阶跃函数

一维阶跃函数定义为^[1]

$$\text{step}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 0, & \frac{x}{a} < 0 \\ \frac{1}{2}, & \frac{x}{a} = 0 \\ 1, & \frac{x}{a} > 0 \end{cases} \quad (1-1-5)$$

其函数图形如图 1-1-5 所示。

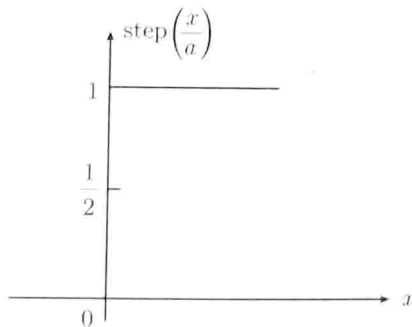


图 1-1-5 中心在原点的一维阶跃函数

该函数在原点 $x = 0$ 处有一个间断点, 取值为 $\frac{1}{2}$, 因此在这种情况下讨论函数的宽度是没有意义的。将一维阶跃函数与某函数相乘时, 在 $x > 0$ 的部分, 乘积等于该函数值; 在 $x < 0$ 的部分, 乘积恒等于 0。

二维阶跃函数定义为

$$f(x, y) = \text{step}\left(\frac{x}{a}\right) \quad (1-1-6)$$

二维阶跃函数在 y 方向上等于常数, 而在 x 方向上等同于一维阶跃函数, 即相当于一维阶跃函数在 y 方向上延伸。参照图 1-1-5, 这种函数可以用来描述直边衍射光阑的透过率。

1.1.4 符号函数

一维符号函数定义为^[1]

$$\text{sgn}\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} +1, & \frac{x}{a} > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & \frac{x}{a} < 0 \end{cases} \quad (1-1-7)$$

其函数图形如图 1-1-6 所示。

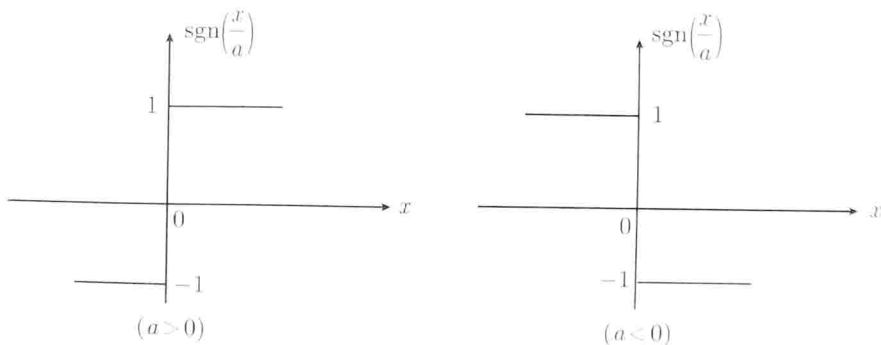


图 1-1-6 $a > 0$ 及 $a < 0$ 时中心在原点的符号函数示意图

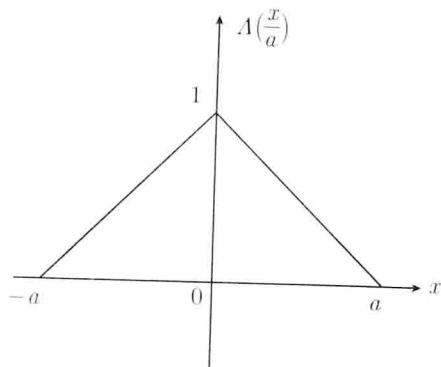
符号函数 $\text{sgn}(x)$ 与某函数相乘, 可使被乘的函数以某点为界, 此点一侧的函数数值极性发生翻转。

1.1.5 三角函数

令 $a > 0$, 一维三角函数定义为^[1]

$$\Lambda\left(\frac{x}{a}\right) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{a}, & \frac{|x|}{a} < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-1-8)$$

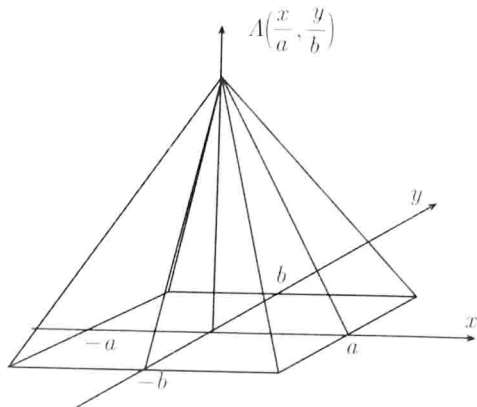
该函数图像如图 1-1-7 所示。

图 1-1-7 中心在原点, 宽度为 a 的一维三角函数

令 $a > 0, b > 0$, 二维三角形函数定义为

$$\Lambda\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right) = \Lambda\left(\frac{x}{a}\right) \Lambda\left(\frac{y}{b}\right) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \left(1 - \frac{|y|}{b}\right), & \frac{|x|}{a}, \frac{|y|}{b} < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-1-9)$$

该函数可视为两个一维三角函数的乘积, 其函数图形如图 1-1-8 所示。

图 1-1-8 中心在原点, 宽度为 $a \times a$ 的二维三角函数

1.1.6 圆域函数

圆域函数通常用于极坐标中涉及圆孔衍射问题的计算, 在极坐标及直角坐标系中的定义分别如下^[1~4]

$$\text{circ}(r) = \text{circ}\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) = \begin{cases} 1, & r = \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1 \\ 0, & r = \sqrt{x^2 + y^2} > 1 \end{cases} \quad (1-1-10)$$

不透明屏 xy 上中心在 (x_0, y_0) , 半径为 a 的圆孔的透过率可以表示为

$$\text{circ} \left(\frac{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}}{a} \right)$$

圆域函数的图像绘于图 1-1-9。

1.1.7 狄拉克 δ 函数

1. δ 函数的定义^[1]

狄拉克 δ 函数 (简称 δ 函数) 用于描述脉冲这一类物理现象。在信息光学研究中, 空间变量的 δ 函数通常用于表示单位光通量的点光源。这些物理量的特点在数学上可抽象为在脉冲所在点之外其值为零, 而包含脉冲所在点内的任意范围的积分等于 1。数学上将具有这种性质的函数定义为 δ 函数。定义 δ 函数的数学表达式有多种, 以下导出其中一种表达式。

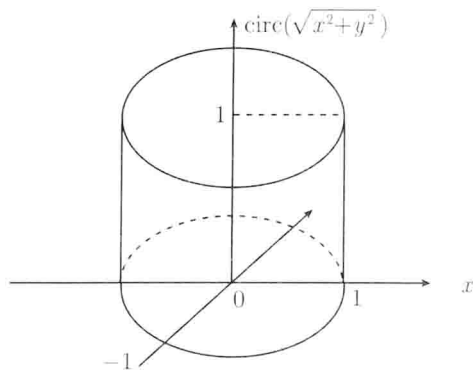


图 1-1-9 圆域函数的图像

分析函数序列 $f_N(x) = N \text{rect}(Nx)$ ($N = 1, 2, 3, \dots$) 当 N 逐渐增大时的情况, 图 1-1-10 给出了 $N = 1, 2, 4$ 时的函数图像。由图可见, 当 N 逐渐变大时, 函数不为零的范围逐渐变小, 而在此范围内的函数值却逐渐变大。

不难想象, 当 N 增大至无穷时, 函数的值将也增到无穷大, 但无论如何, 函数曲线与横轴围成的面积始终为 1。于是, 利用矩形函数可以将一维 δ 函数定义为

$$\delta(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} N \text{rect}(Nx) \quad (1-1-11)$$

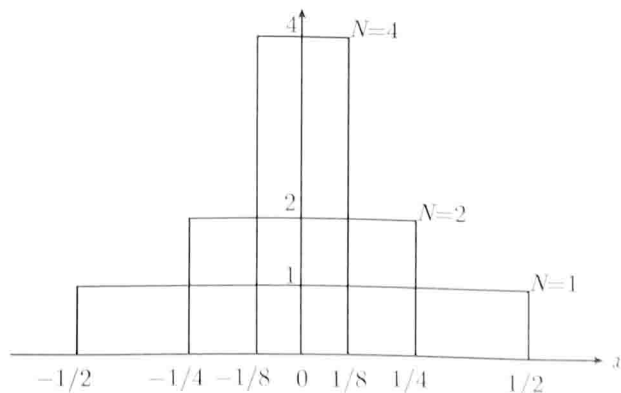


图 1-1-10 $N = 1, 2, 4$ 时 $f_N(x) = N \text{rect}(Nx)$ 的函数图像