

640 Latest World Famous
thus, the set of θ -adjacencies for a biword $\binom{v}{w} = \binom{a_1 a_2 \dots a_n}{b_1 b_2 \dots b_n} \in (N \times N)^n$ is

新编640个世界著名

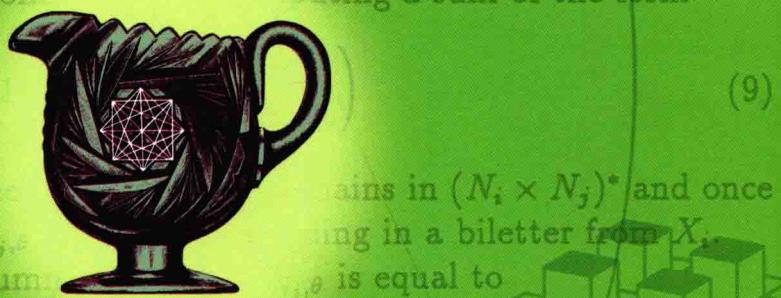
数学 Mathematical Intellectual Puzzles (8)

As will be seen, the crucial step in establishing Theorem 1 is the evalua-
tion of

智力题

◎ 佩捷 主编

here X_i denotes the set of biletters $N_i \times N_0 = \{\binom{k}{0} : 0 \leq k \leq i\}$ and
here W is the homomorphism on $(N \times N)^*$ obtained by multiplicatively
extending the weight $W\binom{i}{j} = q^i p^{j-i}$ based on each $\binom{i}{j} \in N \times N$. In view of
(5) and (6), this can be accom-
plished by first computing a sum of the form



vice; once summed over the
summed over the set $T_{N_i \times N_j}^*$.
By (8), expression (9) sum-

$$\sum_{n \geq 0} (-1)^n (1-t)^n z^n$$

数学主要地是一项青年人的游戏。它是智力运动的练习。
只有具有青春与力量才能做得满意。——诺伯特·维纳

为了激励人们向前进，应该所给的数学问题具有一定的难度，
但也不可难到高不可攀，因为望而生畏的难题必将挫伤人们继续前进的积极性。总之，
适当的难度的数学问题，应该成为人们揭示真理奥秘之征途中的路标。

同时又是人们在问题解决后的喜悦感中的珍贵的纪念品。——大卫·希尔伯特

Summarizing, we have established that

640 Latest World Famous

新编640个世界著名

数学 Mathematical Intellectual Puzzles (8)

智力趣题

◎ 佩捷 主编

where X_k denotes the set of biletters $N_i \times N_j = \{ \begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix} : 0 \leq k \leq i \}$ and where W is the homomorphism on $(N \times N)^*$ obtained by multiplicatively extending the weight $W \left(\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \right) = \sum_{k=0}^i \sum_{l=0}^j (-1)^{i+k} \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j \\ l \end{pmatrix} X_k X_l$ for each $\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \in N \times N$. In view of (5) and (6), this can be accomplished by summing a sum of the form



twice; once summed over the set $T_{N_i \times N_j}$ and once summed over the set $T_{N_i \times N_j}$.

By (8), expression (9) is

$$\sum_{n \geq 0} (-1)^n (1 - t)^n z^n$$

$\sum_{i \geq 0} \sum_{j \geq 0} \sum_{k=0}^i \sum_{l=0}^j (-1)^{i+k} \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j \\ l \end{pmatrix} X_k X_l$

$\sum_{i \geq 0} \sum_{j \geq 0} \sum_{k=0}^i \sum_{l=0}^j (-1)^{i+k} \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j \\ l \end{pmatrix} X_k X_l$

as in $(N_i \times N_j)^*$ and once again in a biletter from $T_{N_i \times N_j}$ equal to



which, by Lemma 1, is

数学主要地是一项青年人的游戏。它是智力运动的练习，只有具有青春与力量才能做得满意。——诺伯特·维纳

为了激励人们向前迈进，应使所给的数学问题具有一定的难度，但也不可难到高不可攀，因为望而生畏的难题必将挫伤人们继续前进的积极性。总之，

适当难度的数学问题，应该成为人们揭示真理奥秘之征途中的路标，同时又是人们在问题获解后的喜悦感中的珍贵的纪念品。——大卫·希尔伯特

Summarizing, we have established that

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书收集了 640 余个国内外数学智力趣题。它将抽象的定理、公式、方法隐含于通俗、生动、有趣的题目中，深入浅出。本书叙述严谨清晰易懂，可激发学习兴趣，是提高数学水平、锻炼逻辑思维能力的理想用书。本书适合于中学生，尤其是数学竞赛选手，及数学爱好者。

图书在版编目(CIP)数据

新编 640 个世界著名数学智力趣题 / 佩捷主编。
— 哈尔滨 : 哈尔滨工业大学出版社 , 2014.1
ISBN 978-7-5603-4049-4

I . ①新… II . ①佩… III . ①数学 - 普及读物
IV . ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 073530 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 李广鑫 张 佳

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 黑龙江省教育厅印刷厂

开 本 787mm×960mm 1/16 印张 48 字数 860 千字

版 次 2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-4049-4

定 价 88.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)



序 言

古时科举制所作的八股文章,讲究先“破题”. 我们不妨借用一下这种程式,先解释一下书名. 数学趣题古时就有,从中国古代的“鸡兔同笼”、“五家共井”到西方的“百牛问题”等等,甚至在俄国著名画家别尔斯基的油画《心算》中也出现过这样的趣题. 这些古老的趣题启蒙了无数稚童学子,其中更不乏一代又一代的算学宗师,然而时过境迁,今天回头再看这些问题,人们不再感到数学上的困难,只剩下一点对古人那种或青灯黄卷或红袖添香的读书生活的想往. 21世纪需要21世纪的数学,21世纪自然会有21世纪的数学趣题,这便是书名中所谓的最新的含意.

任何一句话都是说给某个或某些人听的,任何一本书都是写给某些特定的读者看的.

本书首先想献给那些想欣赏数学的普通人.

这不是一本出题让你做的书,而是展示数学奇迹的



小橱窗.

数学,由于它的语言、记法以及看上去显得奇特的符号,就像一堵高墙,和周围世界隔开了.那座墙的背后在干什么,就其大部分来说,外行人是感到神秘的,充满的是一些枯燥乏味的数字,是受铁的法则制约的毫无生气的机械结构.

推倒这座墙,用一般人也能欣赏的方式来介绍数学,使数学的欣赏扩大到那些“数学天才”的小圈子以外,正是本书所要达到的目的之一.本书的题目全部取材于日常生活,看得见、摸得着,而且不含数学符号.有一位著名的数学家对一道好的问题所提的标准是“可以将它讲给你的外祖母听”,本书力图做到这一点.它向人们证明了一点:数学既不必是严峻的,也未必是遥远的.它既和几乎所有人类活动有关,又对每个真心感兴趣的人有益.正如数学家L. Kelvin所说:“别把数学想象得那么困难和艰涩,并认为它排斥常识,数学仅仅是常识的一种微妙形式.”

②

西班牙数学家米盖尔·古斯曼(Miguel de Guzman)在他的趣味数学著作《数学探奇》(《AVENTURES MATHEMATIQUES》)首次在中国出版时的序言中写道:“当一个人怀着爱心和热情去从事数学活动时,他就能体会到其中所蕴含的深刻的美感.但愿有更多的人,不论是年青的还是年长的,都能领略到这种美感.”

目前,许多数学家已经认识到,社会公众欣赏数学的迫切性及困难性.在美国一所大学举行的鸡尾酒会上,参加者谈到关于科学家们是否比那些普通职业者有更多的怪异和压抑的问题,一位开诊所的心理学家参加了讨论并断言说,心理学家对此已有过详细的研究,回答是否定的,即没有一种职业似乎会比其他职业有更多的怪异和压抑.但他又说,有两个例外,那就是数学家和双簧管演奏者.因为他们两者有一个共同之处是,都在做十分困难而且没有几个人欣赏的事.为改变这种状况,美国数学会甚至雇用了一个公共关系公司来改进公众对数学的看法.一个显著的效果是美国国会规定每年有一周是“了解数学周”,并且加大了对数学教育的投入.根据数学联合政策委员会(Joint Polity for Mathematics)、政府与公共事务办公室(Office of Governmental and Public Affairs)主任Kenneth Hoffman的报告我们知道:美国每年的数学经费是235亿美元,其中5亿用于研究,30亿用于院校教育,200亿用于中小学数学教育.仅看一例,当前美国最大的数学教学改革项目之一,1983年成立的“芝加哥大学数学设计(UCSMP)”到1992年为止光接受美国最大的石油公司之一的阿摩柯(AMOCO)的赞助就达820万美元,并且同时还得到美国卡内基基金会、国家科学基金会、通用电器公司的资助,已具有相当大的规模.虽然在我国目前还做不到这一点,但中国国家自然科学基金委员会也设立了数学天元基金,旨在向公众普



及数学. 本书虽不在资助之列, 但总算尽了绵薄之力.

本书还献给千千万万业余数学爱好者, 为他们聪慧的大脑提供牛刀小试的机会.

因为趣味数学问题常常会指引一些业余爱好者, 登堂入室闯进智慧的迷宫. 正如美国莫拉维安学院教授多丽丝·沙特斯奈德 (Doirus Schattschneider) 所说, 他们(业余爱好者)勇敢地接受一些题目的挑战, 并由于发现了足以与其智力相称的、独特的解题方法而自得其乐, 令人惊讶的是, 他们虽然缺乏正规的数学教育, 但这往往是其长处而非短处, 在解决问题中所表现出来的巧妙解法有时竟会凌驾于专业人员之上. 美国第十届总统伽菲尔德就曾因发现勾股定理的一个出色证明而流芳百世. (详情可见李啸虎、田廷彦等编著的《力量——改变人类文明的 50 大科学定理》, 上海文化出版社, 2005 年, P15)

再例如本书中有大量的铺砌问题, 而对这一课题处于世界领先地位的不是学富五车的大学教授, 也不是熟读经典的饱学之士, 而是美国加利福尼亚的一位家庭妇女玛乔莉·赖斯 (Marjorie Rice) 和澳大利亚新南威尔士州的几位中学生. 玛乔莉是一位典型的家庭妇女, 5 个孩子的母亲. 她的大部分工作都是在厨房里的锅台上做出的. 她之所以做出这样的工作是与读书分不开的. 她向人介绍说: “我喜欢各种各样的谜题. 十字谜、拼板游戏、数学谜题与游戏, 多年来买进了大批数学趣题书籍.” 而本书则恰恰是大量的这样的趣题的汇集. 其实, 许多大数学家对趣味数学问题也非常感兴趣. 瑞士数学家欧拉就是通过对 bridge-crossing 之谜的分析打下了拓扑学的基础; 德国大数学家莱布尼兹也曾描写过他在独自玩插棍游戏(一种在小方格中插小木条的数学游戏)时分析问题的乐趣; 世界数学领袖德国的希尔伯特在创造大理论之余也证明了许多切割几何图形中的趣味定理; 冯·诺伊曼则从赌博问题的研究中奠定了博弈论. 前 20 年制作最受美国大众欢迎的计算机游戏——生命就是英国著名数学家康威发明的. 物理大师爱因斯坦生前也收藏了整整一书架关于数学游戏和数学谜题的书.

将较困难的数学题以趣题的形式提出, 说不定还会创造出新方法与新结果. 因为在游戏时人总是放松的, 做趣题总不像证明定理那样有压力.

美国 Los Angeles 的水晶宫大教堂的一位名叫 Schuler 的路德派牧师, 在其布道时曾以一位数学家为例, 说的是线性规划之父丹齐克 (G. B. Dantzig), 在一次听著名数学家冯·诺伊曼 (V. Neyman) 的课时迟到了几个小时, 于是他就将黑板上的两个问题抄了下来, 当成课外作业去做了. 几天后, 他解决了这两个问题, 万万没想到这竟是统计学中两个著名的未解决问题, Schuler 说如果丹齐克当初知道这些可能会丧失勇气, 从而决不会解决它们.



本书同样献给每一位想学数学又怕学数学的学生.

1988年7月27日至8月4日在布达佩斯举行的国际数学教育大会上,美国明尼苏达圣奥拉夫学院数学教授、国际知名数学教育专家 Lynn Arthur Steen 教授发表了“面向新世纪的数学”(Mathematics for a New Century)的综合报告.他在报告中坚定地指出:数学是一门被赋予了现代权威的古老学科,数学给了人们在生活中的支配能力.它为科学中那些有效的理论打下了坚实的基础,同时数学还向社会允诺,帮助它获得充满活力的经济.在所有的文明中,一代又一代的儿童学习数学以获得更加美好的生活.

“大众数学”(Mathematics for All)是当今世界上数学教育中最响亮的口号.荷兰数学家弗赖登塔尔教授指出:“我是主张数学是属于所有人的,因此我们必须将数学教给所有的人.”

但在学校教育中,数学几乎成了最令人头疼的一门功课,甚至由于数学课程对学生的压力,反而妨碍了学生的全面发展,在一定程度上,数学甚至阻碍了教育的发展.

有一个故事很能说明数学对于一般公众难学到什么程度.说从前有一位数学教授和他以前的学生都犯了死罪,按照惯例,死囚在被处死前可以有一次机会提出一个最后的要求,数学教授提出希望再讲一堂数学课.这个请求获得了批准,但规定这堂课要给其他死囚上,当那位以前的学生听到了教授的临终请求得到批准后,他说:“这样使我容易提出我的最后要求了,我希望在教授开讲前执行我的死刑.”

纵观历史,许多世界知名人士就是由于数学课程的压力,导致了终生对数学的偏见.如19世纪著名的现实主义文学大师维克多·雨果就是其中之一,而风靡大陆的台湾作家三毛则更是如此,甚至在琼瑶的小说《窗外》中也描写了一位极端憎恨数学的学生.

在我国目前的教育体制下,有相当多的学生由于数学不合格而导致学校生活的失败.这种打击(人生第一站)所造成的精神创伤将伴随着人的一生.我国一位老教育家曾尖锐地指出:我国现行的教育体制是一种培养失败者的教育——小学毕业后,成功的考上了重点初中,失败的或走向社会或进入普通初中;初中毕业后,成功的考上了重点高中,失败的或走向社会或进入普通高中、职业高中;高中毕业后,成功的考上了大学,失败的则流向社会……由此细细品味不难发现,在我国,竟有大多数的青年人是以一种失败者的心态走入社会的,长此以往势必影响到整个民族的精神状态.令人遗憾的是,在这种淘汰制度下,数学充当了极不光彩的“刽子手”角色.但我们对此并不是束手无策,我国数论大师、中国数学学会理事长王元先生曾指出:提起数学,不少人仍觉得头痛,难



以入门,甚至望而生畏,我以为要克服这个鸿沟,还是有可能的.这个方法就是,使学生对此产生兴趣.美国著名杂志《科学美国人》杂志社发行的一套数学悖论幻灯片“Paradox Box”(悖论箱)的前言中指出:趣味数学具有重大教育学价值.这一点只是在最近才为一大批教师所认识.很多现象说明,这一趋势正在发展.雅可比的教本《数学——人类的魄力》获得了极大的成功,其部分原因无疑是她巧妙地把趣味材料揉进了传统的数学问题中.现在在教师会议和期刊里,趣味数学的文章也越来越多.美国教师委员会出版的威廉·沙夫编的《趣味数学书目》发行量是很大的.美国全国数学教师委员会(National Council of Teachers of Mathematics,简记为NCTM)的《Everybody Counts》曾指出:“事实上,没有人能‘教’数学.能激发学生去学习数学就是高明的老师.”

法国著名数学家,1958年世界数学最高奖——菲尔兹(Fields)奖得主、突变理论创立者R·托姆(Thom)指出:“现代数学教学的症结,在于判断学生成绩的优劣是以对教材的记忆程度为标志的.”所以他强调,数学教材中必须包含一些“无用”的,带有“游戏”性质的内容才富有教育效果.本书就是对这种游戏性教材的一种尝试.

本书还要送给那些“哥迷”(试图证明哥德巴赫猜想的数学爱好者)及“费迷”(试图证明费马大定理的数学爱好者)们.

按照北京大学田松教授的建议,社会有这样一群异常“顽强”的人可称之为民间科学爱好者,他们往往执着于数学或其他自然科学的某些大问题,但又没有接受自己所献身领域的专业训练,也没有通过自学对那个领域达到深入的了解.

田松教授指出:“如果把科学和围棋相比,那么,专业棋手就相当于科学共同体内的科学家,业余棋手相当于业余科学爱好者,围棋规则相当于科学共同体的范式.这种规则是在长期的历史中形成的,即使围棋协会也不能随意改变.任何一个人,只要遵从围棋规则,就有可能与专业棋手下棋,也有可能战胜专业棋手.共同遵守的规则是其交流的基础.然而,民间围棋爱好者声称对围棋理论有重大贡献,却连基本的死活都不知道,或者不肯承认,他与专业棋手便无法达成交流,无论他怎样声称打败了专业九段,都只能视为梦呓.”(《永动机与哥德巴赫猜想》,田松著,上海科学技术出版社,2003年,P15)如果他们读到这本书,就像找到了600余位初级围棋选手,一可以试出自己的真实棋力,二可以消除自己企图通过证明哥德巴赫猜想一鸣惊人的虚妄之心,如果他们能在年青时就读到本书并意识到自己的问题所在实在是人生的一大幸事,否则他们会既有西西弗斯的徒劳又兼堂·吉诃德的荒唐,在人们的不屑中度过毫无意义的一生.

**我们最想把本书献给那些身陷题海的中学生的父母们.**

中国的中学生是世界上最“可怜”的中学生,他们起的越来越早但睡的却越来越晚,书看的越来越多但记住的越来越少,题做的越来越多但得到的乐趣越来越少,要他学的越来越多但他要学的越来越少,其结果是平庸者越来越多,杰出者越来越少.从诺贝尔奖到菲尔兹奖,从阿贝尔奖到沃尔夫奖的得主中均无本土培养的科学家名字即可证明,教师和家长都发出了“播种的龙种,收获了跳蚤”的慨叹.这些现象产生的一个主要原因是题目质量低,同类低水平题目大量重复,枯燥且不具吸引力,缺少真正有趣能打动青少年内心的智力趣题.心理学研究表明一个成年人一生忙碌都在为圆儿时的梦想,证明了费马大定理的英国数学家怀尔斯 10 岁时就被费马的最后猜想所吸引,并从此选择了数学作为终生职业,陈景润是在初中二年级时,在沈元的讲课中接触到哥德巴赫猜想并被它迷住,我们有理由相信这 640 道问题中至少有一道会激发起您的子女对数学终生的兴趣.

⑥

著名学者张东荪在解释近代科学技术为什么没在中国产生时说:“中国之所以没有科学乃是由于中国人从历史上得来的知识甚为丰富,足以使其应付一切,以致使它不会自动地另发起一种新的观点,用补不足”.(《知识与文化》,张东荪著,商务印书馆,1946 年)

现代的中学生由于其数学练习册十分丰富,解之便可应付学习生涯的一切数学考试,于是导致对其他读物的排斥,殊不知长久的成功决不是依赖练习册所能成就的,动力至关重要,本书的阅读或许会有帮助.

本书应该出现在每一位数学成绩优异的中学生的书桌上.

我们也许应该介绍一下本书的功利色彩,全国高中数学联赛加试的第三题被设定为杂题(即很难分类的组合问题),与本书的问题属同一类,有些还取自于各国的竞赛真题(引用时参考了李成章等先生的译文,表示感谢),所以本书具有培训选手、教练选题的用途.

首先本书不是一本专为“有用”而编的书,对于任何一项精神活动,都会被问到是否有用,不仅是自然科学也包括社会科学,而回答是不易的,大约在 20 多年前,法国著名历史学家年鉴派创始人之一马克·布洛赫(Marc Bloch)的小儿子也向他提出这个问题:“告诉我,爸爸,历史有什么用?”为了认真地回答这个问题,他撰写了题为《历史学家的技艺》的一部书稿遗留给人间.

布洛赫反对以狭隘功利主义的眼光看待历史的“用”,他说:“经验告诉我们,不可能在事先确定一项极抽象的研究最终是否会带来惊人的实际效益.否认人们追求超物质利益的求知欲望,无疑会使人性发生不可思议的扭曲.即使历史学对手艺人和政治家永远不相关,它对提高人类生活仍是不可少的,仅这



一点也足以证明历史学存在的合理性。”(《鸿爪集》,章开沅著,上海古籍出版社,2003,P5)

用布洛赫的话为数学辩护也同样有效。

被评为“北大十佳教师”之首的中文系副教授孔庆东博士在《怎样学语文》中说:“反正我告诉你,专门为了考试而学习的人,考试成绩大多不好,少数考试成绩好,以后也没有出息。因为在只为考试的千百次训练中,他已经把人格训练坏了,没有独立思考。他的一生都可能只是个投机取巧的坏人,他对社会只有破坏,没有创造。”(《四十不坏》,孔庆东著,华文出版社,2005年,P130~131)

本书应该出现在每一位关心数学教育的有识之士的书架上。

许多数学教师在其教学生涯中无一例外地都被学生问及学数学有什么用,颇为典型的例子便是1974年发生在美国一所大学的一件事。当时,现任职于香港中文大学的萧文强教授受命去代非数学系的一门数学欣赏课,由于美国大学以通才教育为目标,不论修何主科,规定必选修若干文史科目与数理科目。上课的第一天,修课的150位学生劈头便嚷:“我又不需要使用数学,学它做甚?”这确实很难回答,两年以后在*Journal of Mathematical Education in Science and Technology*上,萧教授发表了《厌恶数学的人的数学课》(*Mathematics of Math-haters*),讨论了这个问题。其实数学与人类文化休戚相关,数学文化在各种文化中占有特殊地位。美国数学会(AMS)前主席认为“数学是一种文化体系”,而数学文化则可看成一种不断进化的物种。前苏联数学家B·B·格涅列柯甚至认为,数学能帮助培养未来工作人员独立思考的能力和开拓进取的意识,以及在工作中诚实坚定、尊重劳动和鄙视游手好闲的优良品质。正是由于这种特殊地位,决定了每一个现代人必须接受数学教育,这种教育并非要求每个人都成为数学家,掌握高深的数学定理、公式,而是要使人们了解数学对于文化的影响,以及通过对数学的认识与理解提高文化素质,从而创造出更有内涵、更有意义的人类文化。这就要求我们的数学教育观念有一个大的转变,过去我们习惯于追求教师改进教学方法,学生勤奋学习(这固然重要),即让教师、学生适应数学。而今天,则要求我们首先要改造数学,对数学实现再创造,使数学顺应人类学习的需要,从高度抽象、高度严谨、极端枯燥的形式中解放出来,走出王宫,走下金字塔,走向生活,走向大众,彻底摆脱定义、定理、法则、公式及其证明,以开放的体系再现数学的基本过程,再现数学与大自然和人类社会的千丝万缕的联系。早在1906年,著名数学家雷特(F. Reidt)就认识到:参与开发一般智力不是为了今后某一职业的特定需要,而看成是数学教育的基本目标(*Anleitung Zum Mathematischen Unterricht an Hoheren Schulen*)。开发这种一般智力仅靠数学课本是远远不够的,趣味问题的介入是必须的,也是卓有成效的。即



使从功利的角度讲,趣味问题也是十分有用的,有一句话说得颇有哲理:“无用之用,方为大用。”例如,有人在查对数表时发现,所用的对数表的开头几页磨损得很厉害,这表明人们经常查找以 1 打头的数的对数,于是他提出这样一个近乎天真的问题:首位数为 1 的数在全体自然数中占有多大的比例?一般人都以为应该是九分之一,因为有九个数可以当做首位数,而且没有哪一个数有理由搞特殊化,但是事实与我们想的恰恰相反,1974 年美国哈佛大学统计系的一名叫珀西·迪亚科尼斯(Persi Diaconis)的研究生(现在是斯坦福大学的统计学家)证明了首数为 1 的数约占全体自然数的三分之一,准确地说是 $\lg 2 \approx 0.3010$ 。(可见 The distribution of leading digits and uniform distribution mod 1, Annals of Probability 5 (1977), 72 ~ 81. 另外详细可以参见:http://www.mathpages.com/home/kmath_302/kmath_302.htm)

尽管这个结果非常美妙,但它似乎和现实世界毫无关系,以至于迪亚科尼斯不准备将它发表。但奇迹出现了,不久美国西雅图波音航天局的一位名叫梅尔达德·沙沙哈尼(Mehrdad Shahshahani)的工程师在研究一种用计算机描绘自然景象(如狂风暴雨、电闪雷鸣、彩虹横空等)的方法遇到了无法克服的困难时,却不可思议地发现恰恰迪亚科尼斯的方法可以帮他忙。于是波音航天局现在开始用沙沙哈尼的方法,建造一个计算机控制的飞行模拟器,它使飞行员在地面上就可以感受到飞行的实感,包括窗外完美的风景,从而节省了大量的训练经费。所以这些貌似远离现实的趣味问题,说不定恰恰就是某项重大发明的源头。A. Renyi 曾有一段精辟的论述:数学只会报答那些不仅为了得到报答,而且也为了数学自身而对它感兴趣的人们。数学就像是国王的一个美丽的女儿,每当求婚者出现时,她就怀疑他不是真正地爱她,而仅仅是因为她是国王的女儿才对她感兴趣。她想要的丈夫是为她的美丽、聪明和迷人才爱她的人,而不是为了得到财富和权力才和她结婚的人。同样地,数学仅仅向那些因为真心爱慕数学之美而研究它的人们揭示自己的秘密。作为报答,这些人当然也得到了具有重要实践性的结果。但是,如果一个人每次都要问:“我这样做能得到什么利益?”那他就不会得到太多。

本书在选编时有四点考虑。

第一,对一些艰深点的趣味问题没有收入。尽管它们非常迷人,但只有少数专家才能欣赏(上海教育出版社的由美国人戴维·A·克拉纳(David A. Klarn er)编的《数学加德纳》(The Mathematical Gardner)是这方面的精品)。我们所收集的仅是初等数学领域中一些相对简单的问题。因为我们相信,罗斯·亨斯贝格(Ross Honsberger)先生的断言,这位雄居世界趣味数学界的巨人(滑铁卢大学(University of Waterloo)教授)在其德文版的 *Litter. Reste. Würfel*(此书系美国数学会出版,由纽约市立大学亨特学院女教授多尔恰尼(Mary P Dolciani)创办



的《多尔恰尼数学介绍著作》丛书(*Dolciani Mathematical Expositions*)之一,整套丛书共7册)的前言中写道:“数学在相当程度上是用巧妙思想武装起来的。不论人们还要进行多么长久的努力,数学那种令人振奋的奇异性是永远不会穷尽的。仅仅沉醉于高深的难题,是无法发现这块宝石的。即使一些很简单的问题,也可能充满了丰富的想象力和独创天才。”

第二,为了体现数学与现实的联系,我们特别侧重那些需要建立数学模型的问题,曾文艺在《数学建模与中学数学课程改革》一文中指出:“其实数学模型是对现实原型为一定的目的而作抽象、简化后所得的数学结构,它是使用数学符号、数学式子以及数量关系对现实原型的简化而本质的描述。对于现实事物,具体进行构造数学模型的过程称为数学建模(Mathematical Modeling)。”

自1985年美国举办了第一届大学生数学建模竞赛以来,至今已有20多年的历史,这一竞赛目前已吸引了全世界的许多国家派队参加。我国应用数学界和工程界的学者们在1991年成立了中国工业与应用数学学会,并且在1992年11月组织了第一届大学生数学建模竞赛,反响很大,现在数学建模在大学已全面推广。

尤其需要指出的是,早在1975年,美国数学科学会议委员会(Conference Board of the Mathematical Sciences)、国家数学教师委员会(National Council of Teachers of Mathematics)、国家委员会(National Research Council)等组织在对中学数学教学调查的基础上,提出了要把数学建模及数学应用这部分内容纳入到中学数学教育中去。国家数学教师委员会还要求数学教师应该发展自己的数学建模和求解问题的能力。在《数学科学教育新目标》一书中,特别强调数学建模作为问题求解的一个方面的重要性,尤其是近年来,一批数学教师把MMSC(Mathematical Modeling in the School Curriculum)引进课堂,获得很大的成功。因此中学数学建模的教学也将在一定程度上影响着中学数学课程的改革。

第三,书中有一些趣题是节选改编自一些著名数学家的论文。虽然说裁锦一角,摘花一枝也能锦绣灿烂,心香动人,但可能满足不了那些喜欢见一斑而欲窥全豹的读者,所以索性将原文附上供欣赏之用,附录(1)~(13)的文章多选自《美国数学月刊》,译者包括潘承彪等数学大家,还有一些是早期数学杂志上的文章(新中国成立前或初期),现已很难见到,作者有些已成为数学大家,如路见可先生。在此表示感谢。

第四,本书的编排采用了“乱序式”,即没有按着门类及科目进行分类,这并非是由于编者的疏懒所致,而是有意为之,因为现在国外的许多书店都采取杂货铺式排列,“杂乱无章”,有意让读者在挑书的过程中有一种沙里淘金之感,这种貌似无序而实为有序也是美学中的一个原则。



最后要说明的一点是，与熟读经典的饱学之士和桃李满天下的教坛宿将相比，编者不过是数学教育领域中的一些“编外”新兵，之所以敢斗胆编写这本集子，实在是受了近代英国作家查斯特顿(Chesterton)的一句名言的鼓励。他说：“值得干的事即使干不好也值得干。”(Whatever is worth doing is worth doing badly)

寥寥数语，谨以为序。

佩捷

2013年1月



目 录

- ※柯克曼的“女学生问题” /1
- ※标准圆柱量具 /3
- ※颠倒卡片 /4
- ※最大乘积 /6
- ※不胫而走 /6
- ※米尼弗太太的问题 /8
- ※均分蛋糕 /9
- ※拱门 /11
- ※天书的秘密 /14
- ※会爬屋顶的金属瓦 /15
- ※部分接触 /17
- ※求方根仪 /18
- ※淘汰制体育比赛 /21
- ※一张烧焦了的遗嘱 /22



- ※王国之路 /23
- ※从一根杆子到另一根杆子 /25
- ※聊天小组 /27
- ※投票问题 /28
- ※数表取数 /29
- ※卡车过沙漠 /31
- ※切去一角 /32
- ※平分线段 /33
- ※耳光响亮 /35
- ※何时开始下雪 /36
- ※一万年太久 /38
- ※电工学徒 /38
- ※翻动金币 /41
- ※台球桌 /41
- ※乌鸦与稻草人 /44
- ※自由落体 /44
- ※谁是赢家 /45
- ※奇妙的乘数 /47
- ※运输路线 /48
- ※四个四 /49
- ※最大可能数 /50
- ※从哪儿抛球最省力? /51
- ※封闭公路 /53
- ※分割三角形 /55
- ※儿童宿营 /57
- ※悬锤 /57
- ※要试多少次 /59
- ※找财宝 /60



- ※相识为偶 /62
- ※定时开关的信号灯 /62
- ※热线电话 /64
- ※两架梯子 /65
- ※罐头称重 /67
- ※衣帽间的女孩 /68
- ※亲兄弟明算账 /70
- ※密林中的齿轮 /70
- ※最重砝码 /72
- ※航行问题 /74
- ※游戏房的宽度 /78
- ※绘图员的抛物线 /78
- ※特殊砝码 /82
- ※稳操胜券的办法 /85
- ※拼零为整 /86
- ※等距离的三交点 /86
- ※弯曲河道 /88
- ※剪铁丝 /90
- ※谁占多数 /92
- ※切线问题 /93
- ※放置正方形 /95
- ※球上开洞 /96
- ※巧手妙剪 /97
- ※农民的遗产 /98
- ※恰钉一次 /99
- ※中国将军 /101
- ※数学家路线 /102
- ※正方形牧场 /103



- *万能砝码 /105
- *雾区之谜 /108
- *巧译密码 /111
- *公平分配的参议员 /112
- *蝗虫跳动 /113
- *桅顶问题 /114
- *载重卡车 /115
- *换底 /116
- *青蛙走迷宫 /117
- *数学家的贺年片 /118
- *维佳和奥利娅的约会 /118
- *三台扫雪机 /119
- *魔术扑克 /120
- *剪方格板 /122
- *一个数学谜语 /124
- *二十个问题 /125
- *青蛙重叠 /126
- *做游戏的孩子们 /127
- *数学小组里的女孩 /128
- *免费的土地 /129
- *挑选字母 /132
- *平衡板 /132
- *波尔达维亚货币 /134
- *循环小数 /134
- *凸多面体 /136
- *猎人和狗 /140
- *两个检查员 /142
- *俄罗斯乘法 /143