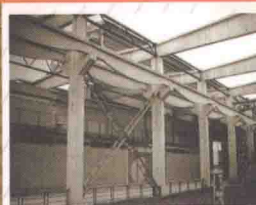


◆ 高等职业教育建筑施工类规划教材 ◆

建筑力学

JIANZHU LIXUE

主编 鲜小红 陈文建



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)

高等职业教育建筑施工类规划教材

建筑力学

主 编 鲜小红 陈文建

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

内容简介

本书是根据教育部《高职高专教育土建类专业建筑力学课程教学基本要求》编写而成的。全书共分13章,其内容主要包括:绪论、静力学基本知识、平面力系、轴向拉伸和压缩、圆轴扭转、梁的弯曲、组合变形、压杆稳定、静定结构的位移计算、几何体系分析、力法、位移法、力矩分配法等,每章后有小结、思考题、习题。本书在编写中力求体现高职高专教学改革的特点及“职业性”与“高等性”,重视由浅入深和理论联系实际,内容简明扼要、通俗易懂,图文并茂。本书既可作为高职高专院校建筑类专业教材,也可供建筑施工、建设监理及工程管理人员学习和参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

建筑力学 / 鲜小红, 陈文建主编. — 成都: 西南
交通大学出版社, 2012.8
高等职业教育建筑施工类规划教材
ISBN 978-7-5643-1776-8

I. ①建… II. ①鲜…②陈… III. ①建筑力学—高
等职业教育—教材 IV. ①TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 118234 号

高等职业教育建筑施工类规划教材

建筑力学

主编 鲜小红 陈文建

责任编辑	杨 勇
特邀编辑	曾荣兵
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http://press.swjtu.edu.cn
印 刷	成都中铁二局永经堂印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印 张	16
字 数	398 千字
版 次	2012 年 8 月第 1 版
印 次	2012 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-1776-8
定 价	29.50 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是根据教育部《高职高专教育土建类专业建筑力学课程教学基本要求》编写而成的,力求体现高职高专教学改革的特点及“职业性”与“高等性”,重视由浅入深和理论联系实际,内容简明扼要、通俗易懂,图文配合紧密。

本书中所涉及的基本理论满足本专业及相关专业的要求,且对涉及传统的静力学、材料力学和结构力学的部分内容进行了修改和调整:静力学部分,着重解决外力的计算,尤其是支座反力的计算;材料力学部分,按变形形式来分项目,在指定的项目下按内力—应力—变形的逻辑顺序来进行强度刚度的计算和校核;结构力学部分,着重选用建筑工程实际中常用的结构进行计算和设计。

全书共分 13 章,其内容主要包括:绪论、静力学基础知识、平面力系、轴向拉伸和压缩、圆轴扭转、梁的弯曲、组合变形、压杆稳定、静定结构的位移计算、平面体系的几何组成分析、力法、位移法、力矩分配法等,每章后有小结、思考题、习题。

本书适用于建筑、水利、道路、桥梁、市政等专业,可作高职高专工科类相关专业教材,也可作为工程技术人员的参考书。

本教材由四川职业技术学院鲜小红和陈文建主编。其中第 1、3、5、7、9 章由四川职业技术学院鲜小红编写,第 2、4、6、8 章由四川职业技术学院陈文建编写,第 10、11 章由四川职业技术学院张凯编写,第 12 章由四川职业技术学院汪静然编写,第 13 章由四川职业技术学院黄晓兰编写。在此,对本教材编写工作给予支持和帮助的老师表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免不足之处,恳请广大读者提出宝贵意见。

编 者

2012 年 4 月

目 录

第1章 绪 论	1
1.1 建筑力学的研究对象	1
1.2 建筑力学的学科任务	4
1.3 建筑力学的分析方法	4
第2章 静力学基础知识	5
2.1 力、力系、静力学基本原理	5
2.2 力矩、力偶	11
2.3 约束、约束反力	14
2.3 受力图	18
本章小结	20
思考题	20
习 题	21
第3章 平面力系	23
3.1 平面汇交力系的平衡条件	23
3.2 平面力偶系的平衡条件	25
3.3 平面一般力系的平衡条件	27
3.4 平面平行力系的平衡条件	30
3.5 物体系统的平衡	31
3.6 支座反力计算实例	32
本章小结	45
思考题	47
习 题	47
第4章 轴向拉伸和压缩	51
4.1 拉伸、压缩的内力计算及内力图的绘制	51
4.2 拉伸、压缩的应力计算和强度条件	54
4.3 轴向拉（压）杆的刚度计算	61
4.4 材料在拉伸与压缩时的力学性能	65
4.5 安全因数、容许应力	69
本章小结	70
思考题	70
习 题	71

第 5 章 圆轴扭转	75
5.1 圆轴扭转的内力计算及扭矩图的绘制	75
5.2 圆轴扭转的应力计算及强度条件	79
5.3 圆轴扭转的刚度条件	84
本章小结	86
思考题	86
习 题	87
第 6 章 梁的弯曲	90
6.1 弯曲梁的内力计算及内力图的绘制	90
6.2 梁的横截面几何性质	104
6.3 梁的正应力、剪应力计算, 梁强度条件的应用	107
6.4 梁的变形及刚度计算	121
6.5 提高梁强度、刚度的措施	124
本章小结	128
思考题	129
习 题	129
第 7 章 组合变形	135
7.1 组合变形的概念	135
7.2 斜弯曲的强度计算	136
7.3 偏心压缩(拉伸)的强度计算	142
本章小结	149
思考题	150
习 题	151
第 8 章 压杆稳定	153
8.1 压杆稳定的概念	153
8.2 临界力和临界应力	154
8.3 中粗杆的临界力计算——经验公式、临界应力总图	157
8.4 压杆的稳定实用计算	160
8.5 提高压杆稳定的措施	164
本章小结	165
思考题	166
习 题	166
第 9 章 静定结构的位移计算	169
9.1 概 述	169
9.2 虚功原理和单位荷载法	170
9.3 静定结构在荷载作用下的位移计算	173
9.4 图乘法	180

9.5 静定结构由于支座位移所引起的位移	186
9.6 几个互等定理	187
本章小结	189
思考题	190
习 题	190
第 10 章 平面体系的几何组成分析	193
10.1 概 述	193
10.2 几何不变体系的组成规则及体系组成的分析	197
本章小结	201
思考题	201
习 题	201
第 11 章 力 法	203
11.1 超静定结构的概念	203
11.2 超静定次数的确定	204
11.3 力法的基本原理	206
11.4 力法典型方程	209
11.5 力法计算的应用	211
11.6 对称性的利用	214
本章小结	217
思考题	218
习 题	218
第 12 章 位移法	221
12.1 位移法的基本概念	221
12.2 位移法的原理	225
12.3 位移法的应用	227
本章小结	232
思考题	233
习 题	233
第 13 章 力矩分配法	235
13.1 力矩分配法的基本概念	235
13.2 用力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架	239
本章小结	245
思考题	246
习 题	246
参考文献	248

第1章 绪论

【知识目标】

- 了解建筑力学的任务
- 理解平衡的真正内涵
- 掌握荷载、结构、构件等基本概念

【技能目标】

- 能够正确理解强度、刚度、稳定性三者在工作过程中的作用
- 能够正确理解变形固体的基本假设在建筑力学中的作用
- 能够正确领悟学习本学科最基本的思想方法

本章导语

本章主要讲述建筑力学中的变形固体、变形固体的基本假设、杆件及杆系结构，以及建筑力学的任务和建筑力学的分析方法。通过本章学习，要求学生了解建筑力学的任务；熟悉与力学相关的荷载、结构、构件等基本概念，理解平衡的概念；了解结构承载能力由结构的强度、刚度、稳定性三个方面共同确定；进一步理解建筑力学任务主要体现在强度、刚度、稳定性三个问题上；掌握学习本学科最基本的思想方法，为以后的学习奠定良好的思想基础。

1.1 建筑力学的研究对象

力学是研究机械运动规律及其应用的学科。建筑力学是力学中最基本、应用最广泛的部分，它是将静力学、材料力学、结构力学三门课程的主要内容融合为一体的力学。在建筑物或构筑物中起骨架（承受和传递荷载）作用的主要物体称为建筑结构。组成建筑结构的基本部件称为构件。

1.1.1 变形固体

工程上所用的构件都是由固体材料制成的，如钢、铸铁、木材、混凝土等，它们在外力作用下会或多或少地产生变形，有些变形可直接观察到，有些变形可以通过仪器测出。在外

力作用下,会产生变形的固体称为变形固体。变形固体在外力作用下会产生两种不同性质的变形:一种是外力消除时,变形随着消失,这种变形称为弹性变形;另一种是外力消除后,不能消失的变形称为塑性变形。一般情况下,物体受力后既有弹性变形又有塑性变形的,称为弹性塑性变形。但工程中常用的材料,当外力不超过一定范围时,塑性变形很小,可忽略不计,认为只有弹性变形,这种只有弹性变形的变形固体称为完全弹性体。只引起弹性变形的的外力范围称为弹性范围。本书主要讨论材料在弹性范围内的变形及受力。

1.1.2 变形固体的基本假设

变形固体有多种多样,其组成和性质是非常复杂的。对于用变形固体材料做成的构件进行强度、刚度和稳定性计算时,为了使问题得到简化,常略去一些次要的性质,而保留其主要的性质,因此,对变形固体材料作出下列的几个基本假设。

1. 均匀连续假设

一般假设在变形固体整个体积内用同种介质毫无空隙地充满。实际上,变形固体是由很多微粒或晶体组成的,各微粒或晶体之间是有空隙的,且各微粒或晶体彼此的性质并不完全相同。但是由于这些空隙与构件的尺寸相比是极微小的,同时构件包含的微粒或晶体的数目极多,排列也不规则,所以,物体的力学性能并不反映其某一个组成部分的性能,而是反映所有组成部分性能的统计平均值。因而可以认为固体的结构是密实的,力学性能是均匀的。有了这个假设,物体内的一些物理量,才可能是连续的,才能用连续函数来表示。在进行分析时,可以从物体内任意位置取出一小部分来研究材料的性质,其结果可代表整个物体,也可将那些大尺寸构件的试验结果应用于物体的任何微小部分上去。

2. 各向同性假设

假设变形固体沿各个方向的力学性能均相同。实际上,组成固体的各个晶体在不同方向上有着不同的性质。但由于构件所包含的晶体数量极多,且排列也完全没有规则,变形固体的性质是这些晶粒性质的统计平均值。这样,在以构件为对象的研究问题中,就可以认为对象是各向同性的。工程上使用的大多数材料,如钢材、玻璃、铜和高强度等级的混凝土,可以认为是各向同性的材料。根据这个假设,当获得材料在任何一个方向的力学性能后,就可将其结果用于其他方向。在工程实际中,也存在不少的各向异性材料,如轧制钢材、合成纤维材料、木材、竹材等,它们沿各方向的力学性能是不同的。很明显,当木材分别在顺纹方向、横纹方向和斜纹方向受到外力作用时,它所表现出的力学性质是各不相同的。因此,对于由各向异性材料制成的构件,在设计时必须考虑材料在不同方向的力学性质。

3. 小变形假设

在实际工程中,构件在荷载作用下,其变形与构件的原尺寸相比通常很小,可以忽略不计,称这一类变形为小变形。所以,在研究构件的平衡和运动时,可按变形前的原始尺寸和形状进行计算。在研究和计算变形时,变形的高次幂项也可忽略不计。这样,使计算工作大为简化,且又不影响计算结果的实用精度。

1.1.3 杆件及杆系结构

根据构件的几何特征，可以将各种各样的构件归纳为如下四类：

(1) 杆。

如图 1.1 (a) 所示，它的几何特征是细而长，即 $l \gg h$ ， $l \gg b$ 。杆又可分为直杆和曲杆。

(2) 板和壳。

如图 1.1 (b) 所示，它的几何特征是宽而薄，即 $a \gg t$ ， $b \gg t$ 。平面形状的称为板，曲面形状称为壳。

(3) 块体。

如图 1.1 (c) 所示，它的几何特征是在三个方向的尺寸都是同量级大小的。

(4) 薄壁杆。

图 1.1 (d) 所示的槽形钢材就是一个例子。它的几何特征是长、宽、厚三个尺寸相差悬殊，即 $l \gg b \gg t$ 。

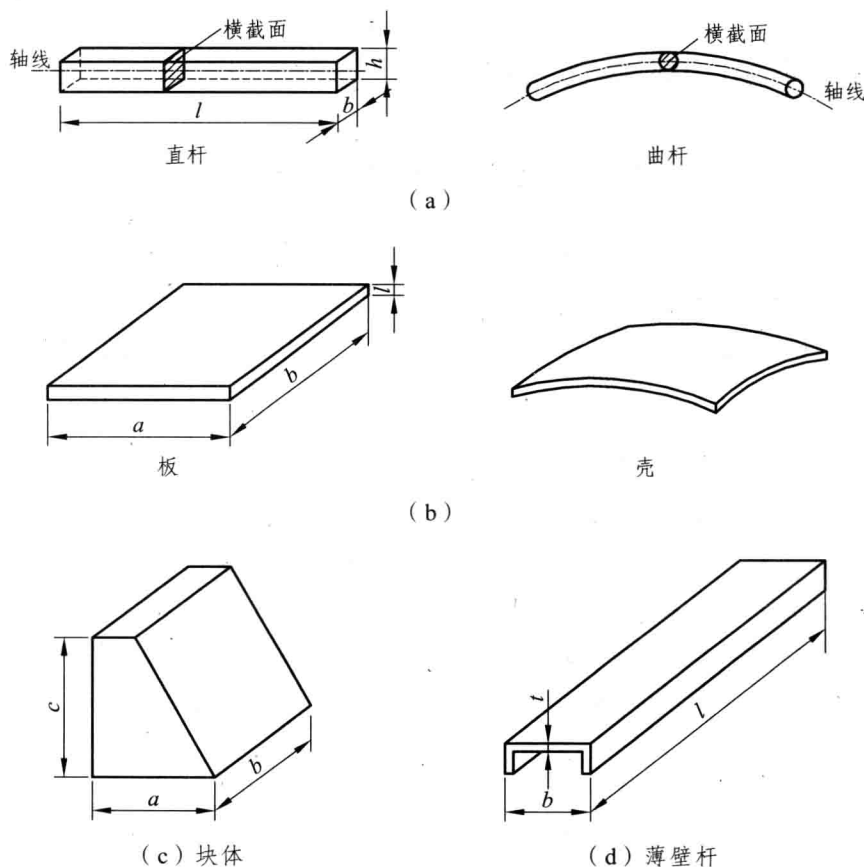


图 1.1

由杆件组成的结构称为杆系结构。杆系结构是建筑工程中应用最广的一种结构。

本书所研究的主要对象是均匀连续的、各向同性的、弹性变形的固体，且限于小变形范围的杆件和杆件组成的杆系结构。

1.2 建筑力学的学科任务

杆系结构是由杆件组成的一种结构，它必须满足一定的组成规律，才能保持结构的稳定从而承受各种作用。结构的形式各异，但必须具备可靠性、适用性、耐久性。首先，我们要研究结构在外力作用下的平衡规律。所谓平衡，是结构相对于地球保持静止状态或匀速直线平移。其次，我们要研究结构的强度、刚度、稳定性。

所谓强度是结构抵抗破坏的能力，即结构在使用寿命期限内，在荷载作用下不允许破坏；所谓刚度是结构抵抗变形的能力，即结构在使用寿命期限内，在荷载作用下产生的变形不允许超过某一额定值；所谓稳定性是结构保持原有平衡形态的能力，即结构在使用寿命期限内，在荷载作用下原有平衡形态不允许改变。建筑力学的任务：通过研究结构的强度、刚度、稳定性，材料的力学性能，结构的几何组成规则，在保证结构既安全可靠又经济节约的前提下，为构件选择合适的材料、确定合理的截面形状和尺寸提供计算理论及计算方法。

1.3 建筑力学的分析方法

建筑结构分析方法包括理论分析、实验分析和数值分析三个方面。其过程如图 1.2 所示。

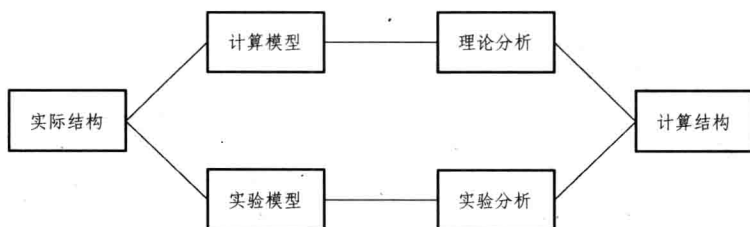


图 1.2

建筑力学是力学的一门分支课程，在理论分析中应用了力学的许多基本概念及基本方法。学生在学习时要注意对基本概念的理解，同时要掌握力学的基本研究方法，提高分析和解决问题的能力。建筑力学是土建类专业的一门技术基础课程，具有承上启下的作用，通过本课程的学习可为后继课学习打基础，也为终身继续学习打基础。学生在学习、掌握知识的同时，应当重视力学分析和工程实际相联系；重视分析能力、计算能力、自学能力、表达能力、创新能力的培养。

第2章 静力学基础知识

【知识目标】

- 掌握力、力系的基本概念和静力学的基本原理
- 掌握力矩、力偶的概念、特点及有关计算
- 掌握约束的概念和约束反力的特点
- 掌握结构受力分析的一般方法

【技能目标】

- 能正确运用静力学基本原理
- 能根据力和反力的特点对物体和物体系进行受力分析
- 能够对力进行合成和分解计算
- 能够对力矩、力偶矩的转动效应进行度量

本章导语

力的概念来自于人们的劳动实践，建筑工程中往往离不开力学知识。本章介绍的主要内容包力对物体作用会产生的两种效应；静力学基本公理，即二力平衡公理、加减平衡力系公理、力的平行四边形法则、作用力与反作用力定律；力矩和力偶的有关计算；约束、约束反力；受力分析的一般方法等静力学基础知识。通过本章的学习，要求学生熟悉静力学的有关概念，深入理解静力学的基本公理，掌握受力分析的一般方法和力矩及力偶的有关计算。

2.1 力、力系、静力学基本原理

2.1.1 力的定义

“力”是人们生产和生活中很熟悉的概念，也是力学的基本概念。人们对于“力”的认识，最初是与推、拉、举、掷时肌肉的紧张和疲劳的主观感觉相联系的。后来，在长期的生产和生活中，通过反复的观察、实验和分析，人们逐步认识到，无论在自然界还是在工程实际中，物体机械运动状态的改变或变形，都是物体间相互机械作用的结果。例如：机床、汽车等在刹车后，速度很快减小，最后静止下来；吊车梁在吊车起吊重物时产生弯曲，等等。这样，

人们通过科学的推论,得出了力的定义:力是物体间相互的机械作用。这种作用的结果是使物体的机械运动状态发生改变或使物体变形。

物体间机械作用的形式是多种多样的,大体上可以分为两类:一类是通过物质的一种形式而起作用的,如重力、万有引力、电磁力等;另一类是由两个物体直接接触而发生的,如两物体间的压力、摩擦力等。这些力的物理本质各不相同。在力学中,我们不研究力的物理本质,而只研究力对物体的效应。一个力对物体作用的效应,一般可以分为两个方面:一是使物体的机械运动状态发生改变,二是使物体的形状发生改变。前者叫做力的运动效应或外效应,后者叫做力的变形效应或内效应。

就力对物体的外效应来说,又可以分为两种情况。例如,人沿直线轨道推小车使小车产生移动,这是力的移动效应;人作用于绞车手柄上的力使鼓轮转动,这是力的转动效应。而在一般情况下,一个力对物体作用时,既有移动效应,又有转动效应。如打乒乓球时,如果球拍作用于乒乓球的力恰好通过球心,此时只有移动效应;如果此力不通过球心,则不仅有移动效应,还有绕球心的转动效应。

1. 力的三要素

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点。这三者称为力的三要素。即:

(1) 力的大小。指物体间机械作用的强弱程度,可通过力的运动效应或变形效应来度量,在静力学中常用测力器和弹性变形来测量。为了度量力的大小,必须确定力的单位。本教材采用国际单位制,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN), $1\text{ kN}=10^3\text{ N}$ 。

(2) 力的方向。即物体间的机械作用具有方向性。它包含方位和指向两层含义。如重力“铅直向下”、“铅直”是指力的作用线在空间的方位,“向下”是指力沿作用线的指向。

(3) 力的作用点。指力作用在物体上的位置如图 2.1 所示。实际上,当两个物体直接接触时,力总是分布地作用在一定的面积上。如手推车时,力作用在手与车相接触的面积上。当力作用的面积很小以致可以忽略其大小时,就可以近似地将力看成作用在一个点上。作用于一一点上的力称为集中力。

如果力作用的面积很大,这种力称为分布力。例如,作用在墙上的风压力或压力容器上所受到的气体压力,都是分布力。有的力不是分布地作用在一定的面积上,而是分布地作用于物体的每一点上,如地球吸引物体的重力。

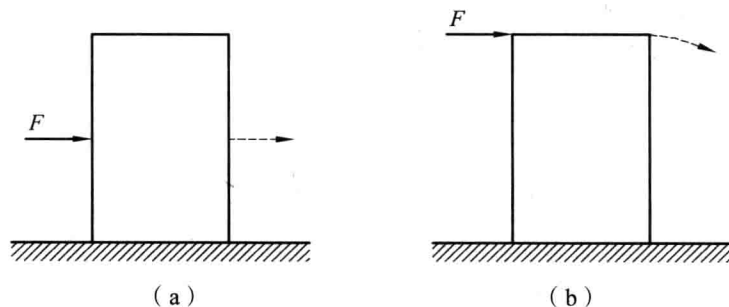


图 2.1

2. 力的图示法

力具有大小和方向,所以力是矢量。我们可以用一带箭头的直线段将力的三要素表示出来,如图 2.2 所示。线段的长度:按一定的比例尺表示力的大小;线段的方位和箭头的指向表示力的方向;线段的起点(或终点)表示力的作用点。通过力的作用点沿力的方位画出的直线。书中一般用斜体加粗的字母表示矢量,如力 $\boldsymbol{F}$;而用普通字母表示该矢量的大小,如 F 。有时也用 $\overline{AB}$ 或 $\overline{AB}$ 表示矢量,而 AB 则表示其大小。

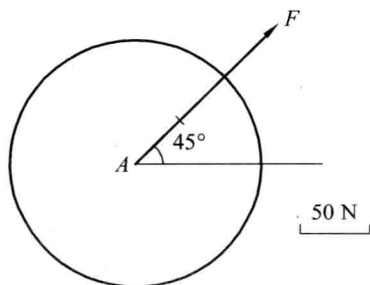


图 2.2

2.1.2 力系的定义

作用在物体上的一群力或一组力称为力系。按照力系中各力作用线分布的不同,力系可分为:汇交力系,力系中各力作用线汇交于一点;力偶系,力系中各力可以组成若干力偶或力系由若干力偶组成;平行力系,力系中各力作用线相互平行;一般力系,力系中各力作用线既不完全交于一点,也不完全相互平行。

按照各力作用线是否位于同一平面内,上述力系又可以分为平面力系和空间力系两大类,如平面汇交力系、空间汇交力系等。

如果物体在某一力系作用下保持平衡状态,则称该力系为平衡力系。作用在物体上的一个力系,如果可用另一个力系来代替,而不改变力系对物体的作用效果,则这两个力系称为等效力系。如果一个力与一个力系等效,则这个力称为该力系的合力;原力系中的各个力称为其合力的各个分力。

2.1.3 静力学基本原理

人们在长期的生产和生活实践中,经过反复观察和实践,总结出了关于力的最基本的客观规律,这些客观规律被称为静力学公理。经过实践的检验证明,它们是符合客观实际的普遍规律,是研究力系简化和平衡问题的基础。

1. 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力,使刚体平衡的必要和充分条件是,这两个力大小相等、方向相反,作用在同一条直线上,如图 2.3 所示。

上述的二力平衡公理对于刚体是充分的也是必要的,而对于变形体只是必要的而非充分的。如图 2.4 所示,绳索的两端若受到一对大小相等、方向相反的拉力作用可以平衡,但若是压力就不能平衡。

二力平衡公理表明了作用于物体上的最简单的力系平衡条件,它为以后研究一般力系的平衡条件提供了基础。

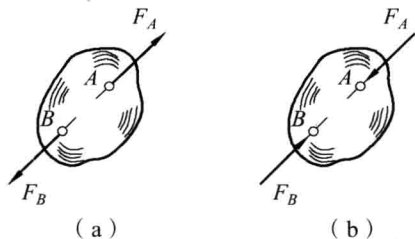


图 2.3

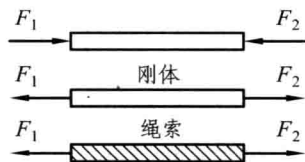


图 2.4

受二力作用而处于平衡的杆件或构件称为二力杆件（简称为二力杆）或二力构件。如图 2.5 (a) 所示简单吊车中的拉杆 BC ，如果不考虑它的重量，杆就只在 B 和 C 处分别受到力 F_{NB} 和 F_{NC} 的作用，因此杆 BC 处于平衡状态。根据二力平衡条件，力 F_{NB} 和 F_{NC} 必须等值、反向、共线，即力 F_{NB} 和 F_{NC} 的作用线都一定沿着 B 、 C 两点的连线，如图 2.5 (b) 所示，所以杆 BC 是二力杆件。

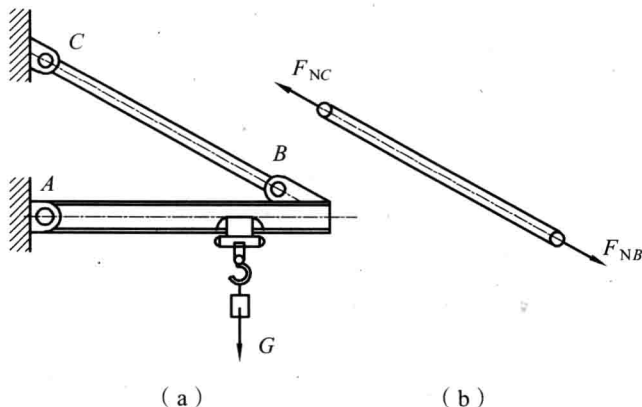


图 2.5

2. 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意力系中，加上或去掉任何平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。也就是说，相差一个平衡力系的两个力系作用效果相同，可以互换。这个公理的正确性是显而易见的：平衡力系不会改变刚体原来的运动状态（静止或做匀速直线运动），也就是说，平衡力系对刚体的运动效果为零。所以在刚体上加上或去掉一个平衡力系，是不会改变刚体原来的运动状态的。

推论 1（力的可传性原理）

作用于刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任意一点，而不会改变该力对刚体的作用效应。

力的可传性原理很容易为实践所验证。例如，用绳拉车，或者沿绳子同一方向，以同样大小的力用手推车，对车产生的运动效果相同，如图 2.6 所示。

力的可传性原理告诉我们，力对刚体的作用效果与力的作用点在作用线上的位置无关。换句话说，力在同一刚体上

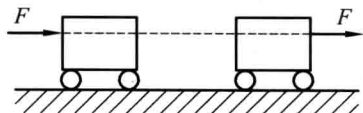


图 2.6

可沿其作用线任意移动。这样,对于刚体来说,力的作用点在作用线上的位置已不是决定其作用效果的要素,而力的作用线对物体的作用效果起决定性的作用,所以力的三要素为:力的大小、方向和作用线。

在应用中应当注意,力的可传性只适用于同一个刚体,不适用于两个刚体(不能将作用于一个刚体上的力随意沿作用线移至另一个刚体上)。如图 2.7 (a) 所示,两平衡力 F_1 、 F_2 分别作用在两物体 A、B 上,能使物体保持平衡(此时物体之间有压力),但是,如果将 F_1 、 F_2 各沿其作用线移动成为图 2.7 (b) 所示的情况,则两物体各受一个拉力作用而将被拆散失去平衡。另外,力的可传性原理也不适用于变形体。例如,一个变形体受 F_1 、 F_2 的拉力作用将产生伸长变形,如图 2.8 (a) 所示;若将 F_1 与 F_2 沿其作用线移到另一端,如图 2.8 (b) 所示,则物体将产生压缩变形,变形形式发生变化,即作用效果发生改变。

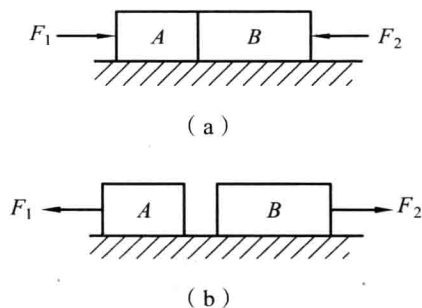


图 2.7

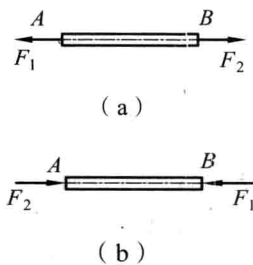


图 2.8

3. 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为仍作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以原来的两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线矢量来表示。即合力等于原来的两个力的矢量和(几何和)。

设在物体上点 A 作用着两个力 F_1 和 F_2 , 其夹角为 α , 根据力的平行四边形法则,得到合力 $F_R = AC$, 如图 2.9 所示。即

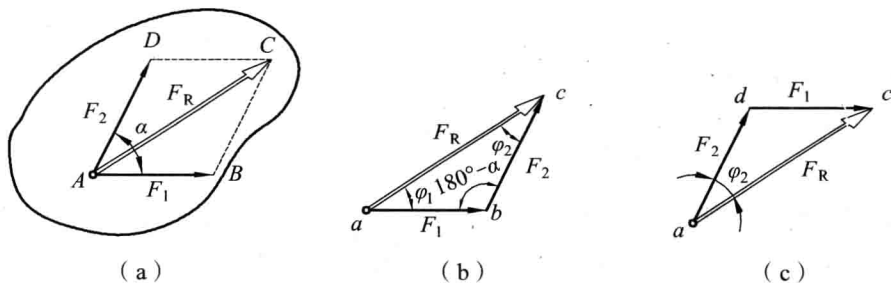


图 2.9

$$F_R = F_1 + F_2$$

(2.1)

式中 F_R ——合力;

F_1 、 F_2 ——两分力。

注意, 式中“+”号表示按矢量相加, 即按平行四边形法则相加。

合力 F_R 的大小和方向可以用作图法求出。作图时应先选取恰当的比例尺作出力的平行四边形, 然后直接从图上量取对角线的长度, 按所选比例尺代表合力 F_R 的大小; 对角线与两分力间的夹角表示合力 F_R 的方向, 可用量角器量出。

还可以利用几何关系计算合力 F_R 的大小和方向。已知力 F_1 、 F_2 和它们的夹角 α , 根据图 2.9 所示, 由余弦定理可得合力 F_R 的大小为

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

对 $\triangle ABC$ 应用正弦定理, 可求得合力 F_R 分别与分力 F_1 、 F_2 间的夹角 φ_1 、 φ_2 , 即由

$$\frac{F_1}{\sin \varphi_2} = \frac{F_2}{\sin \varphi_1} = \frac{F_R}{\sin(180^\circ - \alpha)}$$

得到

$$\sin \varphi_1 = \frac{F_2 \sin \alpha}{F_R}, \quad \sin \varphi_2 = \frac{F_1 \sin \alpha}{F_R}$$

用作图法求合力时, 通常只需画出半个平行四边形。如图 2.9 (b) 所示, 从点 a 开始先画矢量 $\overline{ab} = F_1$, 从点 b 再画矢量 $\overline{bc} = F_2$, 连接起点 a 与终点 c 得到矢量 $\overline{ac}$, 则矢量 $\overline{ac}$ 表示合力 F_R 的大小和方向。 $\triangle abc$ 称为力三角形, 这一求合力的方法称为力三角形法则。如果从点 a 开始先画矢量 $\overline{ad} = F_2$, 再从点 d 画矢量 $\overline{dc} = F_1$; 同样, 可以得到相同的表示合力 F_R 的大小和方向的矢量 $\overline{ac}$, 如图 2.9 (c) 所示。由此可见, 按分力的不同先后次序作力三角形, 并不改变合力 F_R 的大小和方向。用三角形法则求合力时, 只能决定合力的大小和方向, 而合力的作用线应通过两分力在物体上的共同作用点。

平行四边形法则是所有用矢量表示的物理量相加的普遍法则。力的平行四边形法则也是研究力系简化的重要理论依据。

推论 2 (三力平衡汇交定理)

一刚体受共面、不平行的三力作用而平衡时, 此三力的作用线必汇交于一点。三力平衡汇交定理给出了不平行的三个力平衡的必要条件。

4. 作用与反作用定律

两个相互作用物体之间的作用力与反作用力大小相等、方向相反, 沿同一直线且分别作用在这两个物体上。

这个定律说明了两物体间相互作用力的关系: 力总是成对出现的, 有作用力必有一反作用力, 且总是同时产生又同时消失的。根据这个定律我们知道, 物体 A 对物体 B 作用力的大小和方向时, 就可以知道物体 B 对物体 A 的反作用力。例如, 图 2.10 (a) 中物体 A 放置在物体 B 上, F_N 是物体 A 对物体 B 的作用力, 作用在物体 B 上; F'_N 是物体 B 对物体 A 的反作用力, 作用在物体 A 上。 F_N 和 F'_N 是作用力和反作用力关系, 即大小相等 $F_{NA} = F_{NB}$, 方向相反, 沿同一直线 KL , 如图 2.10 (b) 所示。要特别注意, 不能将作用与反作用定律与二力平衡公理混淆。作用力与反作用力是分别作用在相互作用的两个物体上的, 所以, 它们不能互相平衡。