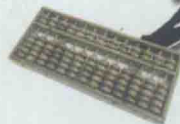


珠算長青



ZHUSUANCHANGQING

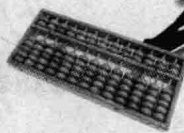
【续集】

弘扬中华珠算文化，
保护、抢救、传承发展珠算，使之成为一项影响深远的
非物质文化遗产，意义十分重大。

张德和 著

中国财政经济出版社

珠算長青



ZHUSUANCHANGQING

【续集】

弘扬中华珠算文化，
保护、抢救、传承发展珠算，使之成为一项影响深远的
非物质文化遗产，意义十分重大。

张德和 著



中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

珠算长青: 续集/张德和著. —北京: 中国财政经济出版社, 2013. 9
ISBN 978 - 7 - 5095 - 4829 - 5

I. ①珠… II. ①张… III. ①珠算 - 研究 IV. ①0121.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 225554 号

责任编辑: 王 颀

责任校对: 徐艳丽

封面设计: 九州设计

版式设计: 录文通

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.cfeph.cn>

E-mail: cfeph@cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100142

营销中心电话: 88190406 北京财经书店电话: 64033436 84041336

北京中兴印刷有限公司印刷 各地新华书店经销

787 × 1092 毫米 16 开 9.25 印张 145 000 字

2013 年 9 月第 1 版 2013 年 9 月北京第 1 次印刷

定价: 26.00 元

ISBN 978 - 7 - 5095 - 4829 - 5/O · 0041

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

本社质量投诉电话: 010 - 88190744

反盗版举报热线: 88190492 88190446

续集前言

《珠算长青·续集》中共收入五篇文章，从文化层面的不同角度阐述了珠算的发展史和珠算文化的精髓以及自古以来珠算文化所作出的贡献。这些都有助于我们在面对各种误解、歪曲珠算文化的理论和认识时能分辨是非观念，澄清模糊认识，抵制错误思想。在弘扬珠算文化中，我们要学习党的十八届六中全会精神，领会全会提出的“培养高度的文化自信、文化自信”，从民族传统走向现代，从民族自我走向世界。在与世界文明对话中找到恰当的位置，把握正确的方向，实现珠算文化的再度振兴，造福子孙后代。

目 录

珠算和我国古代数学文化	(1)
解放思想 促进珠算文化的觉醒	(26)
敦煌千佛洞算书手抄本中的算盘	(80)
构建当代中国基础数学教育知识结构	
——喜读《13 世纪的中国多项方程》	(88)
中日美数学专家关于数学教育和珠算文化的时空对话	(107)
附录一“弘扬中华珠算文化”专题研讨会主题文件	(129)
附录二“弘扬中华珠算文化”专题研讨会纪要	(134)
附录三 珠算：不该被遗忘的角落	(137)

珠算和我国古代数学文化

珠算是中华数学文化的瑰宝，是一项影响深远的非物质文化遗产。

2008 年，国务院批准将珠算列入“国家级非物质文化遗产”名录（序号 1026，编号 X-119）。

2013 年我国文化部向联合国科教文组织递交了将珠算列为“人类非物质文化遗产”名录的申请报告。无论评审的结果如何，我们都应在非物质文化层面上，加深对珠算的认识和理解，一如既往地、毫不动摇地贯彻“抢救、保护、传承、发展”的工作方针，坚持不懈地为弘扬中华珠算文化而努力。

国务院“关于加强我国非物质文化遗产保护工作的意见”中指出：“非物质文化遗产是各族人民世代相承，与群众生活密切相关的各种传统文化表现形式和文化空间。非物质文化遗产既是历史发展的见证，又是珍贵的、具有重要价值的文化资源。”

珠算历史悠久，它“源于商周，始于秦汉，臻于唐宋，盛于元明。”其中，“始于秦汉”还得到世界东西方媒体的认同。2007 年《印度时报》和英国《独立报》相继刊登了“改变着世界的”五十项和一百零一项发明，其中我国算盘都列在第一位，时间是公元 190 年，距今约有两千年了。依据的是东汉徐岳撰写的《数术记遗》中，第一次有了“珠算”的名词和其结构的说明。东西方媒体的认同，表明我国算盘已经从中国传统的文化走向世界的文明，据统计珠算已推广到二十六个国家和地区。这也从不同角度反映了它已经具有“人类非物质文化遗产”的特征。

国内外学者把珠算的起源定格在公元 190 年，这也是对《数术记遗》这部我国古代唯一的一部数学和计算工具著作的肯定。《数术记遗》不仅提

到珠算，还提到了珠算和筹算各自以前的发展史，从根本上否定了数学史界的“珠算是继承筹算”的主流观点，这不仅有助于我们了解珠算的真实发展史，更有助于我们对珠算所具有的“珍贵的、重要价值的文化资源”的认识和理解。

一

我国古代数学的机械化算法体系和西方数学的公理化逻辑演绎体系是世界数学的两大源泉，在世界古典数学中交相辉映，推动了世界数学的发展。

我国古代数学在两汉时期（公元前 200—公元 220 年）、魏晋南北朝（公元 317—589 年）、和宋元时期（公元 13 世纪）都领先于世界水平。

“中国传统数学是东方式数学的典型，形数结合，以算为主，使用算器建立一套算法体系是中国传统数学的显著特色。”“中国数学实用性的特征，决定了它的发展以解决实际问题 and 提高计算技术为其主要目标。”^①

我国古代的“经世致用”的传统思想，就是注重实用、实践和实际的经验。我国古代数学的代表作《九章算术》中也突出体现着应用数学的体系。

《九章算术》九章的内容表^②

章名	用途	基本内容	所属领域
方田	以御田畴界域	分数四则运算、求最大公约数和各种面积计算的算法	生产
粟米	以御交质变易	各种涉及比例的算法及相关的问题	流通、消费
衰分	以御贵贱禀税	比例分配的算法和一些涉及算术计算的问题	管理、分配
少广	以御积幂方圆	面积体积逆运算的算法，特别是开方、开立方的算法	生产
商功	以御功程积实	各种立体的体积算法和工程土方相关的算法	生产
均输	以御远近劳费	政府机构均衡负担征收赋税的算法	管理

① 《中国数学史大系》第一卷，主编吴文俊，北京师大出版社，1998 年版，第 97 页。

② 《中国古代数学思想》，孙宏安著，大连理工大学出版社，2008 年版，第 76 页。

续表

章名	用途	基本内容	所属领域
盈不足	以御隐杂互见	提供关于“盈不足”（双设法）的算法作为数学模型，用来解决各种问题	各领域
方程	以御错糅正负	提供关于“方程”（线性方程组）的算法作为数学模型，用来解决各种问题	各领域
勾股	以御高深广远	提供关于“勾股”（直角三角形）的算法作为数学模型，用来解决各种问题	各领域

表中“用途”栏中是引用刘徽注文中的话。

我们知道，从现实问题到算法模式，其中有一个过程，那是一个探索、归纳的思维过程。但古人在这之前，还有一个必须经历的过程，那就是如何认识数，如何数数，如何运用数，换句话说，就是要摸索形成算理、算法、记数方法和计算工具的过程，这是数学运算的基础。其中，尤其是如何对待计算工具——器，如何发挥它的作用，在古代哲学、学术和科学技术领域里“器”占有重要的位置，并且经历了一个漫长的和充满哲理的形成过程。因为我国计算工具和古代数学密不可分，是伴随着数学同步成长的。

我国的计算工具和算法，筹算和珠算都有着共同的历史和文化渊源，是由中国古代优秀传统文化蕴育出来的，尤其与《易经》至为密切。同时珠算又是中国传统数学的基本，细考中国古代数学各个部分，无不与珠算思想方法息息相关。这从《易经》中可以反映出来。“我国的儒家文化、道家文化，一切中国文化都是从周文王著作了这本《易经》以后发展下来的”。“自孔子以来不少学者也对《易经》进行研究。据说《系辞》就是孔子研究《易经》以后的心得报告。”^①

《系辞》上传第十一章：“子曰：夫易何为者也，开物成务，冒天下之道，如斯而已者也。”大意是“宇宙万物，一切最高的道理法则都在这范围之内，冒天下之道，大原则都在里边，如斯而已。”

接着说：“崇高莫大于富贵，备物致用，立成器以利天下，莫大乎圣人。”这是说：“要能对百万人有利才是备物，才是富贵，才是立成器以为

^① 本文有关《易经》、《系辞》的引文和解说，均引自南怀瑾著《易经系传别讲》和《易经杂说》，中国世界语出版社，1996年版。

天下利，才是万物皆备于我，然后建立一样有用的东西，就像科学家发明一样于万民有利的东西一样。这就是事业，它可以使天下万民后人都得到利益。这也是功德，这种崇高的智慧能做得到的，当然莫大乎圣人，这就是得道的人。例如我们身上穿的衣服，就是黄帝的妃子嫫祖发明的。”那么，宇宙的一切最高的道理、原则，我们怎样才能得到呢？

《系辞》中又说：“是故天生神物，圣人则之。”就是说：“一枝蓍草、一个龟壳都是天生的神物，圣人则之，则就是效法，让我们去效法。”为什么呢？因为“是故蓍草之德园而神，卦之德方以知。”说是“蓍草长得很怪，它整个的心是圆的，中间有孔，空灵代表了无思、无为”。“德方以知，德是讲性能，方以知，方代表四面八方，无所不到，我们演的‘卦’具有最高的智慧。”这就引到“器”上来了。

这从哲理上说明为什么古人用蓍草、菡竹，以至算筹（筹最初也是竹制的，也是空心的）占卦来演绎天文、人间的变化，以后又发展到演算数理了。所以我国古代天文和早期数学不可分。数学在天文历算中起重要作用，数学也在天文历算中发展起来的。《周髀算经》就是最好的证明，它是天文方面的书，其中更有早期古代的数学。

我国古代数学中不仅有算筹和算珠类计算工具，而且至晚到春秋时期，规矩也被广泛使用了。山东嘉祥县汉武梁祠石室（公元129—147年）其中就有女娲手执规，伏羲手执矩的造像。汉代《史记·夏本纪》中记载大禹治水“左准绳，右规矩。”说的都是公元前2000年的事了。规是圆规，矩是直角尺，准绳是确定铅垂直方向的器械，所谓：“没有规矩，不能成方圆”。“器”是伴随数学同步成长的。这也是“立成器以利天下”。孔子在《论语》中也说：“工欲善其事，必先利其器”。那么，什么样的“器”才是“利”的呢？

二

《系辞》在“天生神物，圣人则之”以后又说“河出图洛出书，圣人则之”。

相传伏羲时期河边出来一匹龙马，驮了一个黑白点的图，伏羲看了

“河图”才画了“八卦”。大禹的父亲治水不成被杀，禹继续治水，大禹感动了天地，于是洛河里出现了一只大乌龟，背上驮了一个图案“洛书”，使大禹悟透自然法则，终于把水治平。这是古代的神话，但在文物、古籍中是有依据的，在商代甲骨文、周文王“后天八卦”和《数术记遗》的九宫算中就是洛书中的数字排列，它们是一致的。

在我国最早出现的文字著作《尚书·洪范》中记载：“初一曰五行。又说五行一曰水、二曰火、三曰木、四曰金、五曰土。《洪范》里一共讲了九大问题（又称九畴）也就是治理国家的九大基本法则，其中初一曰五行。古人首先想到的是宇宙形成，万物生长，这就是从宇宙观、世界观的角度来提出五行。请注意《洪范》中五行排列的顺序是水、火、金、木、土，与它们相对应的数字分别是一、二、三、四、五以及第二循环的六、七、八、九、十。一、二、三、四、五是五行的生数，而六、七、八、九、十则是五行的成数，这是一个经典的排列。^①这个排列和河图是一致的，所以说“这个图案产生了数学的方法，数学的观念。这两种图案合起来，就产生了中国数理的哲学和工程上的应用学说”。“在世界科学史上天文和数学都以中国的为最古老。当时我们已经进步到归纳数理。现代西方的数学都是向外演绎的，演算方法越算越多。中国的文化是归纳的，就是把很多公式、方法一个个慢慢归纳起来，最后归纳到十个数，而且方法非常简单，只是加与减。就哲学的观点而言，宇宙的万物不是增加就是减少，没有第三种现象。”即使归纳到十个数，仍未停顿，再归纳到一、二、三、四、五的生数以及五和一、二、三、四组成的六、七、八、九的成数。这也是河图中的内圈和外圈的关系。

“河图”体现数的理，是河洛理论中的基石性概念，天地生成数的核心完全是围绕生数展开的。“洛书”是数的用。

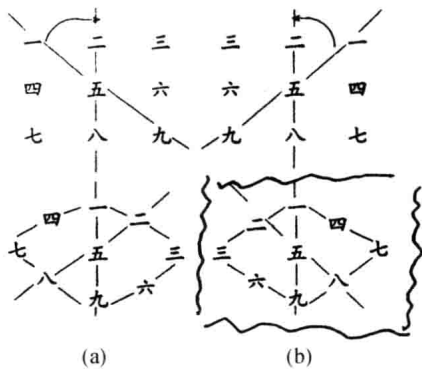
河图洛书、后天八卦、九宫算的数字排列反映了古代数学丰富的理念和空间关系。从以下的各种图形中我们可以看到其中蕴含着：

筹算和算珠都是以五和一、二、三、四形成的生数以及五和一、二、三、四组成的六、七、八、九的成数。其中包含着很深的数学理念：一是由此而产生了五升制；二是河洛中数字按方位排列，引导了古代算具在寻觅算

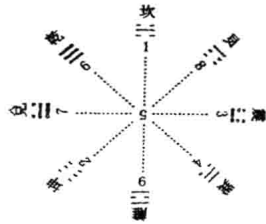
^① 《中华文化十一讲》，庞朴著，中华书局，2008年版，第50页。

位的时候，始终在方位以及从颜色区别方向上找办法，最后形成了最简单又最伟大并且是世界上最早又最先进的十进位值制。

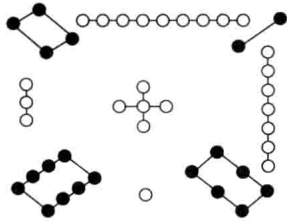
甲骨文^①



后天八卦^②



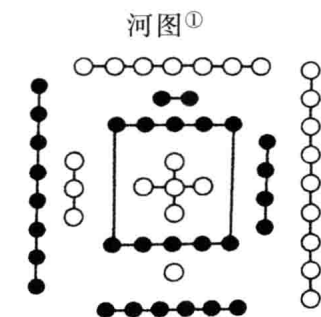
洛书^③



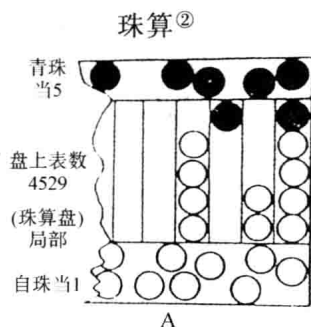
九宫算^④

巽四	离九	坤二
震三	五	兑七
艮八	坎一	乾六

① 《中国数学史大系》第二卷，吴文俊主编，北京师范大学出版社，1998 年版，第 157 页。
② 《易经杂说》，南怀瑾著，复旦大学出版社，1997 年版，第 14 页。
③ 《易经杂说》，南怀瑾著，复旦大学出版社，1997 年版，第 95 页。
④ 《易经杂说》，南怀瑾著，复旦大学出版社，1997 年版，第 95 页。

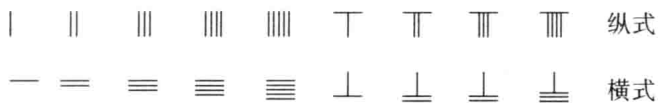


内圈生数，5居中，1、2、3、4在圈内，6、7、8、9在圈外，由圈内生数组成。



5居上，1、2、3、4以1珠累数表示，为生数。6、7、8、9，由5和1、2、3、4生数组成。

筹算



《孙子算经》中关于筹算记数规则，称“凡算之法，必先识其位，……一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当”。

上列横式和纵式两种数码，表示数字1—9。个位、百位、万位用纵式；十位、千位、十万位用横式。由于在乘法中有“言十即过，不满自如”，也就是逢十进一，所以也说明它是十进位值制的。

筹算和珠算中蕴含的十进位值制对于数学而言，如同空气和水对人类一样，平凡而重要，又是须臾不能离开的。

吴文俊院士说：“中华民族是这发明（指十进位值制）当之无愧、独一无二的发明者，这一发明对人类文化贡献之巨，纵然不能与火的发明相比，至少是可与文化史上我国四大发明相媲美的，中华民族应以这一发明而引以为傲。”^③

法国数学家拉普拉斯（公元1749—1827年）说：“用十个记号表示一切的数，每个记号不但有绝对的值，而且有位置的值——这是一个深远而又

① 《易经杂说》，南怀瑾著，复旦大学出版社，1997年版，第95页。

② 《珠数学》，郭启庶著，河南工业出版社，1994年版，第15页。

③ 《吴文俊论数学机械化》，山东教育出版社，1995年版，第34页。

重要的思想，它今天看如此简单，以致我们忽视了它的真正伟绩，但恰恰是它的简单性以及一切计算都提供了极大的方便，才能使我的算术在以前有用的发明中列在首位。而当我们想到它竟逃过了古代最伟大的两位人物阿基米德和阿波罗尼的天才思想的关注时，我更感到这成就的伟大了。”^①

李约瑟博士则说：“如果没有这种十进位值制，就几乎不可能出现这个统一化的世界了。”^②

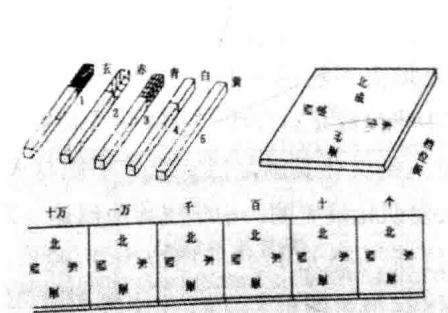
三

但行文至此，有必要作一个重要的停留，因为算盘和算筹的形成并非一蹴而成。它们各自经历了本身以前的发展历史，是由算筹类和算珠类的计算工具演变至今。

《数术记遗》中所列各种算法，由于社会意识的压力，作者不能明言为了推出算盘，而是打乱了算筹类和算珠类的各自发展的轨迹。但我们不难根据内在发展的脉络，把它们归类排出先后。可以看清这两类计算工具，虽然有相同的历史和文化渊源，但都各有自己发展的道路。以下所引用的图和注文，均引自《当代中国珠算》中的“珠算史略”。

算筹类计算工具：成数算、五行算、把头算、筹算。

（一）成数算



筹作算子的成数算示意图

① 《数·科学的语言》，（美）T·丹齐克著，商务出版社，1985年版，第16页。

② 《中国科学技术史》第三卷《数学》，科学出版社，1987年版，第333页。

文曰：春夏生养，秋冬收成。注曰：为算之法，位别须五色算一枚，其一算之象头，各以黄色为本以生数也；余色为首其五行各配土，为成数也。水玄生数一，成数六。火赤生数二，成数七。木青生数三，成数八。金白生数四，成数九。若以首向东及南为生数，向西及北为成数。假令有九亿八千七百六十五万四千三百二十一者，则以白算首向北为九亿，以青算首向西为八千，以赤算首向北为七百，以玄算首向西为六十，以黄算一枚为五万，以白算向东为四千，以青算首向南为三百，以赤算首向东为二十，以玄算首向南为一也。故首向东向南为生数，向西向北为成数，故云春夏生养，秋冬收成也。

从图文可见，十进位值制自然天成。成数算的特点是用五根筹表示十个数，于是一根上用了二种颜色区别生成数。但要在实际运用时，要用哪一个数，就只能按所需的数所表示的颜色指向不同的方向来区别。即首向东及南为生数，向西及北是成数。

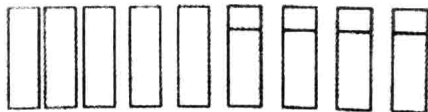
（二）五行算

玄	赤	青	白	黄	黄	黄	黄	黄
色	色	色	色	色	玄色	赤色	青色	白色
1	2	3	4	5	6	7	8	9

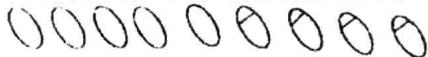
可用树皮、果皮、厚兽皮、方筹等



可用筹、木片、树皮、果皮、方筹等



可用薄卵石、果核、蚕豆或扁圆木片等



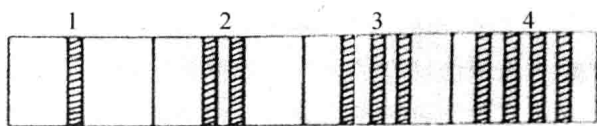
五行算示意图

文曰：五行算，以生兼生，生变无穷。注云：五行之法，水玄生数一，火赤生数二，木青生数三，金白生数四，土黄生数五。今为五行算，色别九枚，以五行色数相配，为算之位。假令有九亿八千七百六十五万四千三百二十一者，则以白算配黄为九亿，以青算配黄为八千，以赤算配黄为七百，以

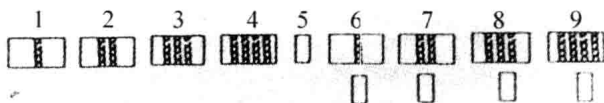
玄算配黄算为六十，以一黄算为五万，以一白算为四千，以一青算为三百，以一赤算为二十，以玄算为一也。故曰以生兼生，生变无穷。

从图文看，算位是按数字先后排列体现十进位值制的。但它比成数算先进些，不是用五根而是九根筹来表示，也就是用不同颜色代表的五和一、二、三、四相配来显示九个数字。其中已经包含着用五和一、二、三、四相配，形成六、七、八、九等数了。向生成数方向前进了一步。

(三) 把头算



把头算齿的四个表面展开图



把头算一至九各数示意图

文曰：把头算，以身当五，目视四方。注云：把头之法，位别须算二枚，一漫一齿，齿者一面刻为一，其一面为二，一面为三，其一面为四也。漫者为把头（头，各本原文是“为犹”二字）即为五算。至齿为把头，一目当一算。故曰以身当五，目视四方也。

从图文看，十进位值制是以数字排列先后来体现。只是表示生成数的方法更进了一步。直接把表示五的那根拿出来和一、二、三、四配对，组成六、七、八、九。筹算模式已经明晰可见了。

(四) 积算、筹算

积算即筹算，在《数术记遗》成书时早成常算。它的示数形式有两种。在两个相邻数位上，不能同用纵式横式，其用法在《孙子算经》（约公元5世纪）中这样规定：“凡算之法，先识其位，一纵十横，百立千僵（百位纵式，千位横式），千十相望，万百相当。在《夏侯阳算经》中还多‘满六以

上，五在上方’”。

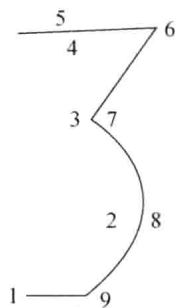
生成数已经用最简练方法组成，而算位则用纵式和横式两种筹式来展示，仍然是十进位值制。



再看算珠类计算工具的演变：了知算、太乙算、两仪算、三才算、珠算。

(一) 了知算

文云：了知算，首唯秉五，腹背两兼。注云：了算之法，一位为一了字。其了有三曲，其下股之末，内主一，外主九。下次第一曲，内主二，外主八。其第二曲，内主三，外主七。其第三曲，内主四，外主六。当了字之首独主五。故曰首唯秉五，腹背两兼也。



了知算示意图

了知算似乎一位一图来表示十进位制。生数以1—4为主和6、7、8、9对应，共所处位置是洛书中排列的位置更改，对应不变。因只显补数，不是成数，所以成数只能直接表示。示数不及其他，故列前。

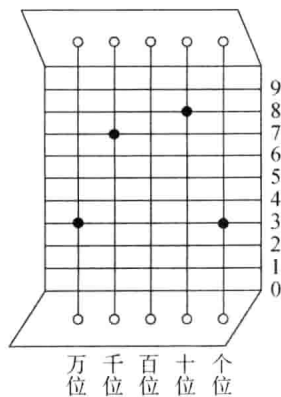
(二) 太乙算

文曰：太乙算，太乙之竹，去来九道。注云：刻板横为九道，竖以为柱，柱上一珠，数从下始，故曰去来九道也。由图可知，此柱上下珠起游标作用，真正表示数的是水平九道。

太乙算和了知算相同的是算珠放在什么方位，表示什么数，所以算珠只起游标的作用，本身并不能直接计数。

其次，已经用一柱一个算位来表示十进位值制了，这是用“器”进行计算的必然结果。

但用十个空格表示数，范围过大，操作不方便。

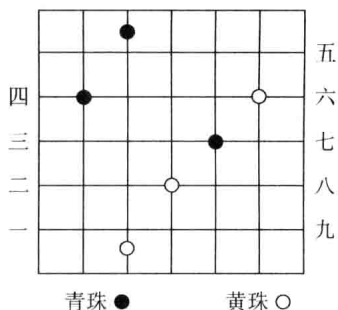


太乙算示意图

(三) 两仪算

文曰：两仪算，天气下通，地禀四时。注云：刻板横为五道，竖以为位，一位两珠，上珠色青、下珠色黄。其青珠自上而下，至上一刻主五，第二刻主六，第三刻主七，第四刻主八，第五刻主九；其黄珠自下而上，至下一刻主一，第二刻主二，第三刻主三，第四刻主四而已。故曰天气下通，地禀四时也。

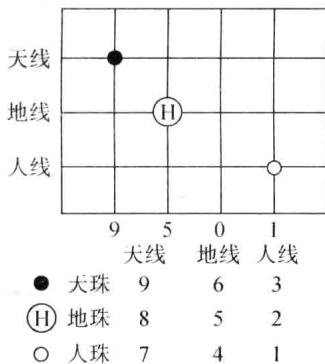
很明显它改进了太乙算具过长的缺点，只用六个空格。又因为1—4，5—9并列，采用了黄青两珠，以区别1—4，5—9的不同。但还是以刻板代替，算珠仍起游标作用。但已为发展上下珠打开思路，有如太乙立柱穿珠，为以后算盘立柱串珠打开思路是同样的道理。基本已较太乙算进步了。仍以柱代算位，坚持了十进位值制。



两仪算示意图

(四) 三才算

文曰：三才算，天地和同，随物变通。注云：刻横板为三道，上刻为天，中刻为地，下刻为人，竖为算位。有三珠，青珠属天，黄珠属地，白珠属人。又其三珠通行三道，若天珠在天为九，在地主六，在人主三。其地珠在天为八，在地主五，在人主二。人珠在天主八，在地主四，在人主一。故曰天地和同，随物变通。亦况三元，上元甲子一、七、四，中元甲子二、八、五，下元甲子三、六、九，随物变通也。



三才算示意图

三才算和太乙，两仪同样道理，也是刻度计数，算珠也只起游标作用，其刻度更短了。由太乙十格，到两仪的六格，到三才的四格，这也预示着在刻度计数并将算珠作游标作用的道路上已经走得差不多了，似乎已无路可走了，这也为直接将算珠作为计数本身创造了前提。十进位值制乃用柱来体现，坚持不变。