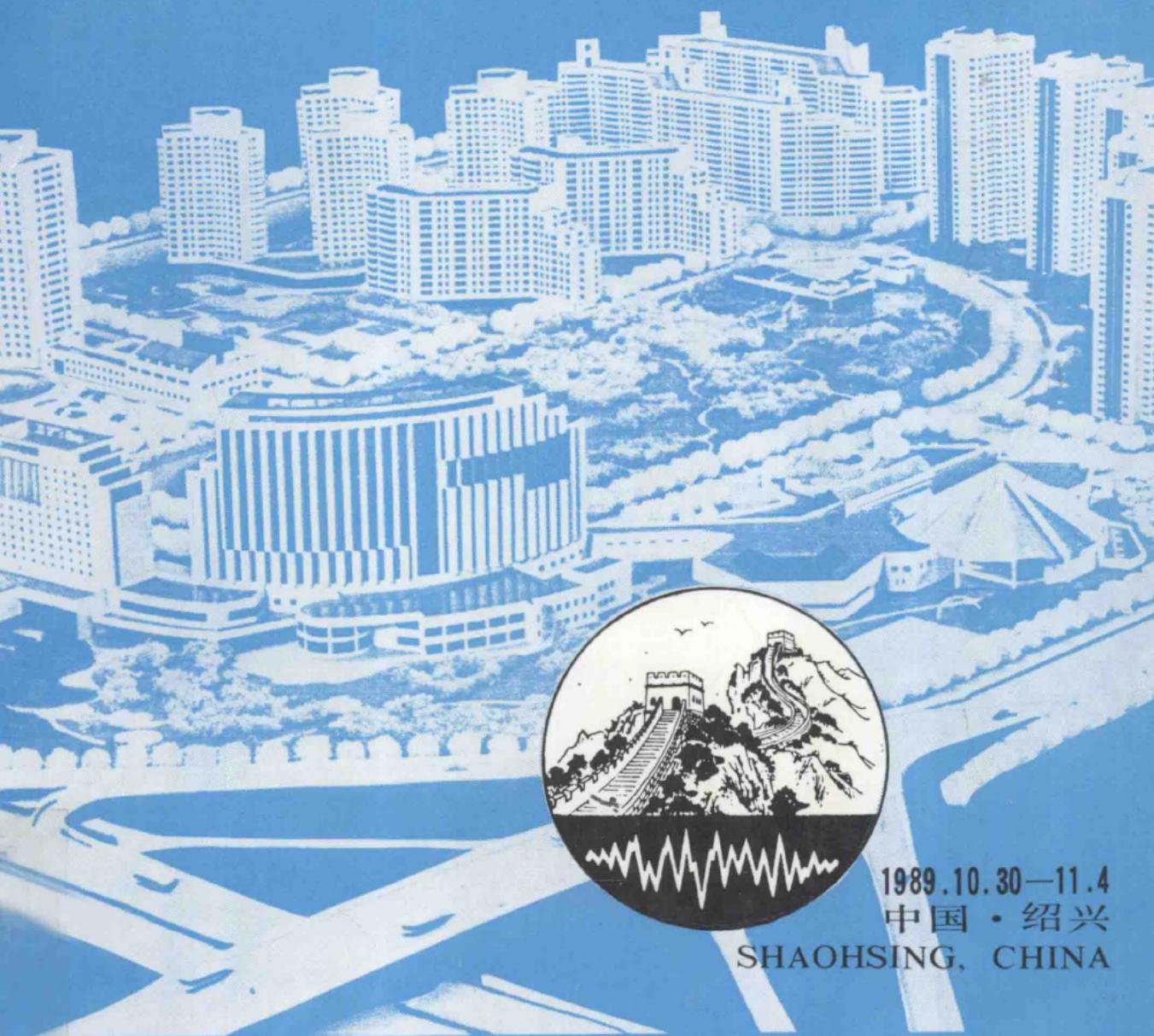


高层建筑抗震技术交流会(第二届)

——论文集

PROCEEDINGS
OF THE SECOND SEMINAR
ON EARTHQUAKE RESISTANT TECHNIQUE
FOR TALL BUILDINGS



1989.10.30—11.4

中国·绍兴

SHAOHSING, CHINA

中国建筑学会地震工程学术委员会 高层建筑学组
EARTHQUAKE ENGINEERING COMMITTEE A.S.C. ASEISMIC ACADEMIC SECTION OF TALL BUILDINGS

前　　言

1987年高层建筑抗震设计方法第一次讨论会之后，两年来在全国范围内又兴建了不少高层建筑，据不完全统计，至今已达到了6000余幢，其中高度在五十层以上者有北京的五十三层京广中心大厦，五十层的京城大厦和正在施工的广州六十二层广东国际大厦等。在结构类别方面除了钢筋混凝土之外，钢与钢筋混凝土组合结构和钢结构的应用也有发展。通过工程实践及试验研究取得了不少新经验。

即将颁布的我国建筑抗震设计规范(GBJ11—89)规定6度区也必须设防，高层建筑抗震设计将成为更普遍的问题。目前高层钢结构设计规程和钢筋混凝土高层建筑结构设计与施工规程正在编写。预期第二次高层建筑抗震技术讨论会对丰富设计施工方法，推动研究工作将有较大作用。

当前，我国正处于工程建设治理整顿；全面深化改革、压缩固定资产投资规模的时期。高层建筑的发展势头可能趋缓。因此，认真回顾近年来发展高层建筑中的经验和教训，深入总结和提高，为今后高层建筑的发展创造更好的条件，这是本次会议的指导思想。我们衷心希望通过这次高层建筑抗震技术交流会(第二届)，能够为交流技术、沟通信息、总结经验，开拓新域作出贡献。

中国建筑学会地震工程学术委员会高层建筑抗震学组常设机构在北京市南礼士路62号北京市建筑设计研究院研究所内

电　　话：8012255转475、488、

邮政编码：100045

电报挂号：81100

本届论文责任编辑：胡庆昌　　周炳章

中国建筑学会地震工程学术委员会 高层建筑抗震学组成员名单

(按姓氏笔画为序)

| | | | | | | |
|-----|-----|--------|--------|-----|-----|-----|
| 尹之潜 | 方引晴 | 方国范 | 方鄂华(女) | 王 溥 | 王万里 | 王天龙 |
| 王新杰 | 王清敏 | 王绍豪 | 余安东 | 冯 泳 | 刘 季 | 刘开国 |
| 刘金砺 | 朱志达 | 朱幼麟 | 许哲明 | 李桂青 | 李树桢 | 苏立仁 |
| 宋秉泽 | 胡庆昌 | 胡世平 | 吴绮云(女) | 陈 聰 | 陈寿华 | 周炳章 |
| 周福霖 | 林 桐 | 居世钰 | 秦 权 | 莫 庸 | 益德清 | 张大煦 |
| 张国震 | 张毓英 | 杨翠如(女) | 陆振寰 | 黄宗瑜 | 黄绍铭 | 黄澄波 |
| 程文瀼 | 程懋堃 | 龚兆吉 | 蔡益燕 | 严士超 | 潘世勤 | |

学组组长：胡庆昌

副 组长：周炳章 余安东 秦 权

学组秘书：陈琢如 李松波 郑 伟 马新强

目 录

第一篇 结构抗震理论分析

- 多维地震作用下高层建筑反应谱分析方法 ······ (国家地震局工力所) 尹之潜、孙士军、李树桢(1)
高层框支剪力墙结构的弹塑性分析 ······ (中国建筑科学研究院抗震所) 林永前、薛彦涛(5)
用有限条与有限元法联解多肢剪力墙 ······ (天津大学建筑设计院) 尹长瑞、宋秉泽(9)
强地震作用下高层建筑的耗能机制 ······ (东南大学) 朱建澄、宋雅桐(13)
多层与高层钢筋混凝土框架结构空间变形能力分析方法 ······ (中国建筑科学研究院) 高小旺(17)
地震区高层建筑结构设计几个问题的探讨 ······ (机电部设计院) 陈远椿(21)
高层建筑结构消能抗震新体系 ······ (广州城建学院) 周福霖(25)
高层结构—桩—土体系抗震分析的传递矩阵——振型分解法 ······ (天津大学) 杜一平、严士超(29)
轴压比原理的探索 ······ (安徽省建筑设计院) 徐茂林、徐正安(33)
高层建筑地震反应计算的复模态方法及复模态与实模态的统一性 ······ (天津城建学院) 罗兆辉
····· (天津大学) 宋志恒(37)
关于高层建筑上部结构与地基基础协同工作的设计分析方法 ······ (北京市城市建设开发科研设计所) 唐佩韦(41)
高层建筑抗震目标控制方法 ······ (上海交通大学) 曾毅坚、倪春、黄金枝(45)
多、高层结构消能抗震的有效途径 ······ (航天航空部工业规划研究院) 消能支撑课题组(50)
高层偏心结构地震反应分析的Pade逼近数值积分法 ······ (湖南大学结构工程研究所) 王建平、邹银生(53)
高层建筑筒体结构的地震反应分析 ······ (西安冶金建筑学院) 惠宽堂、王荫长(58)
杠杆减震器对高层结构地震反应的控制 ······ (武汉工业大学) 袁海庆(62)
高层建筑阻尼及干摩擦减震计算 ······ (北京计算机技术研究所) 郭毅、张淑玲(66)
地震区高层建筑结构设计 ······ (天津建筑设计院) 施耀新(70)
两向地震波的输入方向对平、扭耦联系统动力反应的影响 ······ (郑州工学院) 李杰(76)
对一栋12层框架结构所能承受的地震强度的研究 ······ (华中理工大学) 汪新(81)
复式框架的自振频率及地震力计算 ······ (北京市建筑设计研究院) 朱幼麟(84)
框筒结构自振周期与地震侧移的一种简化计算方法 ······ (天津大学建筑设计院) 尹长瑞(89)
高层建筑框筒空间分析的边值法 ······ (南京建筑工程学院) 欧谨(92)
西北黄土地区场地地震反作用对高层建筑的影响 ······ (陕西建科所) 陈忠云
····· (西安市科学技术委员会) 王静(96)
钢筋混凝土剪力墙抗震极限分析的非线性变形等效荷载法 ······ (武汉工业大学) 彭少民、瞿伟廉、戴少斌(100)

第二篇 结构试验研究与实测

- 在地震作用下“内浇外挂”高层建筑挂板作用的研究 ······ (同济大学) 朱伯龙、徐晓焰(104)

- 框架梁及抗震墙连梁的短梁的抗震设计方法研究 ······ (北京工业大学) 朱志达、涂 鸣
····· (北京有色金属设计院) 周起敬、蔚过森(108)
- 钢筋混凝土框筒结构试验研究 ······ (北京市建筑设计研究院) 张美勋、寿 光(112)
- 于 河地区采用桩基础的多高层框架结构自振频率计算 ······ (天津市建筑设计院) 严定中(116)
- 轻型RC框支剪力墙结构研究 ······ (西安冶金建筑学院) 王崇昌、黄良壁、王宗哲、李 毅(121)
- 钢筋混凝土框架结构拟动力地震反应试验研究 ······ (清华大学) 印文、冯世平、沈聚敏(125)
- 关于改善钢筋混凝土框架梁抗震性能的试验研究 ······ (北京工业大学) 赵 均、朱志达、沈参琪(129)
- 高层建筑动力测试与抗震性能评定 ······ (陕西省建科所) 霍自正、张 耀、同 强(133)
- 抗震连梁中素混凝土人工缝的试验研究 ······ (东南大学土木系) 程文
····· (河南省建筑设计院) 牛润生(137)
- 底层开竖缝钢筋混凝土剪力墙的抗震性能研究 ······ (西安冶金建筑学院) 黄良壁、王宗哲、王崇昌、李晓文(141)
- 循环荷载作用下钢筋混凝土梁柱的抗剪强度 ······ (湖南大学) 邹银生
····· (上海城建学院) 陆竹卿(145)
- 钢筋混凝土框筒结构模型动力试验 ······ (北京市建筑设计研究院) 苏文元(149)
- 钢框架梁、柱节点在反复循环荷载作用下的试验研究 ······ (北京市建筑设计研究院) 崔鸿超、王桂云、王 玮
····· (北京市第一建筑工程公司) 钟云鹤
····· (北京市建筑机械厂) 范懋达(153)
- 用权戒法分析高层筒体的动力特性 ······ (山东建筑工程学院) 赵玉星(157)
- 钢筋混凝土高层房屋的地震反应预测 ······ (清华大学) 冯世平、袁文平(161)
- 垂直剪力墙对钢筋混凝土框架边节点抗震性能的影响 ······ (西南交通大学) 方根生、欧阳林(166)
- 京广中心动力特性的试验研究 ······ (清华大学) 陈志鹏、宝志雯、王宗纲(171)

第三篇 工程抗震设计

- 京广中心大屋盖工程设计概要 ······ (北京市建筑设计研究院) 周炳章、陈琢如、罗家谦(175)
- 兰州飞天大酒店22层剪力墙结构动力时程分析 ······ (甘肃省建筑勘察设计院) 莫 庙
····· (中国建筑科学研究院结构所) 赵西安(179)
- 新华社技术业务楼设计 ······ (北京市建筑设计研究院) 朱琪莱(183)
- 南洋商业银行大厦抗震计算 ······ (清华大学) 傅平均、钱稼如、沈聚敏(187)
- 长富宫中心高层钢结构工程 ······ (北京市建筑设计研究院) 崔鸿超、王桂云(191)
- 西工大科研楼结构设计及测振 ······ (航天航空部工业规划研究院) 雷 曼(195)
- 高层大开间剪力墙体系抗震性能及经济指标 ······ (甘肃省建筑设计院上海分院) 周 毅、屠锦敏、任春峰(199)
- 外简一、二层为大柱距的简中简结构抗震设计 ······ (航天部七院) 袁 毅、汪更范、林振飞(203)
- 北京艺苑假日皇冠饭店结构设计 ······ (建设部设计院) 罗宏渊、李 田(207)
- 用新规范设计中高层建筑混凝土结构实例分析 ······ (成都军区后勤部建筑设计院) 茅於川(211)
- 地震区底层大空间的高层建筑剪力墙结构设计
——太平洋饭店结构设计 ······ (北京市建筑工程设计公司) 王绍豪、国敏萃(215)

| | |
|----------------------------------|--|
| 亚太大厦弹性空间分析和弹塑性动力分析 | (北京市建筑工程设计公司) 王绍豪、孟宪武(219) |
| 甘肃省物资交流中心大厦抗震设计 | (甘肃省建筑勘察设计院上海分院) 任春峰、屠锦敏、莫 庸(223) |
| 高层板柱体系采用钢支撑作为抗侧构件的设计 | (南京市建筑设计院) 侯善民(229) |
| 京城大厦抗震设计及分析 | (中信房地产公司) 马伟献、吴锡琢 (机电部工程设计研究院) 王兆熊(233) |
| 天津电梯试验塔结构设计 | (机电部一院) 许传根(236) |
| 抗震概念设计在高层建筑中的应用——五羊新城D1、D4住宅设计介绍 | (广东省建筑设计研究院) 余韩生(241) |
| 中国国贸中心国际宾馆抗震设计 | (机电部一院) 张咸焘、汪继武(247) |
| 安徽某工程设计实例 | (安徽省工业工程设计院) 方惟寅(253) |

第四篇 钢筋混凝土结构

| | |
|-------------------------------|---|
| 预制楼板在高层建筑中的应用 | (中国建筑西北设计院) 杨翠如、钟锡根、刘大海(257) |
| 高层建筑基础及构件抗震设计的若干问题 | (天津大学建筑设计院) 宋秉泽、杨婉姜(261) |
| 地震区高层框架—剪力墙结构按新规范确定剪力墙合理数量的方法 | (北京市建筑设计研究院) 李国胜(265) |
| 学习新规范, 做好剪力墙结构的概念设计 | (北方交通大学) 吴毓、滕家禄(269) |
| 竖向设缝框支结构的抗震分析 | (中国建筑科学研究院抗震所) 薛彦涛、林永前(273) |
| 高层剪力墙结构几个特殊构造的抗震设计及工程实例 | (甘肃省建筑勘察设计院) 黄贵良、莫 庸(277) |
| 高层现浇无梁楼盖结构体系抗震初探 | (北京市建筑设计研究院) 莫沛儒(281) |
| 带缝连梁在高层框筒结构中的应用 | (天津设计院) 谢 均(285) |
| 天津市高层建筑与软土地基及群桩共同工作影响的研究 | (天津建筑设计院) 陈敷宜、董乐民(289) |
| 多层钢筋混凝土滞回结构随机地震反应分析 | (大连理工大学) 吴再光(293) |
| 框架—剪力墙结构地震反应离散化计算方法 | (郑州工学院) 郭乐工(297) |
| 有小墙肢的高层剪力墙内力调整的设计方法 | (天津建筑科技设计研究院) 张桐云、刘家瑞(301) |
| 水平力作用下高层建筑剪力墙连梁应力分布特征的研究 | (兰州铁道学院) 任 僖、洪开荣 (甘肃省建筑勘察设计院) 莫 庸(305) |
| 高层钢筋混凝土抗震结构计算机辅助设计(FSWCAD) | (湖南大学) 李定国(309) |
| 确定地震区框架体系中剪力墙数量的实用方法 | (宁波高专建筑设计研究院) 李永国(312) |
| 复杂平面高层结构抗震设计的几个问题 | (甘肃省建筑设计院上海分院) 屠锦敏(317) |
| 抗震设防(七度)配筋小砌块高层建筑研究 | (广西建筑科学研究设计院) 杨朝峰(320) |

第五篇 钢及劲性混凝土结构

| | |
|----------------------|--------------------------|
| 多层及高层钢结构抗震设计中若干问题的探讨 | (同济大学) 李国强、沈祖炎(324) |
| 高层钢结构时程分析法讨论 | (清华大学) 钱穆如、方鄂华(328) |
| 高层钢结构水平地震力沿高度分布的研究 | (清华大学) 方鄂华、钱穆如、马镇炎(332) |
| 高层钢结构抗侧力构件的类型及其计算特点 | (北京工业大学四系) 王松涛(336) |
| 组合结构分析初探 | (上海民用建筑设计院) 林颖儒、余梦麟(341) |

| | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 高层钢框架梁柱节点板剪切变形的计算及其对框架层间位移的影响 ······ | (中国建筑科学研究院) 陈德彬、高小旺(344) |
| 偏心支撑钢框架抗震性能研究 ······ | (同济大学) 潘士 |
| | (建设部设计院) 齐世建(348) |
| 高层建筑劲性钢筋混凝土梁柱节点的抗震性能试验 ······ | (北京市建筑设计研究院) 陈琢如、蔡申、姜延平、丁志娟(352) |
| 带支撑钢框架结构抗震计算的子段传递矩阵法 ······ | (西安冶金建筑学院) 李青宁(356) |
| 关于高层钢结构抗震节点议探 ······ | (山西省建筑设计院) 胡宗绪(360) |
| 高层钢结构基本周期的经验公式 ······ | (清华大学) 方鄂华、钱稼如、马镇炎(363) |

第六篇 施工与安装技术

| | |
|----------------------------------|--------------------------|
| 高强混凝土在地震区高层建筑中的应用 ······ | (辽宁省建筑设计院) 王万里(366) |
| 长富宫中心高层钢结构安装技术 ······ | (北京市机械施工公司) 王康强(372) |
| 金朗大酒店箱基底板大体积抗渗混凝土施工 ······ | (北京市第五建筑公司) 王继群(377) |
| 钻孔灌注桩在广州的应用 ······ | (广州军区后勤部设计院) 蔡长庚(381) |
| 网络技术在高层抗震结构施工中的应用 ······ | (江苏省南通县建工局) 单存根(385) |
| 高层建筑中大体积混凝土裂缝控制专家系统 ······ | (冶金部建筑科学研究院) 秦权、李永录(389) |
| 高层建筑主楼与裙房间钢筋混凝土结构后浇带做法的探讨 ······ | (总后建筑设计院) 王纪裕(392) |
| ——部分论文摘要 ······ | (394) |
| ——编后语 ······ | (398) |

第七章 地下土建工程与道路、桥梁

| | |
|-------------------------------|--------|
| (398) 张昌东、何国华、《深水围堰》 ······ | ······ |
| (402) 刘学勤、姚耀昇、《海水围堰》 ······ | ······ |
| (406) 张敬忠、孙建伟、《浅水围堰》 ······ | ······ |
| (410) 张敬忠、孙建伟、《深水围堰》 ······ | ······ |
| (414) 张敬忠、孙建伟、《围堰施工方法》 ······ | ······ |
| (418) 张敬忠、孙建伟、《围堰施工方法》 ······ | ······ |

多维地震作用下高层建筑反应的反应谱分析法

尹之潜 孙士军 李树桢

(国家地震局工程力学研究所)

提 要

本文根据弹性半空间理论，提出了一个利用两个地震水平分量时程合成地面转动时程曲线的方法。用这个方法计算了地面扭转时程曲线和摆动时程曲线，并求出了它们的反应谱^[1]。根据Penzien的地面运动主轴模型，推导了地面平动及转动六个相关分量作用下结构的反应谱组合公式。利用这个公式可以按振型分解方法求出结构在多维地震输入下的反应。

一、前言

地震时结构受到地面三个平动和三转动分量的作用，结构的反应是这六个相关分量联合作用的结果。所以在震害现象中结构表现有扭转和横向振动等现象。高层建筑平面和立面形状都比较复杂，地面运动的这六个分量对它都会有明显的影响。目前考虑地面扭转分量对结构的作用，一大困难是无此地震记录。在国外利用水平分量的地震记录求扭转分量的研究已取得了进展。1965年，Newmark；1975年，Hart等人在这方面都做出过很好的工作。1982年，Trifunac^[2]首先根据半空间平面谐波理论得出了入射体波在地表产生的转动分量关系式：

$$\phi(t, \omega) = \frac{A}{2} \frac{i\omega}{c} u(t, \omega) \quad (1)$$

式中 $c=v/\sin\psi$, $i=\sqrt{-1}$, c 为体波视速度, ψ 为体波入射角, ω 为圆率, v 为体波速度。对于 P 波或 SV 波, $A=2$; 对于 SH 波 $A=1$ 。我国学者近几年在这个领域也做了不少工作, 文献 [3] 分析了地面转动对高长结构地震反应的影响。文献 [4] 提出了一个转动功率谱模型, 并分析了结构的转动反应。

上述情况说明, 地面转动分量对结构反应的影响的研究越来越受到人们的重视。本文在前人研究的基础上, 利用水平分量的地震记录合成了扭转和摆动分量, 并给出了它们的标准反应谱。提出了一个多维输入用反应谱求解结构反应的方法。

二、地面转动分量及转动反应谱。

这里的转动是指挠图(1)中 $0 x_2$ 轴转动(以后称扭转)和绕 $0 x_3$ 轴转动(以后称摆动)的统称。假定地震波的传播介质是均匀或分层均匀弹性的; 入射到半空间自由表面的波为体波。座标系按图(1)规定; 地震波在 x_1 0 x_2 平面传播, 其中位移分量 u_1 为出平面运动, u_2 和 u_3 为平面内运动的两个分量。根据上述假定, 由弹性半空间的平面谐波理论, 可得转动分量与平动分量的关系式, SH 波入射时(扭转分量):

$$\phi_z = i\omega u_3 / 2c \quad (2)$$

P 波及 SV 波入射时(摆动分量):

$$\phi_x = -i\omega u_2 / c \quad (3)$$

体波入射自由表面时, 在上述座标系内只产生两个转动分量。对式(2)和(3)做富氏变换得:

$$\phi_z(\omega) = i\omega u_3(\omega) / 2c \quad (4)$$

$$\phi_x(\omega) = -i\omega u_2(\omega) / c \quad (5)$$

由上式可知, 地面扭转分量只与 SH 体波有关; 摆动分量只与 P、SV 体波有关。但实际地震记录并非单纯的 SH 或 P、SV 波, 而是它们的叠加, 因此需要用下式对实际记录进行分解, 以得到平面内运动和出平面运动。

$$\{u\} = [A]\{u'\} \quad (6)$$

$$[A] = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (7)$$

[A] 为座标变换矩阵; 图(2)为座标变换; $\{u'\} = (u_1' \ u_2' \ u_3')^T$ 为台站记录分量; $\{u\} = (u_1 \ u_2 \ u_3)^T$ 为出平面及平面内运动分量; θ 为台站记录分量的方向与震中方位之间的夹角。

将实际记录按上述方法分解为出平面及平面内运动时程, 然后分别做富氏变换, 并代入公式(4)和(5)求出扭转和摆动分量的富氏谱, 再对它们做富氏逆变换即得地面扭转及摆动分量的时程。

$$\phi_z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_z(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (8)$$

$$\phi_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_x(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (9)$$

根据上述方法, 我们选取了一个台站同时记录的两个水平分量峰值大于50gal的地震记录223条。合成了114条地面扭转时程曲线和114条摆动时程曲线, 并求出了它们的反应谱。作为一个例子图(3)是San Fernando地震第110号台站的两个水平记录和用它们合成的扭转分量和摆动分量及它们的反应谱。已有成果表明, 平动反应谱受场地土的影响较明显, 我国新编建筑抗震设计规范规定场地分为四类。根据上述合成的扭转分量和摆动分量求出的反应谱, 场地的影响不明显, 我们把扭转谱分为硬场地和软场地两类, 硬场地相当我国建筑抗震规范中的I、II类场地, 软场地相当III、IV类场地。摆动谱只有一类场地, 如图(4), 图中细实线为硬场地上上的反应谱的平均谱; 虚线为软场地上反应谱的平均谱; 图中光滑粗线是我们建议的标准谱。根据统计不同烈度对应的最大扭转和摆动角加速度如表(1)所列。

表1

| 地震烈度 | 7 | 8 | 9 |
|------------------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 扭转分量峰值 (rad/s^2) | 3.4×10^{-3} | 6.7×10^{-3} | 1.25×10^{-2} |
| 摆动分量峰值 (rad/s^2) | 5.1×10^{-3} | 1.02×10^{-2} | 2.04×10^{-2} |

有了扭转反应谱和摆动反应谱, 利用振形分解方法即可求出结构的扭转和摆动反应。

三. 多维输入下结构反应的反应谱组合法。

1975年, Penzien和Iwatake^[5]提出了地面运动主轴的概念, 指出了强震地面运动具有三个主轴, 在这三个主轴上的分量是互不相关的, 并具有最大和最小方差。1976年, Kubo和Penzien^[6]根据美国西部大量记录统计结果指出, 在地震动的强烈阶段, 最大主轴方向是水平的且与震中方向一致; 中主轴方向也是水平的且与最大主轴垂直; 最小主轴是竖直的。这一结论为我们以后讨论带来很多方便。

结构在地震六个分量作用下的峰值反应的估计值可写为^[1]:

$$V_n = \sqrt{V_h^2 + V_v^2} \quad (10)$$

当只考虑两个水平方向和一个挠竖轴扭转反应时,

$$V_n = \left(\sum_i \sum_j [\rho_{i+1,j} \phi_i^1 \phi_j^1 (s_i^x s_j^y \cos^2 \theta + s_i^y s_j^y \sin^2 \theta) + \rho_{i+1,j} \cdot \phi_i^2 \phi_j^2 (s_i^x s_j^y \sin^2 \theta + s_i^y s_j^x \cos^2 \theta) + \rho_{i+1,j} (\phi_i^3 \phi_j^3 + \phi_i^6 \phi_j^6) \cdot s_i^x s_j^x + \rho_{i+1,j} (\phi_i^4 \phi_j^4 \sin^2 \theta + \phi_i^5 \phi_j^5 \cos^2 \theta) s_i^y s_j^y] \right)^{1/2} \quad (11)$$

$$V_n = \left(\sum_i \sum_j [\rho_{i+1,j} \phi_i^1 \phi_j^1 (s_i^x s_j^y - s_i^y s_j^x) \sin 2\theta + \rho_{i+1,j} \phi_i^2 \phi_j^2 \cdot s_i^x s_j^y \sin 2\theta + \rho_{i+1,j} \phi_i^3 \phi_j^6 s_i^x s_j^x] \right)^{1/2} \quad (12)$$

式中

$$\rho_{i+1,j} = \frac{3\sqrt{\lambda_i \lambda_j \omega_i \omega_j} \cdot (\lambda_i \omega_i + \lambda_j \omega_j) \omega_i \omega_j}{K_{i,j}}$$

$$\rho_{i+1,j} = \frac{3\sqrt{\lambda_i \lambda_j \omega_i \omega_j} \cdot (\lambda_i \omega_i + \lambda_j \omega_j) \omega_i \omega_j}{K_{i,j}}$$

$$K_{i,j} = (\omega_i^2 - \omega_j^2)^2 + 4\omega_i \omega_j (\lambda_i \omega_i + \lambda_j \omega_j)(\lambda_i \omega_i + \lambda_j \omega_j)$$

$$\phi^i = [T](H_i) \eta_i$$

K=1时，为x方向；K=1时，为y方向；K=3时，为z方向；K=4时，为绕x轴转动；
K=5时，为绕y轴转动；K=6时，为绕z轴转动。

[T]—对位移反应，相当单位矩阵；对于层剪力反应，相当结构刚度矩阵。

$\eta_{i,j}$ —第j振型参与系数。

$\{H_j\}$ —振型向量。

S—为r主轴分量的反应谱。

θ —波入射方向与结构轴线的夹角，如图(5)。

使结构产生最大反应的夹角称极限角由下式确定。

$$\theta_{\max} = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2 \sum_i \sum_j [\rho_{i,j} \phi_i^2 \phi_j^2 (s_i^x s_j^x - s_i^y s_j^y) - \rho_{z,i,j} \phi_i^4 \phi_j^2 s_i^x s_j^x]}{\sum_i \sum_j [\rho_{i,j} (\phi_i^4 \phi_j^2 - \phi_i^2 \phi_j^4) (s_i^x s_j^x - s_i^y s_j^y) - \rho_{z,i,j} (\phi_i^4 \phi_j^4 - \phi_i^2 \phi_j^2) \cdot s_i^x s_j^x]} \quad (13)$$

结语

从本文表(1)给出的地面角加速度可以看出，如果一个100米长的建筑，扭转中心在建筑物中心，地震时边柱地面加速度增大约20%；这个影响是不能忽视的。根据地震存在主轴的假定，结构座标轴线与地震主轴的夹角对结构反应有影响，结构产生最大反应的夹角在零度和180度附近。这与宏观现场上结构的破坏常有方向性的现象是一致的。当潜在震源是已知时，这一结果对确定结构的受害方向是有意义的。

A METHOD FOR ANALYZING TALL BUILDING RESPONSE

UNDER MULTI-DIMENSION EARTHQUAKE EXCITATION

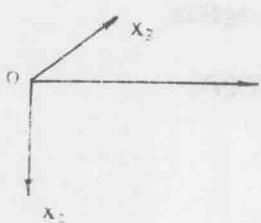
Yin Zhi-qian, Sun Shi-jun, Li Shu-zhen

ABSTRACT

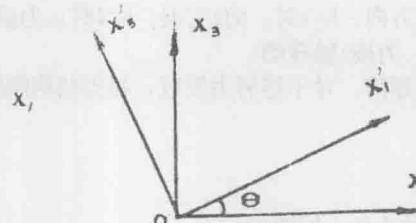
In this Paper, a method that generate the torsional and rotational components from the recorded components of translational acceleration is presented and the response spectra of the torsional and rotational components were given. The method used spectrum for calculating structural response under multi-dimentional earthquake excitation is studied based on Penzien's main axes modal of earthquake.

参考文献

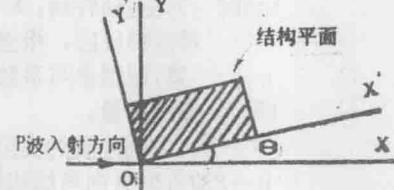
- [1]. 孙士军，地面转动反应谱及多维输入下结构反应，工程力学研究所硕士论文，1989.
- [2]. Trifunac, M. D., A Note on Rotational Components of Earthquake Motions on Ground surface for Incident Body Waves. SDEM, Vol. 1, 11-19, 1982.
- [3]. 戚理君，高长结构对地面转动输入的反应，工程力学研究所硕士论文，1986.
- [4]. 王君杰，地面转动及地面转动和多点输入下结构的地震反应，工程力学研究所硕士论文，1987.
- [5]. Penzien, J. and Watabe, M., Characteristics of 3-Dimensional Earthquake Ground Motion, EESD, 3, 1975.
- [6]. Kubo, T. and Penzien, J., Analysis of 3-Dimensional Earthquake Ground Motion in Time and Frequency Domain, EERC, 1976-6.



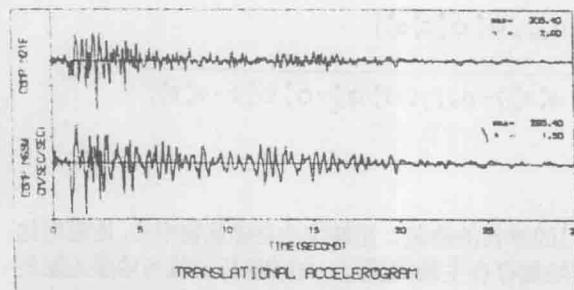
图(1)



图(2)

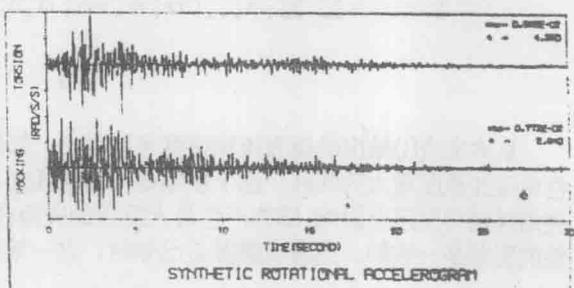


图(5)地震主轴与结构轴线坐标.

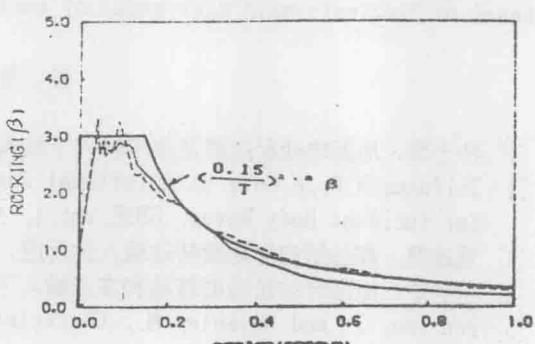
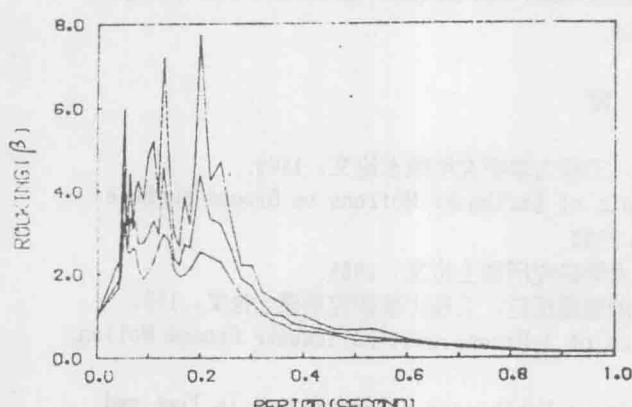
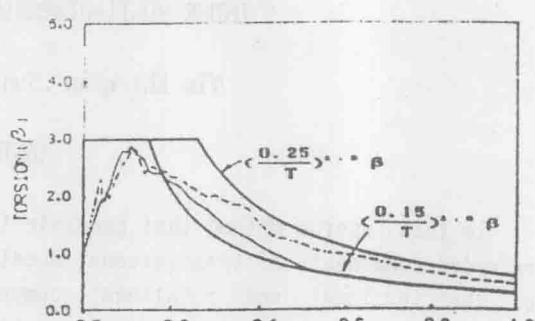
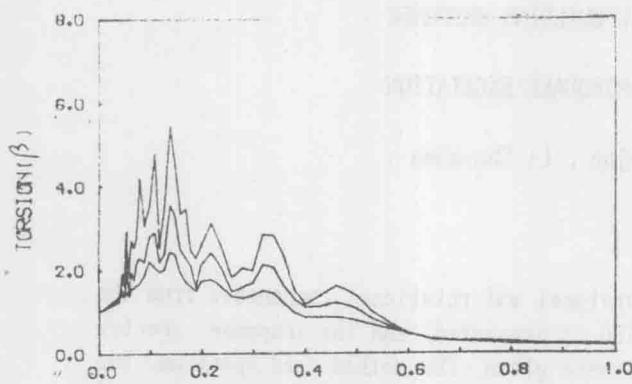


图(3a)

SAN FERNANDO EARTHQUAKE FEB 9, 1971-0800PST M=6.6
IID056 71.007.0 CPSTRIC OLD RIDGE ROUTE, CAL.
STA. NO. 110 EPIC. DIREC. 80.4° EPIC. DIST. 20 KM



图(3b)



AVERAGE ROTATION RESPONSE SPECTRUM

图(4)

ROTATIONAL RESPONSE SPECTRUM

图(3c)

高层框支剪力墙结构的弹塑性分析

中国建筑科学研究院工程抗震所

林永前 薛彦涛

一、前言

对于高层建筑结构，新《抗震设计规范》规定用时程分析法进行弹塑性地震反应分析。所谓时程分析法，是由初始状态开始逐步积分直到地震作用终了，求出结构在地震作用下从静止到振动以至达最终状态的全过程。用它进行结构分析的主要内容包括：第一，输入地震波的选用，系将输入地震作为地震作用，一般而言，选用的地震波峰值应反映实际建筑物所在地区的烈度，其频谱组成应反映场地土的卓越周期与动力特性。在输入地震波的作用下，用时程分析法可求出任意时刻结构各构件的内力变形，当地震波的作用较为强烈以至结构某些部位强度达到屈服进入塑性时，此法通过构件刚度的变化可求出弹塑性阶段的结构内力与变形，这时结构薄弱层的层间位移可能达到较大的值，从而造成结构的破坏，甚至倒塌；第二，结构的弹塑性特征参数的确定。由于结构的破坏与否，除了跟外因——地震波的选用有关外，还跟结构本身的刚度和屈服强度这两个主要参数密切相关，当然还取决于楼层的质量和构件的恢复力特性曲线。换言之主要特征参数——结构刚度和屈服强度的确定准确否，直接影响到计算结果的可信度，考虑到对结构在弹塑性阶段的反应要求往往是以楼层为单位来衡量的，因此如何求结构的楼层屈服强度和层间刚度这两个参数是关键。目前国内的一些高层建筑的抗震设计已采用了弹塑性反应分析进行校核，其中除了高层框架的弹塑性特征参数的确定较为理想之外，其它类型结构的特征参数都是采用近似方法来确定。本文结合高层框支剪力墙结构的破坏特点——既使其部分剪力墙不到底，通过框支梁支在落地的剪力墙和柱上，形成上刚下柔的结构，但其破坏形式仍为弯剪屈服破坏，提出一种较为合理的简便实用计算方法，用于计算高层框支剪力墙结构的两个主要特征参数，并结合一个实际工程的计算，以说明此法的合理性和高层框支剪力墙结构的弹塑性分析。

二、弹塑性主要特征参数的计算

1. 结构的层间刚度

在地震动 $\ddot{U}_0(t)$ 的作用下，单质点结构无论为弹性体系或弹塑性体系，质点 m 在任意时刻 t 的运动基本方程可表示为：

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F(x) = -m\ddot{U}_0(t)$$

虽然在二种体系中，质量 m 与输入地震波是一样的，但二者的恢复力 $F(x)$ 与阻尼力 $c\dot{x}$ 是不相同的。在弹塑性体系中，力—位移关系不再符合线性虎克定律，在屈服前（即弹性阶段），恢复力 $F(x)=kx$ ，式中初始刚度 k 是一常数；屈服后 k 变成零，恢复力保持常数。任意时刻下，恢复力 $F(x)$ 可统一用增量形式表示为：

$$\Delta F(x) = k^{i+1} \cdot \Delta x_i = \rho k_0 \Delta x_i$$

式中 ρ 表示进入塑性阶段后的杆件刚度之降低系数，在求解方程过程中，需根据质点变形位置不断进行判别和修改。多质点体系计算过程比单质点体系复杂，但原理相同。综上所述，只要求出结构的初始刚度，问题就迎刃而解。对于高层框剪结构，现有三种计算模型可用于计算其层间刚度、这三种模型是等效剪切模型、等效平面框架模型和等效剪扭层间模型。同样可借助于这三种模型计算高层框支剪力墙结构的层间刚度，但更为合理和方便的是简化的等效剪切模型——直接利用结构弹性计算（即按振型分解法）的部分结果按下式求任意层 i 的层间刚度 k ：

$$k_i = Q_i / \Delta_i$$

式中： Q_i 是按振型分解通过平方和开方根的方法得到的 i 层层剪力；

Δ_i 是按振型分解法求得的 i 层层间相对位移。

鉴于现行结构的抗震设计，都是按弹性的振型分解法求出结构各构件的设计内力，用以确定截面及配筋，这是最终目的，在这之前都有中间计算结果，直接利用它们能很容易地算出 Q_i 和 Δ_i ，然后按上式算出层间刚度。

2. 楼层屈服强度

国内外地震工程研究的成果表明，结构的弹塑性变形有其自身的规律性，这就是楼层的屈服强度分布是影响结构层间变形的最主要因素。在屈服强度相对较低的薄弱部位，地震时将产生很大的塑性变形集中。控制了薄弱部位的变形即可控制结构的抗震安全性。因此新《抗震设计规范》补充了结构的抗震变形验算，严格地说就是弹塑性阶段的变形验算。由变形控制设计，其出发点是：一方面容许结构在强烈地震下进入非弹性状态，其应力接近或达到屈服强度；另一方面结构的变形要控制在一定范围内，保留适当潜力避免结构发生不容许的破坏。这里指的结构变形是层间变形，而不是各个构件的变形。以层间变形控制设计这正是新规范的合理性与可靠性所在，但同时也提出一个新问题，即如何计算层间变形，而影响结构层间变形的最主要因素是楼层屈服强度的分布，这样问题的实质是怎样计算楼层的屈服强度了。针对高层框支剪力墙结构，由于规范的要求，不允许设计成剪切破坏的结构体系（可通过构造措施来避免这种不利的剪切脆性破坏），因此一般只为弯剪屈服破坏。正因为框支剪力墙的这个破坏特征，所以必须从弯曲屈服强度折算出一个等效的抗剪屈服强度，以便利用现有的计算条件和简化的等效剪切模型对其进行计算。下面是如何求等效层抗剪屈服强度的计算方法，该方法中所用的各榀剪力墙的弹性地震内力仍是按弹性的振型分解法求得的。该方法的计算假定除了计算结构弹性地震内力所采用的基本假定外，还作如下假定：

- (1) 结构中每一楼层内的所有剪力墙弹塑性变形一致，即同时出现弯曲屈服；
- (2) 由于框支剪力墙结构仍以剪力墙受力为主，部分柱所起的作用很少，因此，每一楼层的所有剪力墙屈服时，也认为相应楼层内所有柱也同时屈服。

故把每一楼层内所有剪力墙和柱的屈服强度直接叠加，即可得结构楼层的屈服强度。具体计算步骤：

- (1) 分别计算各榀剪力墙j 中的i 楼层之弯曲屈服强度比系数 λ_{wij} :

$$\lambda_{wij} = \frac{M_{ywij}}{M_{ewij}}$$

式中： M_{ywij} —— j榀剪力墙i层的屈服弯矩；

M_{ewij} —— j榀剪力墙i层的弹性弯矩（大震作用）。

- (2) 分别计算各榀剪力墙j 中的i 楼层之抗剪屈服强度 Q_{ywij} :

$$Q_{ywij} = \frac{M_{ywij}^L - \tilde{M}_{ywij}^U}{h_{ij}} \quad (\lambda_{wij} < 1)$$

$$Q_{ywij} = Q_{ewij} \quad (\lambda_{wij} \geq 1)$$

式中： λ_{wij} —— j榀剪力墙i层弯曲屈服强度比系数；

M_{ywij}^L —— j榀剪力墙i层墙底的屈服弯矩；

\tilde{M}_{ywij}^U —— j榀剪力墙i层墙顶的有效屈服弯矩；

Q_{ewij} —— j榀剪力墙i层的弹性层地震剪力（大震作用）；

h_{ij} —— j榀剪力墙i层的层高。

- (3) 用下式分别计算i 楼层内各柱k 的抗剪屈服强度 Q_{ycik} :

$$Q_{ycik} = \frac{M_{ycik}^U + M_{ycik}^L}{h_{ik}}$$

式中： M_{ycik}^U 、 M_{ycik}^L —— 分别为i 楼层内k柱的顶端和根部的屈服弯矩；

h_{ik} —— i楼层内k柱的净高。

- (4) 计算结构各楼层i 的抗剪屈服强度 Q_{yi} :

$$Q_{yi} = \sum_{j=1}^m Q_{ywij} + \sum_{k=1}^n Q_{ycik} \quad (m: 剪力墙榀数; n: 柱的根数)$$

式中： Q_{ywij} 、 Q_{ycik} 分别为楼层i 内的剪力墙及柱的抗剪屈服强度。

三、算例

1. 工程概况及结构主要特点

本工程所处地震基本烈度为8度、场地土为II类。该工程主楼部分高出地面47米，其剖面见图一，是一现浇的钢筋混凝土框支剪力墙结构。结构型式：一、二层为框剪结构，三层以上为剪力墙结构，三层为盒子式转移层（见剖面图一）。

2. 输入地震波的选用

由于该结构的特殊性结合场地土的情况，共选用了四条典型的地震波作为输入参数进行分析，它们分别是El Centro波、Taft波、天津波以及人工地震波。

3. 计算模型的选用

针对该结构的实际情况——高宽比为2.3，结合现有的计算程序，采用更为合理和方便的简化等剪切模型对其进行分析。

4. 主要计算结果

本工程的弹塑性地震反应分析，是依据新《抗震设计规范》要求，按8度大震作用下进行的。结构各楼层质量、刚度及层抗剪屈服强度如下表一所示，表中刚度及层抗剪屈服强度是按本文提出的方法计算得到的。四条地震波分别作用下层间最大绝对弹塑性位移包络图和弹性及弹塑性层剪力分布图见图二。图三所示的为四条波综合作用的弹塑性和弹性层间最大绝对位移包络图比较。

本结构的最大层间弹塑性位移出现在顶层，值为2.87cm，对应的层位移角为1/139（其次为底层值为2.64cm，对应的层位移角为1/170），满足新规范的要求，不致倒塌，但可能出现较大破坏，可通过适当的措施避免之。

四、几个问题的讨论

1. 从以下几方面可知，本文提出弹塑性特征参数的计算方法是可行的，能真实地反映结构的具体情况，显然能满足工程计算的要求。

(1) 弹塑性层间位移包络图三与该结构的实际情况吻合的相当好，从图可直接看出：除了地下室以外，地上第三层（为计算层数

中的第四层）的弹塑性层间位移最小为0.39cm，与把第三层设计成盒式转移层的意图相一致，这个现象同样可以从该层的弹性层间位移值得出，其值也是最小为0.603cm；结构顶层的弹塑性层间位移为最大2.87cm，该层的弹性层间位移也是最大为1.972cm，且明显大于其他楼层，它们的比值为1.46大于1，说明顶层为薄弱层，造成顶层薄弱的原因是顶层的大多数剪力墙被柱所代替之缘故；结构底层（即地上一层）的弹塑性层间位移值仅小于顶层，值为2.64cm，其弹性值为0.925cm，两者比值为2.85明显大于1，说明该层出现明显的变形集中为薄弱层，这跟此类结构的地震震害相一致，即抗震墙结构的破坏主要集中在抗震墙底部；结构第六层和第十层的弹塑性层间位移值也较大，分别为1.53cm和1.39cm，这分别是由于第六层剪力墙开始不带边框柱和第十层部分剪力墙开始开门洞所引起的；另外，十四、十三层的弹塑性层间位移值稍大于对应楼层的弹性值，这是受顶层出现弹塑性变形集中的影响。

(2) 结构顶层和底层为薄弱层，符合结构弹塑性变形的自身规律，即与楼层屈服强度比系数大小的分布相一致，该结构顶层屈服强度比系数为最小0.597，其次为底层值为0.78。

表一

| 层数 | 质 量 (t·sec ² /cm) | 刚 度 (t/cm) | 抗剪屈服强度 (t) |
|----|---------------------------------|---------------|---------------|
| 1 | 1.7736 | 65606.40 | 13235.00 |
| 2 | 3.6385 | 31050.19 | 12469.00 |
| 3 | 4.5270 | 19125.22 | 15098.00 |
| 4 | 2.5337 | 35657.16 | 17737.00 |
| 5 | 2.5337 | 29577.98 | 12470.00 |
| 6 | 2.5337 | 25005.88 | 11535.00 |
| 7 | 2.5337 | 21381.42 | 10980.00 |
| 8 | 2.5337 | 18772.32 | 10470.00 |
| 9 | 2.5337 | 16668.48 | 9741.00 |
| 10 | 2.6010 | 14646.68 | 9005.00 |
| 11 | 2.3310 | 10794.68 | 7838.00 |
| 12 | 2.0790 | 8364.53 | 7698.00 |
| 13 | 1.4490 | 4827.83 | 6769.00 |
| 14 | 1.4160 | 3310.52 | 6715.00 |
| 15 | 3.1830 | 3182.98 | 3196.00 |

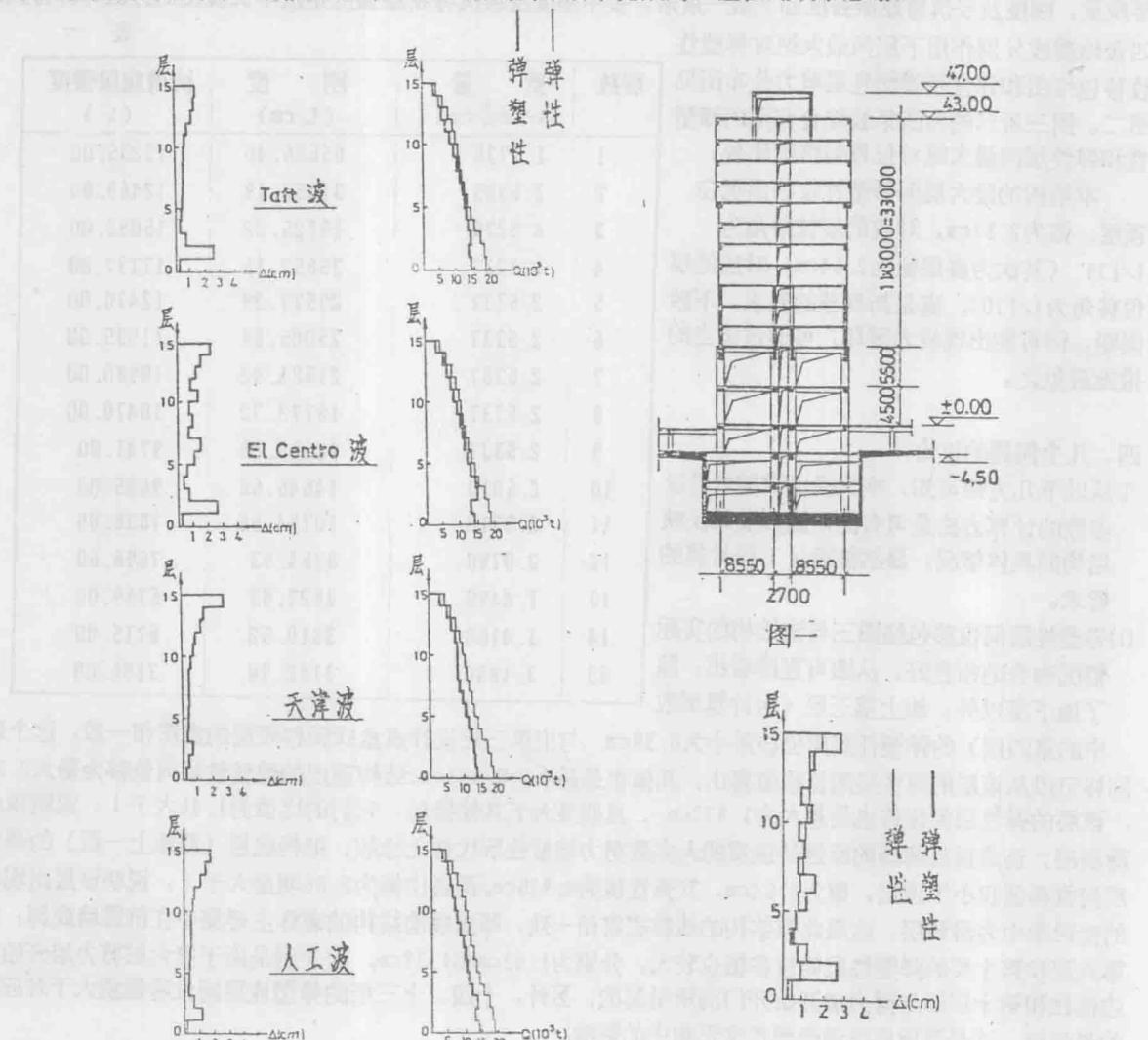
(3) 结构顶点的弹塑性位移为11.08cm, 其弹性顶点位移值为15.4cm, 两者比值为0.72, 说明结构顶点的弹塑性位移比弹性时的顶点位移反而小, 这与一般的钢筋混凝土框架结构中获得的规律一致。

2. 除顶层之外, 该结构剪力墙配筋率从已配的0.6%降低到规范要求值0.2%时, 结构薄弱层转移到第六层, 对应的层转角为1/126, 仍能满足新规范的要求, 说明按规范要求配置剪力墙的钢筋是足够的, 无特殊要求的剪力墙结构, 提高剪力墙的配筋率无疑是浪费的。同时从改变配筋率(实质是改变楼层屈服强度)导致薄弱层位置的转移, 证实了楼层屈服强度的分布是影响结构层间变形的最主要因素。

3. 从该结构底部三层的层间刚度值和屈服强度值看(见表一), 刚度明显变化的第二层(值为最小), 并不是薄弱层, 而是薄弱的第一层, 其刚度值不是最小(为第二小), 屈服强度值为最小。这说明只要保证了楼层屈服强度, 上下相邻楼层的刚度明显变化是允许在结构中存在的。也就是说, 框支剪力墙结构底部, 由于部分剪力墙不落地造成的刚度突变, 可通过提高落地墙的配筋率来补偿。

以上讨论只针对本文中列举的例子, 是否能说明本文提出的计算方法合理性, 有待于通过计算更多的例子来进一步验证。

本文是在魏琏指导下、戴国莹、韦承基、顾滇的帮助下完成的, 谨在此表示感谢。



图二

图三

用有限条和有限元法联解多肢剪力墙

天津大学建筑设计研究院
尹长瑞 宋秉泽

[摘要]本文提出的有限条和有限元的联解方法适于分析多肢剪力墙。对于墙肢部分，可划分为以正弦级数加补充项为节线位移函数的有限条元，而将联系梁划分为矩形单元。文中采用了子结构方法，消去了有限元的节点参数。算例表明，该方法输入数据少，精度高，并能节省计算时间。

一、概述

剪力墙结构体系是高层建筑中抗风抗震的比较有效的结构体系，而多肢剪力墙是较常见的剪力墙形之一。

在多肢剪力墙的分析中，主要有两类分析方法，一类是采用某些假定的简化分析方法。另一类是有限元和有限条法。简化分析方法使用方便，精度可以满足工程要求，但由于假定条件多，使用范围受到限制。有限元法求解范围广，精确度较高，但需要大容量的计算机，目前应用尚不广泛。有限条法未知量少，精确度高，可在中、小型计算机上进行计算，但由于有限条法最适用于规则区域问题，也使它的应用范围受到限制。

本文的目的是扩大有限条法的应用范围，使之能够应用于多肢剪力墙这类不规则区域问题的计算。对于墙肢，划分为若干有限条元，对于联系梁则划分为矩形单元。对于规则开孔的多肢剪力墙，采用了子结构方法，消去了有限元的全部结点参数，大大减少了输入数据与计算工作量。有限条元的节线位移函数选取了正弦级数加补充项，与通常使用的梁振型函数相比，容易积分且能减少计算时间，经过验证，级数的收敛性是较好的。

二、基本公式的推导

1. 有限条元的位移函数与刚度矩阵

取一典型有限条元如图1所示。

条元的位移函数取为：

$$u = \sum f_i(x) \cdot U_i(y) \quad (2-1)$$

$$v = \sum f_i(x) \cdot V_i(y) \quad (2-2)$$

其中 $P - i, i+1, i$ 和 $i+1$ 为条元相邻两条节线编号。

$f_i(x)$ 为横向位移插值函数。

$$f_i(x) = 1 - x/b \quad (2-3)$$

$$f_{i+1}(x) = x/b \quad (2-4)$$

这里 b 为条元宽度， x 为条元的局部横向坐标值。

$U_i(y)$ 和 $V_i(y)$ 为节线位移函数。

$$U_i(y) = \sum u_m \sin(n\pi y/l) + u_m y/l \quad (2-5)$$

$$V_i(y) = \sum v_m \sin(n\pi y/l) + v_m y/l \quad (2-6)$$

其中 n 为级数所取项数。

条元的刚度矩阵可表示为：

$$[S] = t \int [B]^T [D] [B] dA \quad (2-7)$$

其中 t 为条元厚度， $[B]$ 为应变矩阵， $[D]$ 为弹性矩阵。积分后，

可表示为：

$$[S] = \begin{pmatrix} [S]_{11} & [S]_{12} & \cdots & \cdots & \cdots & [S]_{1n} \\ [S]_{21} & [S]_{22} & \cdots & \cdots & \cdots & [S]_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ [S]_{n1} & [S]_{n2} & \cdots & \cdots & \cdots & [S]_{nn} \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

$$\text{其中 } [S]_{ij} = t \int \int [B]_i^T [D] [B]_j dx dy \quad (2-9)$$

2. 有限元的位移函数及刚度矩阵

取一典型单元，如图2所示。

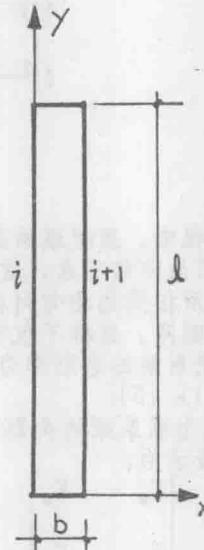


图1

位移函数取为：

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \quad (2-10)$$

$$v = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \quad (2-11)$$

其中 N_i 为形函数。

$u_i \sim u$ 和 $v_i \sim v$ 分别为 i, j, m, p 四个节点处的位移分量。

单元刚度矩阵为：

$$[K] = t \int \int [B]^T [G] dx dy$$

$$= \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots \\ K_{21} & K_{22} & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots \\ K_{nn} & K_{n1} & \dots & \vdots & K_{nn} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

其中 $[B]$ 为应变矩阵， $[G]$ 为应力矩阵。

3. 联系梁有限元总刚体的聚缩与转换

一般来讲，多肢剪力墙的联系梁多为规则排列。这样，我们可以把每一个联系梁作为一个子结构，通过聚缩与转换，消去有限元的全部节点参数。

如图3所示，一联系梁的有限元网格划分及节点编号。

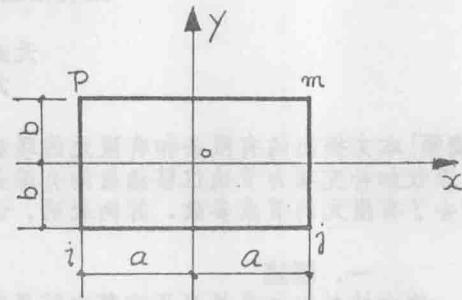


图2

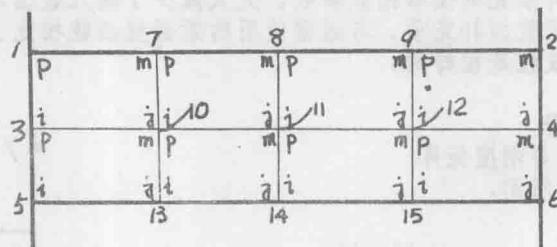


图3

在聚缩过程中，须把联系梁总刚阵中的元素按内部节点和外部节点分块。我们看到，1—6为外部节点，7—15为内部节点，这样形成总刚阵时，上部对应外部节点参数而下部对应内部结点参数。由于联系梁采用相同的均匀网格，而且单元的节点均采用相同的顺序，我们不必逐个计算单元刚阵和联系梁的总刚阵。这样不仅节省了计算时间，而且大大减少了输入数据。

设第 j 个联系梁的总刚阵为 $[K]$ ，则有

$$[K] (\delta) = (S), \quad (2-13)$$

其中 (δ) 为联系梁的全部节点位移， (S) 为节点力。

$[K]$ 可表示为：

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{ee} & K_{ei} \\ K_{ie} & K_{ii} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

$(\delta)_e$ 可表示为：

$$(\delta)_e = \begin{Bmatrix} \delta_{eu} \\ \delta_{ei} \end{Bmatrix} \quad (2-15)$$

其中 δ_{eu} 为外部节点位移， δ_{ei} 为内部节点位移。

因此(2-14)式可表示为：

$$\begin{bmatrix} K_{ee} & K_{ei} \\ K_{ie} & K_{ii} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta_{eu} \\ \delta_{ei} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{eu} \\ S_{ei} \end{Bmatrix} \quad (2-16)$$