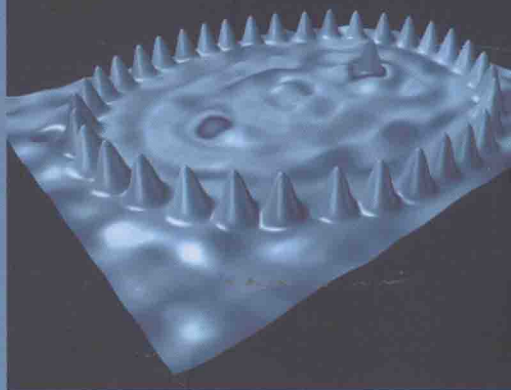


量子力学

■ 姚玉洁 主编



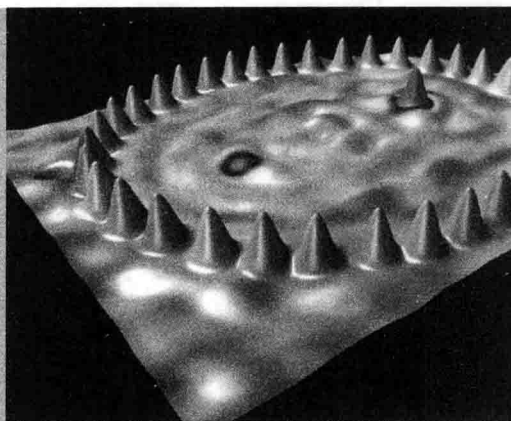
QUANTUM MECHANICS

高等教育出版社

量子力学

Liangzi Lixue

■ 姚玉洁 主编



QUANTUM MECHANICS

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是编者教学梯队根据多年来讲授量子力学课程的教学实践编写而成的,依据初学者的思维模式和认知特点,循序渐进地阐述了量子世界的基本运动规律,在概念、原理、数学方法等基础层面上展开了深入浅出的论述,同时本书也介绍了“量子纠缠”等前瞻性且内涵丰富的课题,学生通过学习本教材可以顺利地进入物理学各专业研究生阶段的学习,并与高等量子力学课程自然衔接。

本书是为初次系统学习量子力学课程的读者编写的,具有基本概念准确,物理图像清晰,逻辑体系严谨的特点,可作为高等学校理工科专业量子力学课程的教材,也可供相关专业科技工作者和社会读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

量子力学 / 姚玉洁主编. —北京: 高等教育出版社, 2014. 5

ISBN 978 - 7 - 04 - 039137 - 4

I. ①量… II. ①姚… III. ①量子力学 - 高等学校 - 教材 IV. ①O413. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 303340 号

策划编辑 忻蓓 责任编辑 高聚平 封面设计 张志 版式设计 马敬茹
插图绘制 尹莉 责任校对 殷然 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京玥实印刷有限公司
开 本 787mm × 960mm 1/16
印 张 27
字 数 490 千字
购书热线 010 - 58581118

咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2014 年 5 月第 1 版
印 次 2014 年 5 月第 1 次印刷
定 价 41.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 39137 - 00

前 言

本书定位为综合性大学理工科专业理论物理课程中的“量子力学(非相对论部分)”教材,要求学生在数学上应具备基本的偏微分方程理论和初等的线性代数知识。

“量子力学”是始自 1900 年的百年多的科学发展史中,产生的最为辉煌璀璨的奠基性的科学理论之一。它历经了无数科学家,尤其是卓越的大师们的不断摸索、假定、失败、成功而积累、建立和发展起来的。它试图描述的是一个完全迥异于经典世界的全新的物理世界。

我们在编写这本教材时,希望能够做到两个方面。一方面是力图从学生的角度来确定理论内容的安排,数学和文字描述的运用以及习题的训练,以便他们在已熟悉的经典思维习惯之外尽快地扩展到新的思维模式。另一方面则是从学术角度尽我们的最大努力来保证这本书应具有的科学水平(当然,由于编者的水平有限,必定会有不少不足甚而不当之处)。

“量子力学”是在物理理论的基础上形成的一种数学构架。而这种数学构架的表述形式并不是唯一的,通常至少有两种形式,一种是借助于偏微分方程的描述建立起来的所谓“波动力学”,一种是借助于线性代数的描述建立起来的所谓“矩阵力学”。但是,无论是哪一种,它们都应该是等价的,因为它们都是描述同一个客观存在的物理世界。至于要用哪一种数学描述方式,则取决于需要研究的物理系统用哪个方式更为方便地提供更多的物理资源而定。

为了解释量子世界许许多多稀奇古怪的现象,我们不得不无奈地使用已有的被大家习惯了的经典物理的术语和语言,这势必给学生带来许多困惑,特别是在经典物理思维的基础上向多方位的思维模式发展和延伸的过程中带来更多的困难。为了便于第一次系统接触“量子力学”的学生能够比较容易地学下去,本教材在内容上采取了一些必要的选择,而无奈地舍去了一些可能更吸引人的论述。但是,我们相信,学生在本书的基础上会有能力去自学那些内容。此外,这本教材在章节的安排上,也没有完全采取从全部“原理”出发展开逻辑上严格延伸的方式,而是根据难易程度,分别纵向论述,适时再做横向联系和综合延伸。譬如,考虑到学生更容易接受微分的描述形式,因此尽管“矩阵力学”先期出现,但我们一开始还是采用了“波动力学”的形式并延伸下去,之后再引入“矩阵力

II 前言

学”的描述方式,再把两者综合论述。这种思路并不一定是最好的途径,不过它比较有利于学生的接受。因此作为这本书的最后一个作业,希望学生在结束这门课程之后,能够按照严格的逻辑推理的方式,用简明的数学语言和物理语言,把“量子力学”的理论体系完整地描述出来。

在这本教材中,我们采取的是以玻尔(Bohr)、海森伯(Heisenberg)、玻恩(Born)等人为代表的传统的统计诠释的观点。这可能并不是为了解释量子现象而提出的唯一正确的终极理论。但是大家对量子力学的计算构架和方法是没有异议的,传统的诠释对量子力学的计算是十分有用和方便的,为绝大多数科学家所接受。

“量子力学”在百年的发展历史中,充满了针锋相对的十分激烈且机敏的争辩,提出了许多丰富甚而诡异的假想。这百年的历史就是一个不断创新的历史。因此在学习本书的过程中,希望我们的读者能够开放思维,积极思考,主动培养自己的科学创新能力。

本书共分十二章:头五章在一维定态和中心力场的平台上,论述了如波函数、薛定谔方程等相对容易接受的一些基本概念、原理和初步的数学处理模式。之后的三章在引入自旋及论述了其延伸的关联理论后,给出了实际应用最为广泛的近似方法。再继之的三章分别简述了散射、跃迁和多体问题。至此“量子力学”的最起码的最必要的理论构架体系论述完毕。第十二章,编者选择了一个认知难度相对较大,但前瞻性内涵十分丰厚的古老而又新颖的课题“量子纠缠”作为本书的结束篇,以备有志进一步扩展知识领域的读者所需。

本书的分工如下:第一章至第八章、第十章至第十一章由姚玉洁教授、姚海波博士编写,第九章由郑以松教授编写,第十二章由吴姚睿博士、姚玉洁教授编写,习题及附录部分由王海军教授、刘广州教授编写。编写过程中的协调统筹工作由张立忠副研究员负责。

本书最初的构思和资料积累来源于吴式枢院士“量子力学”课程的讲授,在本书形成文字材料的前期工作中得到了刘曼芬教授、赵国权教授、井孝功教授的支持,在后期工作中得到了王文全教授、曾国模教授、朱明枫博士的大力帮助,编者表示衷心的感谢!

无论在国内还是国外,都有许多关于“量子力学”的参考书,其中不乏经典著作,这些著作给编者提供了一个广阔而深厚的学习平台。在本书编写的过程中,编者的确从那里得到了不少的启发和不可或缺的教益,在此不一一列举,编者一并表示由衷的感谢!

目 录

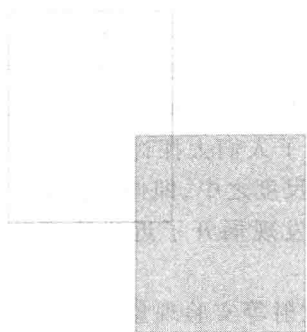
第一章 引论	1
§ 1 量子力学的主要研究课题和简单的历史回顾	1
§ 2 光的波动-微粒两相性	3
§ 3 原子结构的玻尔理论	12
§ 4 实物粒子的波动-微粒两相性	16
小结	19
习题	19
第二章 波函数和薛定谔方程	21
§ 1 状态和波函数	21
§ 2 状态叠加原理	28
§ 3 薛定谔方程	30
§ 4 概率流密度与粒子数守恒定律	36
小结	38
习题	38
第三章 定态薛定谔方程及一维定态问题	40
§ 1 定态薛定谔方程	41
§ 2 波函数自然条件的补充说明	46
§ 3 梯形势	48
§ 4 隧道效应	50
§ 5 一维无限深方势阱	54
§ 6 有限深方势阱	59
§ 7 δ 势	62
§ 8 线性谐振子	66
§ 9 定态薛定谔方程的定性讨论	70
小结	76
习题	76
第四章 量子力学中的力学量	79
§ 1 力学量和线性厄米算符	79

§ 2	力学量取确定值的态	82
§ 3	展开假定 测量和连续谱	94
§ 4	平均值和不确定关系	101
§ 5	力学量随时间的变化	112
§ 6	力学量完全集	122
§ 7	守恒量及对称性	125
	小结	133
	习题	133
第五章	中心力场问题	135
§ 1	粒子在中心力场中运动的一般描述	135
§ 2	球方势阱	139
§ 3	氢原子	141
§ 4	三维各向同性谐振子	153
	小结	157
	习题	158
第六章	表象理论	160
§ 1	态的表象	161
§ 2	力学量算符的表象(矩阵表示)	165
§ 3	量子力学公式的矩阵表示	169
§ 4	狄拉克符号	175
§ 5	量子力学中的数学基础	183
§ 6	本征问题	184
§ 7	某些应用	189
§ 8	表象变换	205
§ 9	薛定谔图像、海森伯图像及相互作用图像	208
	小结	212
	习题	213
第七章	自旋及角动量加法	220
§ 1	存在自旋的实验依据	220
§ 2	自旋算符和自旋波函数	223
§ 3	升降算符	234
§ 4	轨道角动量 \hat{L} 和自旋角动量 \hat{S} 的相加——总角动量	238
§ 5	自旋 1/2 加自旋 1/2	247
§ 6	角动量加法的一般问题	253

§ 7 精细结构	259
§ 8 塞曼效应	263
§ 9 外磁场中的自旋粒子	269
§ 10 两自旋粒子体系的相互作用	273
小结	276
习题	277
第八章 定态近似方法	284
§ 1 非简并情况下的定态微扰理论	284
§ 2 简并情况下的定态微扰理论	290
§ 3 斯塔克效应	296
§ 4 变分法	300
§ 5 氢原子基态(变分法)	304
§ 6 WKB 近似	306
小结	313
习题	313
第九章 量子跃迁问题	320
§ 1 与时间相关的微扰理论	321
§ 2 量子跃迁	323
§ 3 简谐微扰与共振跃迁	325
§ 4 原子体系对于光的辐射和吸收	326
§ 5 常微扰及黄金规则	333
§ 6 其他形式的含时微扰问题	334
小结	339
习题	339
第十章 散射理论初步	341
§ 1 碰撞过程和散射截面	341
§ 2 分波法	345
§ 3 球方位势散射	353
§ 4 玻恩近似法	355
§ 5 质心坐标系和实验室坐标系	360
小结	364
习题	364
第十一章 多体体系及多电子原子	367
§ 1 全同性原理	368

IV 目录

§ 2 泡利不相容原理	371
§ 3 全同粒子的散射	376
§ 4 原子的电子壳层结构	378
§ 5 多电子原子的能级	382
小结	386
习题	387
第十二章 量子纠缠	389
§ 1 两个光子体系的偏振态及量子测量	389
§ 2 纠缠态	395
§ 3 两个电子体系的自旋态及 Bell 基	397
§ 4 量子隐形远程传态	400
附录	405
人名对照表	420



第一章

引 论

本章的目的是通过对“原子物理”的某些内容的复习来理解量子现象的基本特征：“波动-微粒”两相性和量子化。为此，我们将不侧重数学处理上的完整和严格，而是结合科学史的某些资料，将重点放在对物理思想的论述上。

§ 1 量子力学的主要研究课题和简单的历史回顾

量子力学是在 19 世纪末与 20 世纪初产生萌芽并发展的。它是近代科学的重要分支。

19 世纪以前，物理学主要研究两种基本的自然力——引力和电磁力，相应地产生和形成了经典力学、经典电动力学。它们与热力学和统计力学合在一起，统称为经典理论。

经典理论研究的对象主要是以看得见、听得到或摸得着的自然现象为主，即以那些平常能够直接感觉到的实物和光，以及宇宙中的行星、恒星等“宏观物体”为研究对象。当我们把经典理论应用到这些客体上时，我们试图描述的仅仅是体系行为的某些总的特征。也就是说，经典理论所概括的仅是有限领域中的实验事实。

事实上，19 世纪末人们就发现了一系列的实验现象，它们是根本无法用经典理论解释的。

譬如说，人们一直认为构成宏观物体的最小单元是一颗颗坚硬的不可分

割的原子。原子有大小,有质量,却无内部结构。但是,1895 年发现 X 射线,1896 年发现放射性物质,1897 年发现比原子还小的电子。这说明了原子不是不可分割的,它们可以由一种元素的原子变成另外一种元素的原子。原子是有内部结构的,是可以再分的。这些发现极大地促进了人们去探讨原子的内部结构,从而把研究的触角伸入到了 $10^{-10} \sim 10^{-15} \text{m}$ 的尺度之中,即伸入到了通常所说的“微观客体”中去了。事实上,正是这三大发现揭开了近代物理的序幕。

再譬如,黑体辐射、光电效应、康普顿(Compton)散射等实验现象都无法用经典理论解释。

面对着凡此种种的实验事实,人们并没有望而生畏、却步不前,而是从 1900 年开始,继之三十年之久,以极大的努力推进了理论的进展,使物理学发生了巨大的飞跃,产生了与“相对论”并列为近代物理两大支柱的“量子论”。

物理学的基本研究课题是发现支配着自然界事物动态的基本自然规律,并以此来解释那些已观察到的自然现象和预言未知的自然现象。

量子物理学是研究有关量子现象的物理学,现在公认的它的基本数学理论称之为量子力学。但是,不能误认为量子力学规律与宏观世界毫无关系。事实上,量子力学的规律不仅支配着微观世界,也支配着宏观世界。在这种意义上,所有的物理学都是量子物理学,经典理论是它的一种近似。在大量宏观现象中,由于没有直接涉及物质的微观组成问题,因此量子效应不显著,如行星绕太阳的运动,经典力学则是个较好的近似。但是,即使对某种宏观现象,量子效应也会直接、明显地表现出来,如超导现象,金属中的电子气运动的量子效应就不容忽略。因此,不应以“宏观”、“微观”作为经典力学与量子力学适用范围的分界线,而应根据量子效应重要与否来加以判断。众所周知,光速作为一个基本常量,为我们提供了一个简单而自然的判据,以区分“相对论”和“非相对论”的界线。我们要问,是否也存在着一个类似光速那样的自然常量,可以用它简洁地建立一个判据,来判断什么时候必须应用量子力学,什么时候应用经典理论就够了。这样一个常量确实存在,它就是普朗克(Planck)常量,用 h 来标志。它是一个非常小的量,量纲与角动量量纲相同,即为“作用量纲”。

任何一个物理体系,都有一系列表征其状态的变量,称之为动力学变量,如坐标、动量、角动量、能量等。

凡具有“作用量纲”的动力学变量,若其数值可以与 h 相比,则该体系的行为必须在量子力学的框架中描述,若该变量用 h 来度量时非常之大,则经典物理的定律就足够精确有效了。例如,我们今天描述摆的运动的方法并不因为创立了量子力学而与 19 世纪所用的方法有所区别,原因是摆锤的具有与 h 同量纲的

量,最小也是 h 的 10^{26} 倍,因此用经典理论就足够了。

量子力学是统计的理论(这正是它与经典力学的根本区别之一),这一点将在下章中讨论。

还应加以说明的是我们在本书中所涉及的仅是量子力学的非相对论部分。

总之,量子规律的被揭示,使人们对自然界认识的深度前进了一大步。量子力学所涉及的规律极为普遍,它不仅已深入到物理学的各个领域,而且还深入到了化学、生物学等领域中。

为了让读者了解量子的概念究竟是如何产生的,我们将在千千万万的量子现象中,选出以下三个方面的问题来说明。这三个方面的问题之所以被选出来,是因为它们以特别鲜明的形式说明了经典理论陷入的绝境和产生量子概念的必然性。

§ 2 光的波动-微粒两相性

光的波动性早在 17 世纪就已被发现。人们从实验和理论两个方面(光的干涉、衍射等现象和光的电磁理论)都已充分肯定了光具有波动性。从历史上看,最早牛顿力主光是微粒,当时用他建立的微粒说确实解释了一些实验现象。但是由于微粒说解释不了后来发现的光的干涉、衍射现象,而被渐渐抛弃。牛顿去世后大约 100 年,光的波动说就占了优势。麦克斯韦理论建立后,微粒说就彻底被波动说代替了。

实际上,“光要么是微粒,要么是波动”的认识是片面的。

本节略述三个实验现象:黑体辐射、光电效应和康普顿散射,由此引出两个基本概念:能量子和光量子,继而给出两个假说:能量子假说和光量子假说,最后给出光的波动-微粒两相性的结论。

一、黑体辐射和普朗克能量子假说

普法战争之后,德国迅速地由一个农业国变成了钢铁工业国。由于精炼钢铁需要高温,就必须改进加热技术。为此需知铁在什么温度下发出什么颜色的光。光由波长(或频率)标志。这样,工业生产本身就提出了一个重大的理论问题:光的波长与温度有什么关系?

柏林“德意志国立物理工业研究所”二十五岁的青年维恩(Wien)于 1893 年发现了一条重要法则:“物体发光,其中最强光的波长与物体的温度成反比”。用数学语言表达就是

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{常数} \quad (1)$$

其中, λ_{\max} 是最强光的波长, T 是温度。

在任何温度下,任何物体一般来说都会发射不止一种波长的光,其中最强的光决定了发光时物体的颜色。维恩法则正确地反映了这样的经验事实:随着温度的升高,物体发出的光的颜色依次由红橙黄绿青蓝到紫……,即逐渐变化到短波长的颜色。

为了确切地说明这样的实验规律,我们应该找到一种物体,能给出波长与温度的单纯关系而与它自己的特性无关。我们还知道:物质吸收的光与发射的光相同。因此,要找出一种不受自身特性干扰的光源,只要找一种能发出所有光的光源就可以了,也就是要找一种能吸收所有光的物体,这就是所谓“黑体”。维恩设计的黑体是一个内部呈黑色且光滑的开着小孔的空盒子。光线由小孔射入,在腔内经过多次反射将会被完全吸收掉,如图 1.1 所示。维恩提供的黑腔,确实证实了他的发现,但黑腔实验所表现的许多事实,用已有的理论无法加以解释。摆在人们面前的任务是:推出一个与实验符合的理论公式。

因为实验上测得的是能量,因此,维恩的法则可以通过能量与波长的关系等价地反映出来。

设有一个空腔,其周壁的温度为热力学温度 T 。壁腔因受热而辐射,经过空腔内壁的来回反射而再次被腔壁吸收。当辐射和吸收达到平衡时,考察存在于空腔中的光谱。

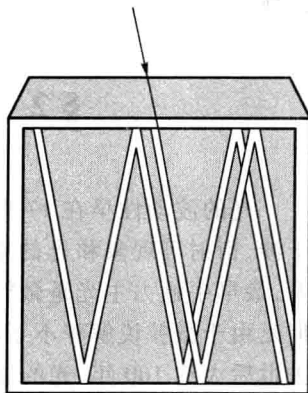


图 1.1

处于高温下的物体表面会发出各种波长的光。实验证实,在发出的各种光中,具有能量最大的光的波长 λ_{\max} 仅与 T 有关,与空腔的形状及构成空腔的物质无关。在图 1.2 中, E_{λ} 表示单位时间内通过单位面积在单位波长间隔中发出的辐射能量, $T_1 > T_2$ 。当 T 不变时,无论怎样改变空腔的形状或材料,曲线形状保持不变。只是随着 T 的增加, λ_{\max} 将向减小的方向移动,为了解释这样的实验事实,当时提出了两种理论公式:一种是维恩公式,这个公式给出来的理论结果仅在高频(短波)部分与实验相符,低频(长波)时明显不符。另一种是瑞利-金斯(Rayleigh-Jeans)公式,这个公式给出来的理论结果仅在低频部分与实验相符,高频时完全不符,甚至此公式给出能量在高频部分时将趋于无穷大。能量在一次紫外辐射猝发时将会全部被放出,此即为“紫外灾变”。

两种理论公式各自对了一半,说明理论的任务并没有完成。柏林大学的普朗克教授就在这种背景下于 1900 年开始了关于黑体辐射的研究。在研究的初

期,确实找到了一个独立的公式,这个数学公式在低频时正像瑞利-金斯公式,在高频时正像维恩公式。于是在1900年10月19日普朗克向德国物理学会提出了他的学术报告。之后,鲁宾等实验科学家再次做实验核对此公式,结果发现它以惊人的准确性与实验符合。这说明普朗克找到的这个公式是正确的。但是当时这个公式纯粹是一个经验的公式,因此对这个正确的但却是经验的公式必须给以某种

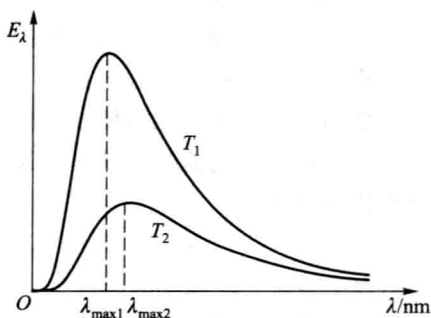


图 1.2

基本的理论证明。于是普朗克开始了艰巨的研究工作。他发现如果按照惯例——按经典理论的方法,则一事无成,永远推不出他要的公式。普朗克作了一个特别关键的假定,从而背离了经典物理学,终于给出了一个基本的理论证明,于1900年12月14日提出了著名的普朗克辐射公式。

1. 普朗克假定

下面我们用一个比较形象的比喻来说明“普朗克假定”的基本思想,借以强调“量子”概念的精髓。

在古代,人们希望从理论上计算一个圆的圆周长,但是当时人们还不会计算连续平滑的曲线的长度,只会计算线段的长度。于是人们把圆周分成四边形、八边形、十六边形等多边形。随着边数越来越多,边就会越来越短,这样边的总长就越来越接近圆的周长。数学上的做法是先算每边边长,然后将所有边加起来,完成一般计算之后,再让公式中的边数无限增多,就如同突然将尖角展开一样,这样就把一个平滑的连续的圆周长计算出来了,从而得到了计算圆周长的一般的公式。这实际上正是微积分的思想。这种方法的关键在于:首先把连续的圆周变成不连续的具有尖角的多边形,然后再把尖角展开,由不连续再次变成了连续。普朗克在1900年做的工作就类似于此。

1900年以前,已经有了振子的概念。一块物质可以用无数个有节奏地、上下跳动的粒子代表,这些粒子叫振子。按照经典理论,这些振子所具有的能量可以连续地增加,也可以连续地减少,即给物质加热或用强光照射时,这些振子可以吸收任意值的热能或光能,从而使振动加剧,而在振动程度降低时则可以放出任意值的能量。这里的关键在于,按经典理论,这些振子吸收或放出的能量值可以连续变化。就是说,这些振子的振幅、频率可以连续取值,连续变化。如黑腔被加热,则构成黑腔物质的振子可以吸收任意数量的热能,从而黑体变热。普朗克就是利用这种思想来计算黑体在任意温度下怎样吸收和怎样放出能量的。他

认为黑体辐射能量就像一个圆的圆周一样,可以连续、平滑地变化,于是利用上面讲的办法,把平滑连续的能量变化转换成会计算的“突然”的变化,这样普朗克就提出了一个基本的假定:

物质中的振子不能随便处于任意能量状态,它们只能处于某些特定的能量状态。这些状态的能量是某一个最小能量 ε 的整数倍,即这些振子只能吸收或放出以下能量:

$$\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots, n\varepsilon, \dots (n \text{ 为任意正整数})$$

ε 的大小与振子的频率有关。

这些能量的特点是具有“不连续”性。在放出或吸收这些能量时,振子将从这些状态之一“飞跃”到另一状态。

普朗克在上述假定下推出下面的公式:

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^3 h}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (2)$$

其中 ν, ρ, c, k, T 分别是通常意义下的频率、相应的能量密度、光速、玻耳兹曼常量和热力学温度。公式中的 h 就是普朗克常量,我们将在后面进行讨论。

普朗克基本假定的精髓可以通俗地说明如下:一个频率为 ν 的振子,只能够吸收或放成“捆”的能量。每一捆的能量 $\varepsilon = h\nu$ 。低频时捆的能量小,高频时捆的能量大。当振子的频率一定时,每捆的能量 ε 就定了,因此一个低频率的振子很轻易地就可以找到它的“捆”所需要的能量,但高频率时就困难多了。这样就可以很容易解释“紫外灾变”的问题了。

普朗克把这种“捆”称作一个能量子。能量子具有的能量为

$$\varepsilon = h\nu \quad (3)$$

普朗克根据能量子假说,推出了与实验惊人符合的公式

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = 0.2014 h \quad (4)$$

2. 普朗克常量 h

这是物理学的一个基本常量,它是近代物理的标志之一。其值为

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

h 的量纲,可以直接从(4)式看出来。由于波长的量纲 $[\lambda]$ 是长度, kT 的量纲 $[kT]$ 是能量,光速 c 的量纲 $[c]$ 是(长度·时间⁻¹),因而 h 的量纲是(能量·时间)。在国际单位制中

$$[h] = [\text{J} \cdot \text{s}]$$

即 h 的量纲等于角动量的量纲,也叫“作用量纲”。

在物理学中“量纲”的问题是十分重要的。用量纲的方法我们还有可能判断出某些公式的基本结构来。让我们以普朗克辐射能量公式为例来说明这一点(当然,历史上并不是这么得到普朗克公式的,在这里仅以此例强调指出“量纲”的作用)。

由于我们研究的黑体辐射是光辐射问题,因此辐射能量 ρ (单位体积的能量)必与光速 c 有关;因为这是个热力学问题,所以 ρ 必与 kT 有关;这又涉及振子振动,因此 ρ 应与频率 ν 有关;辐射场是量子化体系,故 ρ 与 h 有关;实验证实 ρ 与构成黑体的物质无关,因此 ρ 应与物质的质量、电荷无关。总之 ρ 与 c, kT, h, ν 有关。在国际单位制中,它们的量纲分别为

$$[\rho] = [\text{J}] [\text{m}^{-3}]$$

$$[kT] = [\text{J}]$$

$$[c] = [\text{m}] [\text{s}^{-1}]$$

$$[\nu] = [\text{s}^{-1}]$$

$$[h] = [\text{J}] [\text{s}^{-1}]$$

若要构成一个公式,该公式两边的量纲要相等。因为

$$[c^{-3}\nu^3] = [\text{m}^{-3}]$$

$$[h d\nu] = [\text{J}]$$

$$[h\nu/kT] \text{ 无量纲}$$

所以 ρ 的公式的大致结构应该是

$$\rho \sim f(h\nu/kT) h\nu^3 c^{-3} d\nu$$

$f(h\nu/kT)$ 表示 $(h\nu/kT)$ 的某一函数(实际上是 $(e^{h\nu/kT} - 1)^{-1}$)。

普朗克在推导出正确的公式时,把原来认为是连续平滑的变化转换成他可以计算的间断的变化。在完成计算后发现,假若他按照一贯的老办法,把能量的这种“突变”再展开成为连续的变化,他就马上回到了最早的状态——又会得不到正确的公式。面对这种不平常的状况,普朗克足足有四年之久奋力设法把突变展匀而又不致牺牲答案,但所有的努力都是徒劳的。也就是若再回到经典的情况去,则他所有的工作都将被推翻。直到 1905 年爱因斯坦的一项重大研究成果,才有力地支持了“量子假说”。

二、光电效应和爱因斯坦光量子假说

1. 光电效应

如图 1.3 所示,一个真空管带有两个电极,与外面的电路相连。阳极是由某种金属(如钠 Na)构成。实验发现,当一束紫光照到阳极表面时,将从阳极跑出

电子。由于这些电子是由光引发的,因此又叫“光电子”。尽管电子本身带负电,它却能够向也带负电的阴极跑去,从而连通了电路。随着减速电压的增加,达到阴极的电子越来越少,故而电流越来越小,最后当电压 U 等于或超过某一个 U_0 (它的量级是几个伏特) 时,电流就停止了。

借以连通电路的是电子,它只有在具有了足够的能量,可以克服阴极对它的排斥力时,才能使电路连通。一般来说,每个电子平均能量需达几个电子伏,至少 1 eV 。人们自然要问:钠为什么会在光的照射下,放出那么大能量的电子呢?下面我们将从理论上加以分析。

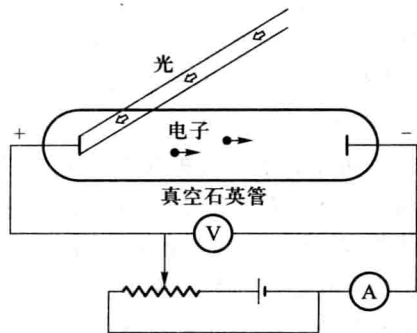


图 1.3

2. 经典理论的解释——经典理论的困难

(1) 首先用经典理论算一算,当光照到钠表面时,要用多少时间才能放出电子。由电磁理论知,作为电磁波的光有一部分将被钠表面反射,这部分被反射的光自然对光电子的产生没有影响,因此我们只考虑被钠吸收了的那部分光。这些光的能量将被钠金属中的电子所吸收,从而增加了钠原子中价电子的能量。它用一部分能量克服了金属表面对它的阻力(所做的功叫脱出功)后,将带着至少 1 eV 的动能冲出金属表面,而到达阴极。

若光束每秒在每平方米面积上给钠原子的能量为 $6.25 \times 10^{12} \text{ eV} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (自然,比这个能量要高的光束是必需的,因为钠有很好的反射表面),钠原子的厚度为 10^{-10} m ,每平方米中有 10^{19} 个原子,假定在钠的 10 个原子厚度中光被吸收,这样每平方米能够吸收光的原子总数将为 10^{20} 个,因此每个原子平均吸收的能量为:

$$\frac{6.25 \times 10^{12} \text{ eV} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}}{10^{20} \text{ m}^{-2}} = 6.25 \times 10^{-8} \text{ eV} \cdot \text{s}^{-1}$$

钠原子有一个价电子,因此每个电子在 1 秒内只能得到 $6.25 \times 10^{-8} \text{ eV}$ 的能量。但一个电子若想冲出表面至少要有 1 eV 的能量,那么要用多长时间才能获得这么大的能量呢?显然有

$$\frac{1 \text{ eV}}{6.25 \times 10^{-8} \text{ eV} \cdot \text{s}^{-1}} = 1.6 \times 10^7 \text{ s} \approx 0.5 \text{ a}$$

即一个电子要用半年的时间才能达到 1 eV 的能量。但是,实验告诉我们,当紫光照到钠表面上时,几乎立刻就有电流通过。一定要问多长时间的话,也不过大约 10^{-9} s ,因此上面的经典解释显然是不对的。