



中国机械工程学科教程配套系列教材  
教育部高等学校机械设计制造及其自动化专业教学指导分委员会推荐教材

# 机械振动

吴天行 华宏星 主编



清华大学出版社



中国机械工程学科教程配套系列教材  
教育部高等学校机械设计制造及其自动化专业教学指导分委员会推荐教材

# 机械振动

吴天行 华宏星 主编

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是机械振动教材,内容涵盖了振动基本理论、振动控制原理、振动测试技术和 MATLAB 振动计算等。振动基本理论主要介绍离散系统和连续系统的线性振动,以信号处理为基础、输入输出关系分析为重点的随机振动,以及具有各种代表性特质的非线性振动。振动控制原理重点介绍振源分析、隔振技术、阻尼减振、动力吸振、半主动控制和主动控制等内容。振动测试技术主要介绍传感器和仪器、信号处理基本知识以及振动测量方法。MATLAB 振动计算则通过算例介绍如何用 MATLAB 编程计算固有频率、振型和响应等振动问题。

本书主要用作高年级本科生或研究生的机械振动课程教材,也可作为从事机械工程、车辆工程和土木工程的技术人员解决振动问题的参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

机械振动/吴天行,华宏星主编.--北京:清华大学出版社,2014

中国机械工程学科教程配套系列教材暨教育部高等学校机械设计制造及其自动化专业教学指导分委员会推荐教材

ISBN 978-7-302-35731-5

I. ①机… II. ①吴… ②华… III. ①机械振动—高等学校—教材 IV. ①TH113.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 060819 号

责任编辑:庄红权

封面设计:常雪影

责任校对:刘玉霞

责任印制:沈 露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:14.75 字 数:356千字

版 次:2014年4月第1版 印 次:2014年4月第1次印刷

印 数:1~2500

定 价:32.00元

产品编号:052417-01

中国机械工程学科教程配套系列教材暨教育部高等学校  
机械设计制造及其自动化专业教学指导分委员会推荐教材

# 编 委 会

顾 问  
李培根院士

主任委员  
陈关龙 吴昌林

副主任委员  
许明恒 于晓红 李郝林 李 旦 郭钟宁

编 委(按姓氏首字母排列)  
韩建海 李理光 李尚平 潘柏松 芮执元  
许映秋 袁军堂 张 慧 张有忱/左健民

秘 书  
庄红权

我曾提出过高等工程教育边界再设计的想法,这个想法源于社会的反应。常听到工业界人士提出这样的话题:大学能否为他们进行人才的订单式培养。这种要求看似简单、直白,却反映了当前学校人才培养工作的一种尴尬:大学培养的人才还不是很适应企业的需求,或者说毕业生的知识结构还难以很快适应企业的工作。

当今世界,科技发展日新月异,业界需求千变万化。为了适应工业界和人才市场的这种需求,也即是适应科技发展的需求,工程教学应该适时地进行某些调整或变化。一个专业的知识体系、一门课程的教学内容都需要不断变化,此乃客观规律。我所主张的边界再设计即是这种调整或变化的体现。边界再设计的内涵之一即是课程体系及课程内容边界的再设计。

技术的快速进步,使得企业的工作内容有了很大变化。如从20世纪90年代以来,信息技术相继成为很多企业进一步发展的瓶颈,因此不少企业纷纷把信息化作为一项具有战略意义的工作。但是业界人士很快发现,在毕业生中很难找到这样的专门人才。计算机专业的学生并不熟悉企业信息化的内容、流程等,管理专业的学生不熟悉信息技术,工程专业的学生可能既不熟悉管理,也不熟悉信息技术。我们不难发现,制造业信息化其实就处在某些专业的边缘地带。那么对那些专业而言,其课程体系的边界是否要变?某些课程内容的边界是否有可能变?目前不少课程的内容不仅未跟上科学研究的发展,也未跟上技术的实际应用。极端情况甚至存在有些地方个别课程还在讲授已多年弃之不用技术。若课程内容滞后于新技术的实际应用好多年,则是高等工程教育的落后甚至是悲哀。

课程体系的边界在哪里?某一门课程内容的边界又在哪里?这些实际上是业界或人才市场对高等工程教育提出的我们必须面对的问题。因此可以说,真正驱动工程教育边界再设计的是业界或人才市场,当然更重要的是大学如何主动响应业界的驱动。

当然,教育理想和社会需求是有矛盾的,对通才和专才的需求是有矛盾的。高等学校既不能丧失教育理想、丧失自己应有的价值观,又不能无视社会需求。明智的学校或教师都应该而且能够通过合适的边界再设计找到适合自己的平衡点。

我认为,长期以来,我们的高等教育其实是“以教师为中心”的。几乎所有的教育活动都是由教师设计或制定的。然而,更好的教育应该是“以学生

为中心”的,即充分挖掘、启发学生的潜能。尽管教材的编写完全是由教师完成的,但是真正好的教材需要教师在编写时常怀“以学生为中心”的教育理念。如此,方得以产生真正的“精品教材”。

教育部高等学校机械设计制造及其自动化专业教学指导分委员会、中国机械工程学会与清华大学出版社合作编写、出版了《中国机械工程学科教程》,规划机械专业乃至相关课程的内容。但是“教程”绝不应该成为教师们编写教材的束缚。从适应科技和教育发展的需求而言,这项工作应该不是一时的,而是长期的,不是静止的,而是动态的。《中国机械工程学科教程》只是提供一个平台。我很高兴地看到,已经有多位教授努力地进行了探索,推出了新的、有创新思维的教材。希望有志于此的人们更多地利用这个平台,持续、有效地展开专业的、课程的边界再设计,使得我们的教学内容总能跟上技术的发展,使得我们培养的人才更能为社会所认可,为业界所欢迎。

是以为序。



2009年7月

# 前 言

## FOREWORD

许多学校对工程专业的学生开设了机械振动课程,然而很多曾经在学校学过这门课程的工程师,面对工程实际振动问题时依然感到困惑和难以解决,这在很大程度上与目前振动课程的教学内容不能满足工程实际需要有关。

要解决工程实际振动问题,除了必须掌握振动理论知识外,还应该了解振动控制原理和技术;很多工程实际振动问题的解决,更依赖于对机器或结构的振动测试分析,而分析测试数据则涉及信号处理技术;此外,仿真计算也是解决工程振动问题必不可少的重要工具。国内绝大多数机械振动教材主要介绍基本理论知识,仅仅学习这些基本理论,还不足以使学生具备解决工程实际问题的能力。以笔者多年从事振动课程教学、科研和技术咨询的经验来看,如果在目前振动课程的基础上,再讲授一些振动控制技术和测试分析方面的内容,就能较好地培养学生解决工程振动问题的能力。这也是编写这本机械振动教材的原因。

与国内大多数已有的教材相比,这本机械振动教材具有以下特点:一是内容丰富,包括线性振动、非线性振动和随机振动,涵盖振动基本理论、振动控制原理、振动测试技术和 MATLAB 振动计算等各个方面;二是内容简明扼要,注重介绍振动的物理本质,淡化数学公式的推导;三是举例尽量考虑工程背景,在了解物理本质的基础上分析工程实际振动问题,通过应用进一步加深对理论的理解。本书内容虽然涉及振动理论与应用的各个方面,但是由于编写精练,篇幅却不大,很适合当下高校课程开设多、学习时间紧张的实际情况。

本书的编写凝结了上海交通大学振动冲击噪声研究所多位教师的心血,具体分工如下:华宏星编写第 1、2 章和第 9 章的模态分析测试部分,黄修长编写第 3 章,吴天行编写第 4、5、6、8 章,湛勇编写第 7 章,严莉编写第 9 章的前半部分和附录,龙新华编写第 10 章。吴天行负责统稿。李鸿光和陈锋为本书提供了部分材料,对此表示感谢。本书在编写过程中参考了国内外多部优秀教材(已在参考文献中列出),在此一并表示感谢。

由于编者水平所限,加上时间仓促,书中难免谬误之处,敬请读者不吝指正。

编 者

2014.2

<b>第 1 章 振动基础知识</b> .....	1
1.1 振动研究的基本内容和方法 .....	1
1.2 振动的分类 .....	3
1.3 振动的运动学分析 .....	4
1.4 周期运动的谱分析 .....	6
1.5 振动分析的力学模型 .....	8
习题一 .....	11
<b>第 2 章 单自由度系统的自由振动</b> .....	13
2.1 无阻尼自由振动 .....	14
2.2 能量法 .....	15
2.3 等效质量与等效刚度 .....	17
2.3.1 等效质量的计算 .....	17
2.3.2 等效刚度的计算 .....	19
2.4 有阻尼自由振动 .....	20
2.5 对数衰减率 .....	23
2.6 干摩擦阻尼下的自由振动 .....	24
习题二 .....	25
<b>第 3 章 单自由度系统的强迫振动</b> .....	28
3.1 简谐激励作用下的响应 .....	28
3.2 频率响应函数 .....	33
3.3 机械阻抗的基本概念 .....	34
3.4 结构阻尼和库仑阻尼 .....	34
3.5 等效阻尼 .....	35
3.6 旋转失衡 .....	37
3.7 转子旋曲与临界转速 .....	39



3.8	基础激励与隔振 .....	42
3.9	测振仪原理 .....	44
3.10	任意周期激励下的稳态响应 .....	46
3.11	任意激励作用下的瞬态响应 .....	47
3.12	冲击响应 .....	50
	习题三 .....	52
<b>第4章</b>	<b>二自由度系统 .....</b>	<b>56</b>
4.1	无阻尼自由振动 .....	56
4.2	谐激励下的稳态响应 .....	59
4.3	动力吸振器原理 .....	61
4.4	坐标耦合 .....	62
	习题四 .....	63
<b>第5章</b>	<b>多自由度系统 .....</b>	<b>65</b>
5.1	运动方程的建立 .....	65
5.1.1	刚度矩阵方法 .....	65
5.1.2	柔度矩阵方法 .....	67
5.1.3	拉格朗日方程的应用 .....	69
5.2	固有频率与振型 .....	70
5.3	振型向量的正交性 .....	71
5.4	振型叠加法 .....	72
5.5	阻尼的处理 .....	75
5.6	振型截断法 .....	75
5.7	状态空间法 .....	76
5.8	计算基频的近似方法 .....	77
5.8.1	瑞利(Rayleigh)法 .....	77
5.8.2	邓克列(Dunkerley)公式 .....	78
	习题五 .....	80
<b>第6章</b>	<b>连续系统振动 .....</b>	<b>82</b>
6.1	波动方程 .....	82
6.1.1	杆的纵向振动 .....	82
6.1.2	圆轴的扭转振动 .....	83
6.1.3	弦振动 .....	84
6.1.4	波动方程的解与行波 .....	84

6.1.5 固有频率和振型函数 .....	85
6.2 梁的横向振动 .....	88
6.2.1 梁振动的运动方程及解的性质 .....	88
6.2.2 梁振动的固有频率与振型 .....	89
6.2.3 剪切变形和转动惯量的影响 .....	92
6.3 连续系统振型函数的正交性 .....	93
6.3.1 杆的振型函数正交性 .....	94
6.3.2 梁的振型函数正交性 .....	94
6.4 梁振动的振型叠加法 .....	95
6.5 连续系统固有频率的近似计算 .....	96
习题六 .....	98
<b>第 7 章 振动控制原理</b> .....	<b>100</b>
7.1 振动源 .....	100
7.2 振动的危害和容许标准 .....	101
7.3 振动控制方法 .....	101
7.4 振源控制 .....	102
7.5 隔振 .....	103
7.5.1 刚性基础的振动隔离 .....	104
7.5.2 弹性基础的振动隔离 .....	106
7.5.3 隔振设计流程 .....	108
7.5.4 隔振器 .....	108
7.6 阻尼减振 .....	110
7.6.1 阻尼的分类及作用机制 .....	110
7.6.2 阻尼器原理 .....	111
7.6.3 粘弹性阻尼材料 .....	112
7.6.4 阻尼处理与约束阻尼层 .....	113
7.7 动力吸振器 .....	116
7.8 振动主动控制 .....	120
7.8.1 概述 .....	120
7.8.2 半主动控制 .....	121
7.8.3 主动控制 .....	123
7.8.4 最优控制 .....	128
习题七 .....	129
<b>第 8 章 随机振动</b> .....	<b>130</b>
8.1 随机变量与随机过程 .....	130

8.2	傅里叶变换 .....	132
8.2.1	复数形式的傅里叶级数 .....	133
8.2.2	傅里叶变换 .....	133
8.2.3	傅里叶变换的重要性质 .....	134
8.3	随机信号的相关分析和谱分析 .....	135
8.3.1	相关分析 .....	135
8.3.2	谱分析 .....	137
8.4	单输入-单输出系统对随机激励的响应 .....	139
8.5	多输入-单输出系统 .....	143
8.5.1	响应的自相关函数和功率谱密度 .....	143
8.5.2	系统对随机激励的均方响应 .....	145
8.6	多输入-多输出系统 .....	145
	习题八 .....	148
<b>第9章</b>	<b>振动测量</b> .....	<b>150</b>
9.1	振动测量的目的、方法与过程 .....	150
9.2	传感器与激振设备 .....	150
9.2.1	压电加速度传感器 .....	151
9.2.2	加速度计的使用 .....	152
9.2.3	速度传感器 .....	154
9.2.4	位移传感器 .....	155
9.2.5	其他传感器 .....	156
9.2.6	激振设备 .....	157
9.3	振动测量仪器 .....	158
9.4	振动信号处理 .....	159
9.4.1	采样定理 .....	160
9.4.2	谱分析 .....	161
9.5	振动测量方法 .....	162
9.5.1	实验模态分析原理 .....	162
9.5.2	模态测试 .....	165
	习题九 .....	167
<b>第10章</b>	<b>非线性振动</b> .....	<b>169</b>
10.1	机械及结构的非线性要素 .....	169
10.1.1	非线性弹性 .....	169
10.1.2	非线性阻尼 .....	170

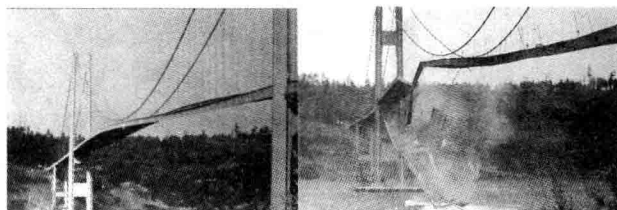
10.1.3	时变系数 .....	171
10.2	非线性振动的定性分析方法 .....	172
10.2.1	相平面法 .....	172
10.2.2	平衡点的稳定性分析 .....	173
10.3	自激振动、极限环 .....	178
10.4	强迫振动: 跳跃现象、次谐波与组合谐波 .....	180
10.4.1	跳跃现象 .....	180
10.4.2	次谐波响应 .....	184
10.4.3	组合谐波响应 .....	186
10.5	参数激励振动 .....	187
10.6	混沌与分岔 .....	189
10.6.1	庞加莱截面 .....	190
10.6.2	分岔 .....	191
10.6.3	混沌行为 .....	192
	习题十 .....	194
<b>附录A</b>	<b>用 MATLAB 计算振动问题 .....</b>	<b>196</b>
A.1	MATLAB 简介 .....	196
A.2	固有频率和振型的计算 .....	197
A.3	龙格-库塔(Runge-Kutta)法 .....	198
A.4	线性代数方程组求解 .....	198
A.5	MATLAB 计算振动问题算例 .....	199
<b>附录B</b>	<b>用于均方响应计算的积分 .....</b>	<b>220</b>
<b>参考文献</b>	<b>.....</b>	<b>221</b>

## 振动基础知识

### 1.1 振动研究的基本内容和方法

振动泛指物体在某一位置附近的往复运动。这里的物体既可以是飞机、车辆、船舶和建筑等大型宏观物体,也可以是微粒、分子、原子和光子之类的微观物质。本书着重研究机械或结构在静平衡位置附近微小的来回运动,这种往复运动通常称为机械振动,简称振动。机械振动是一种常见的力学现象,任何物体只要有惯性和弹性,在激励作用下就会发生振动。

引起机械或结构振动的原因是各种各样的,例如旋转机械转动质量的不平衡分布,传动装置中齿轮加工误差,轴承的缺陷和不良润滑等都会引起机器的振动;汽车在不平路面上行驶会导致车身振动,车辆通过桥梁时会使桥梁结构产生振动;飞机与空气作用、海浪与船舶作用都可以导致飞机与船舶结构的振动;大桥或高层建筑在 seismic 波和风的作用下同样会产生振动。对于多数机器和结构来说,振动带来的是不良后果。振动会降低机器的使用性能,如机床振动会降低工件的加工精度,测量仪器在振动环境中无法正常使用,起重机振动使货物装卸或设备吊装发生困难。由于振动,机器和结构会受到反复作用的动载荷,这将降低机器和结构的使用寿命,甚至导致灾难性的破坏性事故。如大桥因共振而毁坏,烟囱因风致振动而倒塌,汽轮机轴因振动而断裂,飞机因颤振而坠落等。虽属罕见,但都有记录。1940年美国华盛顿州 Tacoma 海峡大桥通车仅四个月就因为 8 级大风引起颤振而坍塌(图 1-1)。此外,机器和结构振动往往伴随着噪声,这是由于振动在机器或结构中传播时会辐射声音,从而形成噪声。振动和噪声对环境造成影响,严重时 can 损害人体健康。振动传递给人体,除了引起不适,还会影响操作人员对机器或设备的操控,降低工作效率。人如果较长时间暴露于振动噪声环境中,会感到身心疲惫;振动噪声严重超标时将损害人的听力和运动机能。



(a) 振动初始阶段

(b) 引起桥面共振而坍塌

图 1-1 Tacoma 海峡大桥 1940 年因气动颤振坍塌

当然振动并非全无是处,也有可以利用的方面。例如,工厂里使用的振动输送机 and 振动筛、道路使用的振动压路机和铁路使用的碎石道床捣固车、建筑工地使用的风镐和混凝土浇灌工具、日常使用的钟表、电子按摩装置和很多乐器都是利用振动原理工作的。

学习机械振动这门课程的目的,一是探索振动的产生原因和运动规律,二是寻求控制和消除振动的方法,以减少振动的不良后果和危害。其内容大体可以概括为以下几个方面:

- (1) 确定振动系统的固有频率和振型,预防共振的发生。
- (2) 计算系统的振动响应,确定机器或结构受到的动载荷以及振动能量水平。
- (3) 研究平衡、隔振和减振方法,减少振动的不良影响。
- (4) 进行振动测试,通过试验分析振动系统的特性和产生振动的原因,以便对振动进行有效控制。
- (5) 振动技术的利用。

本书要研究的问题,除了第(5)方面的内容,其余的都覆盖了。其中第(1)和第(2)是基础,第(3)是目的,第(4)是手段之一。

在振动理论中,通常把所研究的机器和结构称为系统,把外界对系统的作用和机器运动产生的力称为激励或输入,把机器和结构在激励作用下的振动称为响应或输出。概括地说,振动理论就是研究系统、系统的输入和输出三者之间的相互关系。从系统分析的观点看,如果知道其中两者,就可以算出第三者。因此振动分析要解决的问题也可以归纳为下列几类:

(1) 响应分析。在已知系统参数和外界激励条件下求系统的响应,包括系统的位移、速度和加速度,以及系统振动的能量水平或产生的动载荷等。解决这类问题的目的是分析机器或结构的动态强度和刚度,以及它们的疲劳寿命等。

(2) 系统设计。在已知外界激励的条件下设计合理的系统参数,使系统的动态响应或输出达到要求。解决这类问题大多应用于减振、隔振设计。当原有的机器或结构振动过大或者超限,就需要对系统的动态参数进行调整,或采用隔振、减振装置,使系统的振动响应降低并达标。

(3) 系统识别。在已知系统的输入和输出条件下求出系统的参数,了解系统的特性。解决这类问题通常以振动测试技术和信号处理技术为基础,这也是解决振动问题的一个必不可少的手段。

(4) 环境预测。在已知系统的响应或输出和系统参数的条件下,预测外界对系统的输入。这类问题属于所谓的反问题,在工程实际中经常有应用。例如,有时候无法直接计算或测量外界对机器的载荷或输入,此时就可以应用环境预测方法,间接求出外界对系统的输入。

研究和解决振动问题可以通过两种途径:理论计算分析方法和振动测试分析方法。应用理论方法解决振动问题时,首先要建立振动系统的力学模型和运动方程,然后进行求解得到结果。对复杂的机器或结构,往往无法用解析方法建立其模型和方程,此时可以采用有限元方法,应用有限元软件建模和计算分析。采用振动试验方法时,通常要测量振动系统的激励和响应,并应用相关的理论知识结合信号处理技术来解决振动问题。若将理论方法与试验方法相互结合,发挥各自特点,则更加有利于研究和解决工程实际的振动问题。

## 1.2 振动的分类

按照不同的方法,可以对振动进行如下分类。

### 1. 自由振动和受迫振动

系统受到一个初始扰动后产生振动,但在后续运动过程中不受外力作用,这样的振动称为自由振动。自由振动的特点是除了初始扰动之外,系统在振动过程中没有外界能量输入。若系统在自由振动过程没有能量消耗,那么振动将一直持续下去。

系统在外力作用下所作的振动称为受迫振动。引起受迫振动的也可以是基础激励,此时外界对系统的输入用位移、速度或加速度表示。机器在正常运转过程中产生的振动就是一种受迫振动,这时的外力作用通常是周期性的。如果外力作用的频率与系统的固有频率一致,系统将产生共振,发生共振时振动幅度可以非常大,有可能导致设备损坏。因此机器或结构工作时应避免发生共振。

### 2. 无阻尼振动和阻尼振动

在振动理论中把消耗能量的机制或装置称为阻尼。如果系统振动过程中没有阻尼作用(无能量消耗),就称为无阻尼振动,反之则称为有阻尼振动。工程实际中阻尼总是存在的,阻尼的机理也是各种各样的,如运动副的表面摩擦、材料变形的内摩擦、流体的粘性等都会导致能量损失。阻尼对共振区的振动影响非常重要,但对远离共振区的振动影响比较小。

### 3. 线性振动与非线性振动

如果振动系统的所有元件即弹簧、质量和阻尼都遵循线性规律,这个系统就是线性系统,其振动称为线性振动。反之,如果系统元件中只要有一个不遵循线性规律,则这个系统就是非线性系统,其振动称为非线性振动。对于线性系统,叠加原理成立,这给系统运动微分方程的求解带来极大便利。但是叠加原理对非线性系统不成立,因此对非线性系统的计算分析远不如对线性系统那样容易。非线性振动会表现出一些线性振动所不具备的特质。

### 4. 自激振动与参数激励振动

在一般的受迫振动中,激励力通常与系统运动无关。自激振动的激励与受迫振动不同,与系统自身运动相关,激励力是运动参数(位移或速度)的函数。经常用来描述自激振动的典型例子是弹簧-质量块在运动皮带摩擦驱动下产生的振动,飞机机翼的颤振、汽车车轮的摆振、机床工作台在滑动导轨上的低速爬行等都是自激振动的工程实例。

参数激励振动顾名思义是因系统参数变化产生激励而引起的振动。在铁路系统中很容易找到参数激励振动的实例。例如,钢轨在轨枕间各个位置的垂向刚度是不同的,列车运行中车轮经历钢轨刚度的周期性变化,引起轮轨间的动态作用,从而导致轮轨系统发生振动。这类振动因系统参数变化而产生激励,并无外力作用,故称之为参数激励振动。

## 5. 确定性振动与随机振动

如果作用于振动系统的激励都是确定性的,且系统也是确定性的,则系统的振动必然是确定性的。但是在有些情况下引起振动的激励不是确定性的,如桥梁、电视塔或高层建筑在风作用下的振动,船舶或海上石油平台在海浪作用下的振动,以及车辆在不平路面上行驶产生的颠簸等。风、海浪和路面高低这类激励随时间的变化无法确定,但是服从一定的统计规律。既然激励是随机的,那么系统的振动响应也是随机的,这种由随机激励引起的振动称为随机振动。本书第 8 章专门研究随机振动。

### 1.3 振动的运动学分析

振动是位移、速度或加速度在平衡位置附近随时间变化的过程,通常可以归纳成三种类型:周期振动、瞬态振动和随机振动。图 1-2 给出了这三种振动随时间变化的图形。周期振动通常与机器的稳态运行有关,因为机器稳态运行时转速是一定的,所以引起的振动是周期性的。瞬态振动通常发生在机器的启停阶段,或者在结构受冲击力作用时。其特点是一旦激励力消失,振动能量将不断地被消耗,最终衰减为零。随机振动是系统在随机激励作用下产生的振动,例如在风载荷、海浪作用下工程结构产生的振动,或者车辆驶过不平路面时发生的振动。其特点是运动过程无法用确定性函数表示,但是服从一定的统计规律。

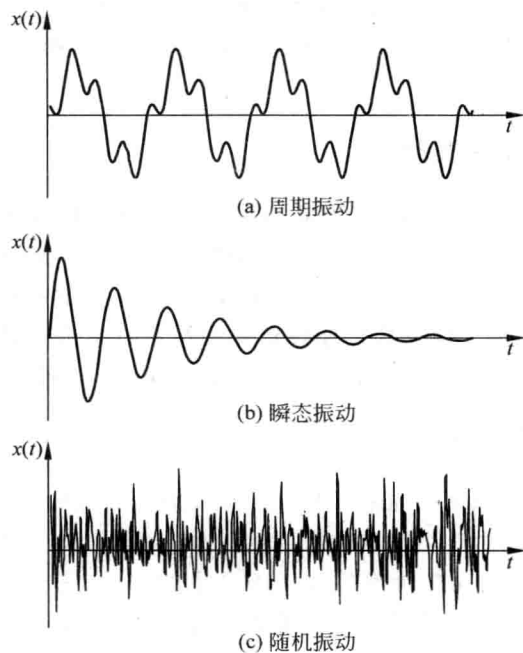


图 1-2 三种类型的振动

最基本的周期振动是简谐运动,可以用简谐函数表示

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \quad (1-1)$$



式中,  $A$  为振幅,  $\omega$  为圆频率,  $\varphi$  为初相位, 它们是简谐运动的三要素。圆频率  $\omega$  的单位是  $\text{rad/s}$ , 表示单位时间内变化的弧度。还有一个常用的频率单位是  $\text{Hz}$ , 代表单位时间内变化的次数, 用  $f$  表示。例如交流电的频率是  $50\text{Hz}$ 。圆频率  $\omega$  与频率  $f$  的关系为  $\omega = 2\pi f$ 。

假定式(1-1)表示的是振动位移, 对其求一次导数便得到振动速度:

$$\dot{x}(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi) = \omega A \sin(\omega t + \varphi + \pi/2) \quad (1-2)$$

可见简谐运动的速度振幅为  $\omega A$ , 是位移振幅  $A$  的  $\omega$  倍, 并且在相位上比位移超前  $\pi/2$ 。对式(1-2)求导就得到振动加速度:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) \quad (1-3)$$

简谐运动的加速度相位比速度超前  $\pi/2$ , 因而与位移反相。加速度振幅  $\omega^2 A$  是速度振幅的  $\omega$  倍, 是位移振幅的  $\omega^2$  倍。简谐运动位移、速度和加速度之间的关系是简谐运动的重要性质。

简谐运动也可以通过旋转矢量表示, 这是一种比较直观的方法, 如图 1-3 所示。图中模为  $A$  的矢量以角速度  $\omega$  绕  $O$  点逆时针旋转, 其端点在  $x$  轴上的投影便是式(1-1)表示的简谐运动。旋转矢量的模等于振幅  $A$ , 角速度  $\omega$  等于圆频率, 其初始位置与水平轴的夹角  $\varphi$  就是简谐运动的初相位。

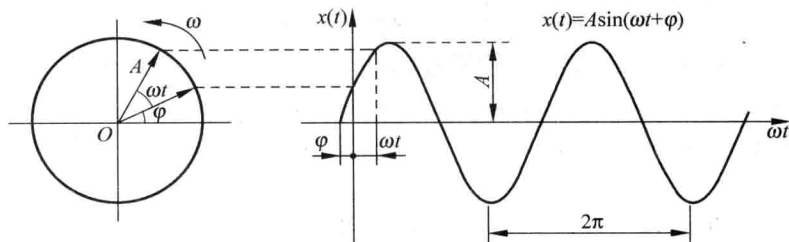


图 1-3 简谐运动的旋转矢量表示法

简谐运动还可以用指数形式的复数来表示, 这将给分析计算带来很大便利, 如下式

$$x(t) = A e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (1-4)$$

复数表达式  $A e^{i(\omega t + \varphi)} = A[\cos(\omega t + \varphi) + i \sin(\omega t + \varphi)]$  在数学上由实部和虚部两部分组成, 两者都代表简谐运动(相位差为  $\pi/2$ )。但在应用时可以将  $A e^{i(\omega t + \varphi)}$  当作整体对待, 用不着区分实部和虚部。这是因为式(1-4)完整地反映了简谐运动的性质, 如振幅  $A$ , 圆频率  $\omega$  和初相位  $\varphi$ , 其运算规则也与式(1-1)表示的简谐运动完全相同, 但更加简便。例如, 对式(1-4)分别求一次和两次导数可得

$$\dot{x}(t) = i\omega A e^{i(\omega t + \varphi)} = i\omega x(t), \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 A e^{i(\omega t + \varphi)} = -\omega^2 x(t)$$

式中,  $i$  是单位虚部。一个复数被  $i$  相乘一次则相位前移  $\pi/2$ , 但是模不会改变。可见用指数形式的复数和用三角函数表达的简谐运动性质完全相同, 但指数函数的求导比三角函数简单得多, 这给分析计算带来便利, 在以后的章节里会看到。

两个同频率的简谐运动相加, 从旋转矢量表示的简谐运动可知, 它们的角速度(即圆频率)相同, 所以两个旋转矢量的相对位置即它们的夹角保持不变, 因此合成后仍是同频率的简谐运动。设这两个简谐运动为

$$x_1(t) = A_1 e^{i(\omega t + \varphi_1)} \quad (1-5)$$

$$x_2(t) = A_2 e^{i(\omega t + \varphi_2)} \quad (1-6)$$