



普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

数字信号处理

Digital Signal Processing

沈希忠 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

数字信号处理

Digital Signal Processing

沈希忠 编著
史习智 主审



机械工业出版社

本书共分为 16 章。主要包括导论、连续信号的分类和采样、离散信号的分类和运算、连续信号的傅里叶变换、 z 变换、离散傅里叶变换、快速傅里叶变换、离散余弦变换和希尔伯特变换、数字滤波器概述、模拟滤波器设计、无限冲激响应数字滤波器、有限冲激响应数字滤波器、相关分析与谱分析、基于 MATLAB 的语音信号处理、现代信号处理和数字信号处理器简介。每章后都有习题，书后附有缩写词和常用符号，有利于读者学习使用。

本书可作为大专院校电子信息、自动化和机电一体化等专业的“数字信号处理”课教材，也可作为电子信息技术领域科技人员的有益参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字信号处理/沈希忠编著. —北京: 机械工业出版社, 2014. 2
普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材
ISBN 978-7-111-45317-8

I. ①数… II. ①沈… III. ①数字信号处理—高等学校—教材
IV. ①TN911. 72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 315535 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 刘丽敏 责任编辑: 刘丽敏 王 琪

版式设计: 常天培 封面设计: 张 静

责任校对: 陈延翔 责任印制: 刘 岚

北京玥实印刷有限公司印刷

2014 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 18.5 印张 · 456 千字

标准书号: ISBN 978-7-111-45317-8

定价: 36.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

社服 务 中 心: (010) 88361066

销 售 一 部: (010) 68326294

销 售 二 部: (010) 88379649

读者购书热线: (010) 88379203

网络服务

教 材 网: <http://www.cmpedu.com>

机工官网: <http://www.cmpbook.com>

机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

封面无防伪标均为盗版

前言

数字信号处理是对真实世界的连续模拟信号进行测量或滤波,在进行数字信号处理之前需要将信号从模拟域转换到数字域,这通常通过模数转换器实现。而数字信号处理的输出经常也要变换到模拟域,这是通过数-模转换器实现的。

数字信号处理课程主要研究用数字序列或符号序列表示信号,并用数字计算方法对这些序列进行处理,以便把这些信号变成符合某种需要的形式。例如,对信号进行滤波处理、频谱分析、功率谱估计等以了解信号的特征。本课程重点讨论确定性数字信号的处理,在此基础上,理解随机信号的处理,最后用 MATLAB 编程应用。

20 世纪 90 年代以来,很多学者结合各自的课题提出了对数字信号处理技术的要求,涉及的内容主要包括经典的信号处理理论和方法等。在这种情况下,如何以简捷高效的方式将数字信号处理的知识传授给在校大专院校学生,尤其是针对数学基础相对薄弱的一些学生,使他们能以更广阔的视野参与新世纪中的科技竞争,成为高校教师面临的一项任务。

本书的主要内容有:

(1) 离散傅里叶变换(DFT)和快速傅里叶变换(FFT)方法: DFT 基本理论、基本方法、基本性质,利用循环卷积计算线性卷积方法,运用 FFT 对信号进行谱分析、线性卷积等;数字信号处理的核心算法是 DFT,是 DFT 使信号在数字域和频域都实现了离散化,可以用通用计算机处理离散信号。而使数字信号处理从理论走向实用的是 FFT,FFT 的出现大大减少了 DFT 的运算量,使实时的数字信号处理成为可能,极大促进了该学科的发展。因此,这部分内容是重点,围绕 FFT,还增加了离散余弦变换和希尔伯特变换等。

(2) 数字滤波器原理和设计方法: 数字滤波器(IIR 和 FIR 类型)、滤波器基本网络结构、冲激不变法和双线性变换法等数字滤波器设计方法、数字巴特沃斯(Butterworth)、切比雪夫(Chebyshev)及椭圆数字滤波器设计方法。还有 IIR 数字滤波器频率变换方法, FIR 窗函数方法设计滤波器、频率取样方法设计 FIR 类型数字滤波器方法。

(3) 离散随机过程: 离散随机过程的几个基本特性,功率谱基本性质和计算方法;功率谱估计: 估计理论的几个基本概念,自相关、周期图、直接变换谱估计方法的分析、实现。

本书是为大专院校的电子信息、自动化和机电一体化等工程专业开设的“数字信号处理”课程而写的。在教材编写过程中,对理论知识,尤其是一些公式、定理的证明等,采取图文并茂的形式加以说明,重视理论和实践环节的结合,主要体现在相关算法的计算机软件仿真上,所用的软件为 MATLAB,所编写的程序都在 MATLAB v7.0 以上版本实现。通过本课程的学习使学生了解数字信号处理的基本理论与基本知识,理解如何用数字或符号的序列来表示信号,并通过计算机去处理这些序列,提取其中的有用信息,掌握用数字方式对信号进行变换、滤波等方法。

本书主要包括经典的信号处理,32~64 学时,合理学时数为 48,2.5~4 个学分。建议学生在预修完“线性代数”“复变函数”“积分变换”和“信号与系统”等课程后,学习

“数字信号处理”课程，并在课时内预习相关的内容。

最后，我要感谢上海交通大学史习智教授主审本书内容，对教材提出了很多宝贵的意见，并提供很多参考资料；还要感谢上海应用技术学院硕士生郭杜斌整理插图和材料，厉荣宣、张树行等对书中插图、公式等做了很多工作。同时，还要感谢上海应用技术学院教务处的关心和帮助，感谢电气与工程学院电子信息教研室各位同仁的支持和帮助。最后，我还要感谢家人的支持和理解。

限于水平，书中难免有不妥或错误之处，恳请读者指正。

编 者

目 录

前言

第1章 导论 1

1.1 什么是数字信号处理 1

1.2 数字信号处理系统的基本组成 2

1.3 数字信号处理的发展历史 3

1.4 数字信号处理的进展和挑战 4

习题 5

第2章 连续信号的分类和采样 6

2.1 信号随时间变化的分类 6

2.2 卷积 9

2.3 连续信号的离散和采样 11

习题 15

第3章 离散信号的分类和运算 17

3.1 离散信号及其分类 17

3.2 典型的信号序列 18

3.3 离散时间信号的运算 25

3.4 信号带宽 40

习题 41

第4章 连续信号的傅里叶变换 43

4.1 傅里叶级数 43

4.2 傅里叶变换 47

4.3 周期信号的傅里叶变换 52

4.4 傅里叶变换的基本性质 55

习题 62

第5章 z 变换 65

5.1 z 变换的定义 65

5.2 序列的收敛区域 66

5.3 逆 z 变换 69

5.4 z 变换的基本性质 75

5.5 拉普拉斯变换、傅里叶变换与 z

变换的关系式 79

5.6 离散系统的系统函数和频率响应 81

习题 87

第6章 离散傅里叶变换 89

6.1 傅里叶变换的几种可能形式 89

6.2 周期序列的离散傅里叶级数 (DFS) 89

6.3 离散傅里叶变换 (DFT) 的定义特性和与其有关的问题 92

6.4 离散时间序列的傅里叶变换 (DTFT) 103

6.5 MATLAB 仿真 108

习题 110

第7章 快速傅里叶变换 111

7.1 FFT 的基本思想 111

7.2 时间选抽算法 (DIT) 112

7.3 频率选抽算法 (DIF) 120

7.4 FFT 的逆变换 IFFT 121

7.5 实数序列的 FFT 122

7.6 快速卷积 124

7.7 混合基 FFT 算法和基 4-FFT 算法 126

7.8 FFT 算法误差和控制 128

7.9 FFT 应用仿真 129

习题 130

第8章 离散余弦变换和希尔伯特变换 131

8.1 离散余弦变换 131

8.2 希尔伯特变换 138

习题 143

第9章 数字滤波器概述	144	设计.....	216
9.1 引言	144	习题.....	218
9.2 滤波器的技术指标	147	第13章 相关分析与谱分析	219
9.3 最小与最大相位延迟系统、最小 与最大相位超前系统	151	13.1 引言.....	219
9.4 全通系统	154	13.2 相关函数.....	220
9.5 系统的滤波特性	157	13.3 功率谱密度函数.....	223
9.6 数字滤波器的信号流图表示 ..	158	13.4 谱分析.....	225
9.7 滤波器的格型结构	162	13.5 泄漏和加窗.....	226
习题.....	169	13.6 频率响应函数和相干 分析.....	228
第10章 模拟滤波器设计	170	习题.....	230
10.1 概述.....	170	第14章 基于 MATLAB 的语音信号 处理	231
10.2 巴特沃思滤波器.....	171	14.1 语音信号的采集.....	231
10.3 切比雪夫滤波器.....	179	14.2 语音信号的频谱图.....	231
10.4 其他滤波器设计.....	184	14.3 数字滤波器的设计.....	234
10.5 模拟高通、带通及带阻滤波器的 设计.....	186	习题.....	241
习题.....	187	第15章 现代信号处理	244
第11章 无限冲激响应数字滤波器 ..	188	15.1 倒谱分析.....	244
11.1 冲激响应不变法.....	188	15.2 二维离散傅里叶变换.....	248
11.2 双线性变换法	192	15.3 估计理论的基本原理.....	249
11.3 数字高通、带通及带阻滤波器的 设计.....	196	15.4 参数建模与参数谱估计.....	255
11.4 由模拟滤波器设计 IIR 数字 滤波器.....	197	15.5 高分辨率谱分析.....	257
11.5 计算机辅助设计.....	198	15.6 自适应滤波器.....	260
习题.....	199	习题.....	260
第12章 有限冲激响应数字滤波器 ..	200	第16章 数字信号处理器简介	261
12.1 FIR 滤波器的线性相位	200	16.1 概述.....	261
12.2 FIR 滤波器的频率响应	202	16.2 TMS320C54 $\times \times$ 简介	265
12.3 FIR 滤波器零点图和镜像 多项式.....	204	16.3 开发工具.....	273
12.4 傅里叶级数设计.....	205	16.4 TMS320C54 $\times \times$ 应用举例	277
12.5 窗函数法设计.....	208	习题.....	283
12.6 计算机辅助设计.....	214	附录	284
12.7 例：基于 MATLAB 的滤波器		附录 A 常用缩写词.....	284
		附录 B 常用符号及说明	285
		参考文献	287

第1章 导论

1.1 什么是数字信号处理

信号的定义比较多,狭义地说,通常把可测量、记录、处理的物理量泛称为信号。工程上所处理的信号一般指动态信号,其值随时间或者位置而变化,而且是人类可以获取的,一般要进行分析处理的信号随时间有较大的变化,而不是近似直流信号,或者随时间缓慢变化的信号。

人类在认识中将信号抽象为哲学概念,那就是信息。什么是信息?简单地说,信息是一个系统为完成某项任务所需要的量,也就是人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的抽象内容。它具有客观性,存在于一切事物之中,事物的一切变化和运动伴随着信息的交换和传送;它又具有抽象性,只有通过一定的形式才能把它表现出来,也就是通过人类能够获取的信号表达。客观存在的信息一般还有隐藏性,人类只有通过认知活动,即通过测量并以某种形式表达出来,才能够揭示信息所赋予人类的新知识与新概念的内容。

随着技术的发展,人类进入了信息时代,信号的概念也发展了。从广义上说,人类能够表示信息的语言、文字、图像、数据等统称为信号。

在人类生活中还有一个值得一提的概念,那就是消息。所谓消息,指的是人类日常生活中所提到的情况报道,这是一个生活日常用语。

一般情况下,信息不便于传送和交换,需要借助某种便于传送和交换的物理量——信号作为运载手段,信号是时间或空间的函数,所携带的信息就体现在信号的变化之中。信号是信息的表现形式或运载工具,即消息蕴含于信号之中。信息是信号的内容,而且是预先不知道的内容。

例如,甲通过电话告诉乙一件乙不知道的事情,也就是通常所说的消息。也就是说乙得到了信息,它是客观存在的,但是它是乙从甲的语言这一具体表现形式中得到的,而电话传输线上变化的电物理量是运载语言消息、传送信息的信号。

在作为信号的众多物理量中,电和光是目前应用最广泛的,因为它们容易产生、传输和控制,也容易实现与其他物理量的相互转换。其中,电信号在工程应用中更加广泛,因此,通常所指的信号主要是电信号。

信号概念广泛地出现在各个领域,它以各种各样的表现形式携带着特定的信息。例如,古战场曾以击鼓鸣金传达前进或撤退的命令,也以烽火作为信号传递敌人进犯的紧急情况。近代,信号的利用更是涉及力、热、声、光、电等诸多方面,人们熟悉的信号形式有以电压、电流和电磁表示的电信号,以语言和声波表达的声信号,以力、加速度、速度、位移和力矩表示的机械信号,以图像表示的图像信号。而事实上,我们可以借助于传感器将某类信号转换为其他类型的信号以便进一步分析、处理与控制。

信号处理是研究用系统对含有信息的信号进行处理,以获得人们希望的信号,达到提取

信息、便于利用的一门学科。经典信号处理的内容包括检测、变换、滤波、谱分析等，更进一步的处理有估计、压缩、识别等一系列的加工处理。

数字信息处理内容广泛，按照处理信号的数学表达维数，该项技术可以分为数字信号处理（Digital Signal Processing）和数字图像处理（Digital Image Processing）两大类。数字信号处理主要处理一维时间序列，而数字图像处理则着重于二维时间序列。

数字信号处理是把信号用数字或符号标示的序列，通过计算机或通用（专用）信号处理设备，用数字的数值计算方法进行处理（如滤波、变换、压缩、增强、估计、识别等），以达到提取有用信息、便于应用的目的。

目前，数字信号处理学科包含的内容有如下方面：离散时间线性时不变系统分析；离散时间信号时域及频域分析、离散傅里叶变换理论；信号的采集，包括 A-D、D-A 技术，采样、多采样率、量化噪声理论等；数字滤波技术；谱分析与快速傅里叶变换，快速卷积与相关算法；自适应信号处理；估计理论，包括功率谱估计及相关函数估计等；信号的压缩，包括语音信号与图信号的压缩；信号的建模，包括 AR、MA、ARMA、CAPON、PRONY 等各种模型；同态处理、抽取与内插、信号重建等特殊算法；盲信号处理，包括瞬时盲源分离、盲解卷积和盲抽取等；数字信号处理的硬件实现；数字信号处理的应用等。

近 30 年来，大规模集成电路设计制造技术和数字信号处理技术得到了迅速的发展。这两个表面上看来没有什么关系的技术领域实质上是紧密相关的。因为数字信号处理系统往往要进行一些复杂的数学运算和数据处理，并且又有实时响应的要求，它们通常是由高速专用数字逻辑系统或专用数字信号处理器构成，电路是相当复杂的。因此只有在高速大规模集成电路设计制造技术进步的基础上，才有可能实现真正有意义的实时数字信号处理系统。对实时数字信号处理系统的要求不断提高，也推动了高速大规模集成电路设计制造技术的进步。

本书是数字信号处理的基础理论教程，只着重于数字信号处理的经典理论部分，也就是离散信号时域分析、频域分析、数字滤波、谱分析。本书针对本科教学要求，针对电子信息专业及其相关专业的发展要求，为读者提供一个学习和研究参考。

1.2 数字信号处理系统的基本组成

数字信号处理依赖于大规模集成电路和数字处理算法的发展，其核心是用计算机的运算功能代替模拟电路装置，达到信号加工变换的目的。

图 1.1 表示数字信号处理系统的基本结构。系统首先通过模数（A/D）转换将连续时间信号离散化并把原始模拟信号转换成数字信号。数字系统是通用计算机或者通用（专用）数字硬件构成的系统，按给定的处理程序对数字信号进行运算，处理结果以数字的形式输

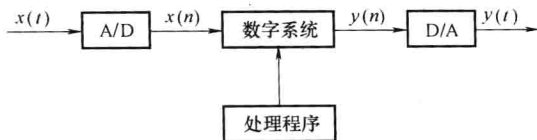


图 1.1 数字信号处理系统的基本结构

出。数字输出经过数模(D/A)转换得到模拟输出。

数字信号处理系统以数学运算的形式对数字信号实现分析和处理,摒弃了传统的模拟处理的形式,具有处理功能强、精度高、灵活性大、稳定性好等优点,随着大规模集成电路技术的不断发展,处理的实时性也不断得到提高。

目前,在工程上常用的系统为线性系统,这是一类满足叠加原理的系统。设 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 分别是系统对 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的响应序列,则线性系统满足如下的变换:

$$\begin{aligned} T[ax_1(n) + bx_2(n)] &= aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] \\ &= ay_1(n) + by_2(n) \end{aligned} \quad (1.1)$$

式中, a 和 b 是任意常数。

令 $h_k(n)$ 为系统对 $\delta(n-k)$ 的响应,而 $\delta(n-k)$ 为出现在 $n=k$ 处的一个单位采样,则

$$y(n) = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)\right] \quad (1.2)$$

对于线性系统来说,式(1.2)可写成

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h_k(n) \quad (1.3)$$

非移变系统具有如下特征,如果 $h(n)$ 是对于 $\delta(n)$ 的响应,则对于 $\delta(n-k)$ 的响应为 $h_k(n) = h(n-k)$, 其中 k 为正或负的整数,式(1.3)可重写成如下形式:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \quad (1.4)$$

通常把式(1.4)表示的关系称为离散卷积和,即系统的输出序列 $y(n)$ 等于它的输入序列 $x(n)$ 与系统单位冲激响应 $h(n)$ 的离散卷积,一般用下列符号表示:

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (1.5)$$

对式(1.4)进行变量替换,则得到另一种表示:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k)x(n-k) = h(n) * x(n) \quad (1.6)$$

两个线性非移变系统可作级联组合或并联组合以构成一个等效的线性非移变系统。图1.2和图1.3概括了这种性质。

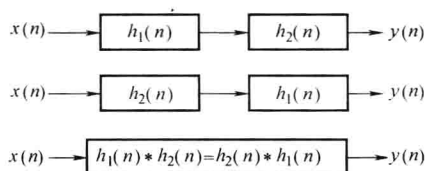


图1.2 具有相同单位冲激响应的
3个线性非移变系统

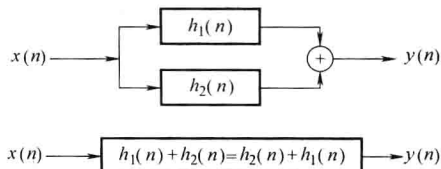


图1.3 线性非移变系统的
并联组合及其等效系统

1.3 数字信号处理的发展历史

数字信号处理是从20世纪60年代以来,随着信息学科和计算机学科的高速发展而迅速发展起来的一门学科,其重要性日益在各个领域的应用中表现出来。

1948 年 C. E. Shannon 以题为“通信的数学理论”(A Mathematical Theory of Communication) 的论文奠定了经典信息论的基础。从数学的观点来看, 信息论包括信息源的数学结构、作为信息量的熵理论、信道理论和编码理论等。概率统计理论和代数方法是信息论发展的主要数学工具。Shannon 和之后的 Kolmogorov 就系统的不确定性或信息所定义的 Shannon 熵和 Kolmogorov-Sinai 熵成为信息技术中最重要的一个度量。

第二次世界大战以后, 随着计算机和微电子学的飞速发展, 科技界的技术革命反映从经典信息论到现代信息理论的转变。从模拟量到数字量的转换加速了这一转变过程, 信息技术在人们面前展示了一个广阔的、内容丰富的研究和应用领域。

微电子技术和计算机技术的发展为数字信号处理提供了必要的物质基础。库利(J. W. Cooley) 和图基(J. W. Tukey) 在 1965 年发明了一种快速傅里叶变换算法(FFT), 它的出现使数字信号处理的速度提高了几个数量级, 开创了数字信号处理的新时代。

在大规模集成电路技术以及处理算法的进一步发展和推动下, 数字信号处理得到了迅猛发展和广泛应用, 各种专用器件和设备不断涌现, 特别是 20 世纪 80 年代推出了数字信号处理器芯片(DSP), 极大地提高了信号实时处理能力, 是数字信号处理技术发展的又一个里程碑。

目前, 数字信号处理的应用遍及雷达和声纳的目标检测、语言合成、数字音乐、电站的状态监测系统、飞行器的故障诊断、脑电图(EEG) 机、核磁共振装置等, 这些应用反映了数字处理技术的强大功能和重要应用意义。在非工程技术领域中, 如金融活动, 人们也在尝试使用数字信号处理从数据库的海量数据中挖掘和发现所希望获得的知识。数字信号处理影响了通信、语言处理、多媒体、运输、声学、生物医学等一系列领域, 从而深深地进入人们的现代生活之中。

1.4 数字信号处理的进展和挑战

本节简单地介绍一些数字信号处理方面的进展和挑战。

1. 现代信号处理

本书主要包括经典信号处理内容, 而现代信号处理内容包括随机信号、参数估计理论、现代谱估计、自适应滤波、高阶信号分析、时频信号分析、线性变换与非线性变换方法等。与传统的数字信号处理内容相比较, 这些处理算法在数学深度上和处理能力上都有了质的变化。

2. 数字全媒体信号处理

多媒体可定义为感知过程, 通过对应于各个感知器的组成内容的释放影响人的感觉过程。而全媒体的概念来自于传媒界的应用层面, 在英文中为“omnimedia”, 为前缀 omni 和单词 media 的合成词, 它是指媒介信息传播采用文字、声音、影像、动画、网页等多种媒体表现手段(多媒体), 利用广播、电视、音像、电影、出版、报纸、杂志、网站等不同媒介形态(业务融合), 通过融合的广电网络、电信网络以及互联网络进行传播(三网融合), 最终实现用户以电视、计算机、手机等多种终端均可完成信息的融合接收(三屏合一), 实现任何人、任何时间、任何地点、以任何终端获得任何想要的信息(5W)。

数字全媒体综合运用各种表现形式, 如文、图、声、光、电, 进行全方位、立体地展示

传播内容,同时通过文字、声像、网络、通信等传播手段来传输的一种新的传播形态。而全媒体的技术核心内容为信息技术和通信技术,其中尤以数字全媒体信号处理为其技术重点。

数字全媒体信号处理对有关的多媒体知识在信息处理方面进行全面的发展与研究,其内容包括数字多媒体概念及应用、数字多媒体与网络、多媒体编码与信号处理、人机接口与信号处理,以及多媒体广播与信号处理、多媒体设备与信号处理、多媒体与印刷图像处理等。

如数字视频新媒体拥有广阔发展的前景和空间。传统媒体向新媒体拓展的一个重要方向就是包括网络视频、数字电视、手机电视、户外显示屏在内的各种视频媒体。

3. 机器学习

机器学习是一门人工智能的多领域交叉学科,涉及概率论、统计学、逼近论、凸分析、算法复杂度理论等多门学科。该领域的主要研究对象是人工智能,特别是如何在经验学习中改善具体算法的性能。它是对能通过经验自动改进的计算机算法的一种研究,也是用数据或以往的经验,优化计算机程序的性能标准。

机器学习理论主要是设计和分析一些让计算机可以自动“学习”的算法,是一类从数据中自动分析获得规律,并利用规律对未知数据进行预测的算法。因为学习算法中涉及了大量的统计学理论,机器学习与统计推断学联系尤为密切,所以也被称为统计学习理论。具体内容包括人工智能、计算智能、数据挖掘(Data mining)、模式识别(Pattern recognition)、计算机科学、统计学、自主控制机器人、归纳逻辑编程、决策树、神经网络、强化学习、贝叶斯学习、最近邻居法、计算学习理论。

机器学习兴起于2000年,其应用已经遍布数据挖掘、计算机视觉、自然语言处理、生物特征识别、搜索引擎、医学诊断、检测信用卡欺诈、证券市场分析、DNA序列测序、语音和手写识别、战略游戏和机器人运用等领域。

习 题

- 1.1 什么是信息、信号和消息?
- 1.2 简述数字信号处理的历史和发展。
- 1.3 从网络或者图书馆等查询数字信号处理的最新发展和应用。

第 2 章 连续信号的分类和采样

本章重点介绍连续信号的采样，主要介绍连续信号及其一般分类，信号卷积和信号由连续到离散的采样定理。

2.1 信号随时间变化的分类

信号可表示为一个或多个变量的函数。例如，锅炉的温度可表示为温度随时间变化的函数；语音信号可表示为声压随时间变化的函数；一张黑白图片能表示为灰度随二维空间位置变化的函数。

信号的分类方法很多，根据信号随时间变化的特点，可将信号分为如图 2.1 所示的类型。按照信号在时域是否离散可以划分为连续时间信号与离散时间信号；按照信号的能量和功率是否有限可以分为能量有限信号和能量无限信号、功率有限信号和功率无限信号等。这些概念在本章各章节中分别加以描述，而对随机信号的分类在以后的章节中只作简单的介绍。

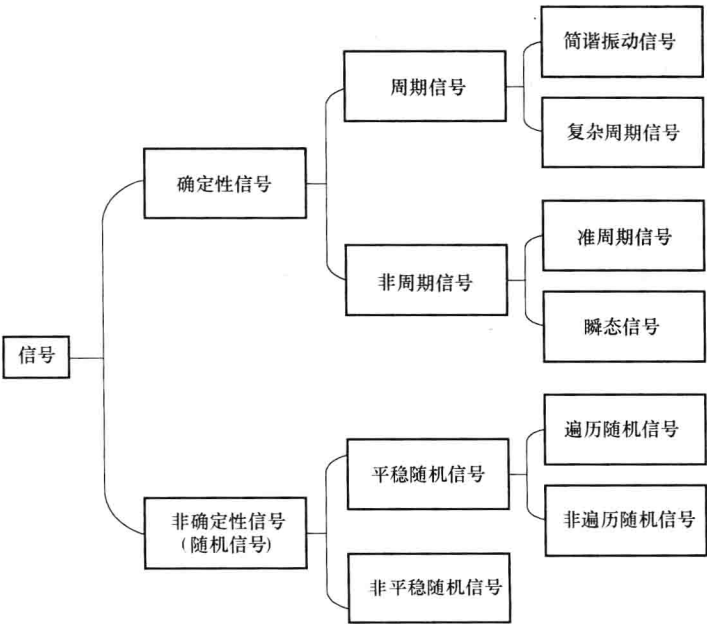


图 2.1 信号分类

1. 连续时间信号与离散时间信号

对连续时间定义域内的任意值（除若干不连续点之外），都可以给出确定的函数值，该信号称为连续时间信号，简称连续信号（Continuous signal），通常用 $f(t)$ 或 $x(t)$ 表示。连

续信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。幅值是连续的连续信号,称为模拟信号 (Analog Signal),所以连续信号不一定是模拟信号。例如,图 2.2a 表示一个模拟信号,图 2.2b 表示一个具有离散幅值的连续信号。

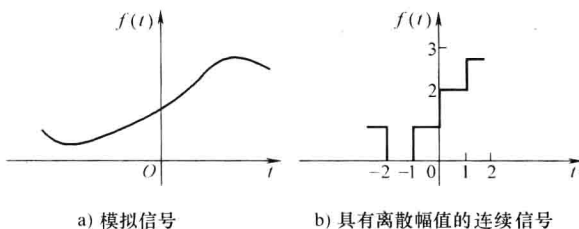


图 2.2 连续时间信号

离散时间信号的时间定义域是离散的,它只在某些不连续的指定时刻具有函数值。一般情况下,离散信号取均匀时间间隔,其定义域成为一个整数集。数字信号 (Digital Signal) 属于离散信号,但其幅值则被限定为某些量化值。数字信号是离散信号,而离散信号不一定是数字信号。离散信号用 $f(n)$ 的形式表示,其中 n 为整数,表示序号,因此离散信号也称为序列。图 2.3a 描绘的是离散信号,图 2.3b 为数字信号。

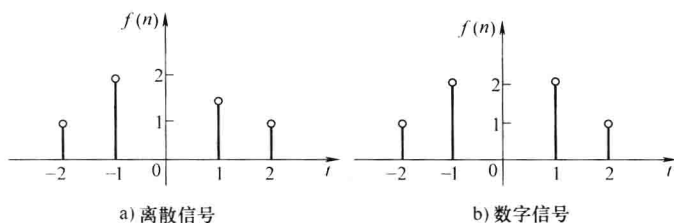


图 2.3 离散时间信号

2. 确定信号与随机信号

可用明确的数学关系式描述的信号称为确定信号,它可分为周期信号和非周期信号,如正弦信号、指数信号、阶跃信号等。不能用明确的数学关系式描述的信号称为随机信号,随机信号只能用概率统计的方法描述。

3. 周期信号与非周期信号

周而复始、无始无终的信号称为周期信号 (Periodic Signal)。周期 (Period) 为 T 的周期函数 $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = f(t + nT), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.1)$$

正弦信号是最简单的一种周期信号,具有单一频率 f_0 和周期 $T = 1/f_0$,而复杂周期信号是由频率比为有理数的不同频率的正弦信号叠加而成,它可以展成傅里叶级数,周期方波、周期锯齿波等都是复杂周期信号的例子。

非周期信号不具有周期信号的特点,如指数信号就是瞬态非周期信号。

凡能用明确数学关系式描述的但又不属于周期信号的信号,均称为非周期信号,它包括

准周期信号和瞬态非周期信号。

准周期信号是由彼此频率比不全为有理数的两个以上正弦信号叠加而成的, 例如:

$$x(t) = x_1 \sin(t + \theta_1) + x_2 \sin(\sqrt{50}t + \theta_2)。$$

除了准周期信号以外的非周期信号均为瞬态非周期信号。例如, 单一三角波、半正弦波、指数衰减信号等。瞬态非周期信号与准周期信号、周期信号不同, 它不能用离散谱表示, 但可以用傅里叶积分表示成连续谱。

4. 能量信号与功率信号

从能量的观点来, 如把信号 $f(t)$ 看作加在 1Ω 电阻上的电流, 则在时间间隔 $-T \leq t \leq +T$ 内所消耗的能量为

$$W = \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_{-T}^{+T} f^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt \quad (2.2)$$

其平均功率为

$$P = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f^2(t) dt \quad (2.3)$$

若信号函数平方可积, 即 W 为有限值, 称为能量有限信号, 简称能量信号 (Energy Signal)。根据式 (2.3), 能量信号的平均功率为零。客观存在的信号大多是持续时间有限的能量信号。

若信号 $f(t)$ 的 W 趋于无穷 (相当于 1Ω 电阻消耗的能量), 而 P (相当于平均功率) 为不等于零的有限值, 则称为功率信号 (Power Signal)。一个幅度有限的周期信号或随机信号能量无限, 但功率有限, 则为功率信号。一个信号可以既不是能量信号, 也不是功率信号, 但不可能既是能量信号又是功率信号。

例题 2.1 判断下列信号哪些属于能量信号, 哪些属于功率信号。

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \begin{cases} A & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ f_2(t) &= A \cos(\omega_0 t + \theta), \quad -\infty < t < +\infty \\ f_3(t) &= \begin{cases} t^{-1/4} & t \geq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned}$$

解: 计算上述 3 个信号的 W 、 P , 分别为

$$\begin{aligned} W_1 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^1 A^2 dt = A^2 \\ P_1 &= 0 \\ W_2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \infty \\ P_2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T}^T \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2} \\ W_3 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T t^{-1/2} dt = \infty \\ P_3 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_1^T t^{-1/2} dt = 0 \end{aligned}$$

式中, $f_1(t)$ 为能量信号; $f_2(t)$ 为功率信号; $f_3(t)$ 既非能量信号又非功率信号。

5. 奇异信号

如果信号本身具有不连续点, 或者其导数与积分有不连续点, 则称之为奇异信号。冲激信号与阶跃信号就是两种典型的奇异信号。

2.2 卷积

1. 卷积积分

一个线性时不变连续系统的单位冲激响应为 $h(t)$, 表示系统在零初始条件下输入为单位冲激信号 $\delta(t)$ 时输出为 $h(t)$ 。由系统的时不变性, 有

$$\delta(t - k\Delta t) \rightarrow h(t - k\Delta t)$$

又由系统的齐次性, 有

$$x(k\Delta t)\Delta t\delta(t - k\Delta t) \rightarrow x(k\Delta t)\Delta th(t - k\Delta t)$$

按照系统的叠加性, 将不同延时和不同强度的冲激信号叠加后输入系统, 系统的输出响应必是不同延时和不同强度冲激响应的叠加, 即

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t)\delta(t - k\Delta t)\Delta t \rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t)h(t - k\Delta t)\Delta t$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 有 $k\Delta t \rightarrow \tau$, $\Delta t \rightarrow d\tau$ 于是有

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t - \tau)d\tau \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau = x(t) * h(t)$$

表明线性时不变系统对任意输入信号 $x(t)$ 的响应是信号 $x(t)$ 与系统单位冲激响应 $h(t)$ 的卷积, 即

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (2.4)$$

该式表明, 如果已知线性时不变系统的单位冲激响应 $h(t)$, 则系统对任意输入信号 $x(t)$ 的响应 $y(t)$ 就可以通过卷积求得。可见式 (2.4) 反映了线性时不变系统的输入输出变换关系, 或者线性时不变系统的单位冲激响应是系统输入输出关系的表征, 它是对系统的特性和功能的完全、充分的描述。

上述信号的响应过程可用图 2.4 表示, 其中图 2.4b 表示不同延时不同强度的冲激信号的叠加, 图 2.4c 表示系统对任一冲激信号 Δt 的响应 $x(k\Delta t)h(t - k\Delta t)\Delta t$, 图 2.4d 则给出了各冲激响应叠加的结果。

在时域内, 卷积可看作是求解松弛线性时不变系统零状态响应的一个方法。对于连续时间系统, 如果 $x(t) = 0, t < 0$, 则积分下限取零。对于物理上可实现的因果系统, 由于在 $t < 0$ 时, $h(t) = 0$, 所以 $\tau > t$ 时, 有 $h(t - \tau) = 0$, 积分上限应取 t , 即对于 $t = 0$ 时刻加入激励信号 $x(t)$ 的线性时不变因果系统的输出响应为

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (2.5)$$

2. 卷积的性质

卷积作为一种运算, 满足一些运算规律, 并具有一些性质, 利用这些运算规律和性质, 可以简化卷积的运算过程, 并能更进一步理解线性时不变系统的特性。

卷积运算符合初等代数基本运算规律, 主要有交换律、结合律和分配律, 具体如下

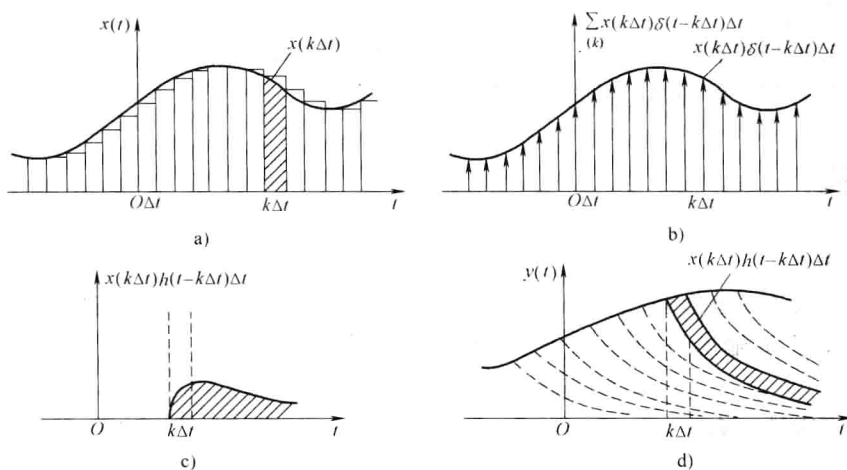


图 2.4 卷积积分示意图

交换律:

$$x(t) * h(t) = h(t) * x(t) \quad (2.6)$$

结合律:

$$[x(t) * h_1(t)] * h_2(t) = x(t) * [h_1(t) * h_2(t)] \quad (2.7)$$

分配律:

$$x(t) * [h_1(t) + h_2(t)] = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t) \quad (2.8)$$

卷积运算规律示意图如图 2.5 所示。

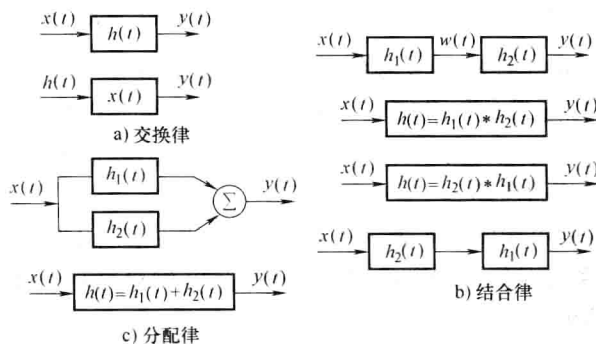


图 2.5 卷积运算示意图

3. 卷积的微分和积分

卷积积分的微分为

$$\frac{d}{dt}[x(t) * h(t)] = x(t) * \frac{d}{dt}h(t) = \frac{d}{dt}x(t) * h(t) \quad (2.9)$$

因为

$$\frac{d}{dt}[x(t) * h(t)] = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \frac{d}{dt} h(t - \tau) d\tau = x(t) * \frac{d}{dt} h(t)$$

卷积积分的积分为