

奇妙的联系数

QIMIAO DE LIANXISHU

赵克勤 赵森辉◎著



知识产权出版社
全国百佳图书出版单位

奇妙的联系数

QIMIAO DE LIANXISHU

赵克勤 赵森烽◎著



知识产权出版社

全国百佳图书出版单位

赵克勤于20世纪80年代提出的集对分析联系数学已得到广泛应用。本书从集合论中理发师悖论——“理发师的头由谁理”说起，简介集对分析中的联系数及其思想、理论、算法及大量的日常应用，回答了什么是联系数、一元联系数、二元联系数、三元联系数、四元联系数、五元联系数及其他多元联系数等问题，说明联系数的来源、定义、意义，以及衣、食、住、行、思和科学技术不同领域中各种不确定性描述与分析中的奇妙应用；对于联系数与历史上数学危机的关系，联系数与自然数、概率、区间数的关系，以及基于联系数的绿色智能计算也作了简要介绍。本书有助于青少年和各类成人的计算创新、智力开发，对日常生活和工作也有一定的启发意义。

责任编辑：刘 爽 责任校对：韩秀天

封面设计：杨晓霞 责任出版：卢运霞

图书在版编目 (CIP) 数据

奇妙的联系数/赵克勤，赵森烽著. —北京：知识产权出版社，
2013.11

ISBN 978-7-5130-2424-2

I. ①奇… II. ①赵… ②赵… III. ①数学—普及读物
IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 269252 号

奇妙的联系数

赵克勤 赵森烽 著

出版发行：知识产权出版社 有限责任公司

社 址：北京市海淀区马甸南村1号

邮 编：100088

网 址：www.ipph.cn

邮 箱：bjb@cnipr.com

发行电话：010-82000860 转 8101/8102

传 真：010-82005070/82000893

责编电话：010-82000860 转 8125

责编邮箱：Liushuang@cnipr.com

印 刷：北京富生印刷厂

经 销：新华书店及相关销售网点

开 本：880mm×1230mm 1/32

印 张：6.75

版 次：2014年3月第1版

印 次：2014年3月第1次印刷

字 数：153千字

定 价：35.00元

ISBN 978-7-5130-2424-2

出版版权专有 侵权必究

如有印装质量问题，本社负责调换。

前言

村上有个理发师贴出服务公告，宣称他为所有不为自己理发的人理发。按此公告，如果他不给自己理发，他应该为自己理发；如果他为自己理发，同样根据公告，他不能为自己理发，无论如何都自相矛盾。这就是集合论中著名的理发师悖论，也称罗素悖论，由英国数学家罗素于 1903 年提出，曾引发第三次数学危机。

在解读这个著名悖论的过程中，笔者又引入了一系列问题：人为什么生有两只眼睛、两只耳朵、两只手、两条腿？为什么有些团队有“ $1+1+1>3$ ”的效能，而另一些团队是“ $1+1+1<3$ ”的效能，更多的团队效能是“ $1+1+1=3$ ”？为什么边长是 1 的正方形对角线 $\sqrt{2}=1.414213586\cdots$ 是一个无限不循环的无理数？为什么 3 比 2 大 1，1000 比 999 大 1，但人们认为后者差不多，而前者差得多？为什么“ $1=1$ ”还需要作不确定性分析，为什么盒子中只有白球没有黑球就没有了抽到白球的随机性？为什么哥德尔指出算术系统是一个不完备系统？什么是数？什么是负事件？什么是负概率？购买彩票的人为什么这么多……地震能预测吗？衣、食、住、行、思需要用到哪些数学？家庭和谐度如何计算？如何测定一个人的心理健康程度？测不准原理有数学模型吗？可以用数学公式把物质能量信息联系起来吗？

诗、词、成语、对联等自然语言中有数学知识吗？真善美与数学有关系吗？辩证法有数学模型吗？……基于以上思考，笔者于1989年提出集对分析（Set Pair Analysis, SPA）也称联系数学。联系数是集对分析中的一个数学概念，它为上面这些不同的“为什么”提供了一个近乎统一的答案，也为理发师悖论给出了一种引人入胜的解读。2012年12月15日《光明日报》曾以《赵克勤——一位民间数学爱好者的传奇》为题作了报道。

联系数的奇妙在于把人们对确定性与不确定性的辩证认识转换成一个具体的数学工具，把数与系统联系起来，因而应用广泛，至今已在航空航天、军事国防、天气预报、地质矿山、能源交通、水文水资源、社会经济、环境保护、物流运输、体育教育、医药卫生、农业、林业、工业、邮电、通信、计算机与人工智能、系统工程与管理决策等领域得到应用。中国知网检索显示，包括《中国科学》在内的550多家期刊已刊登有关集对分析的学术论文近2000篇，一些高校已把集对分析作为博士、硕士研究生和本科生的选修课程。本书从什么是联系数、联系数与数的联系、联系数在科技、文化领域与日常工作生活中的应用、联系数的哲学思想等角度讲述联系数的来源、性质、特点和奇妙之处，通俗易懂，便于理解和日常应用，当然，深入的应用则需要对集对分析和联系数理论作系统性的学习和研究。

从数学发展史看，让人们接受一个新的数学概念需要有个过程，不同的理解与广泛应用是这个过程的特点。由于集合论是现代数学的基础，集对是集合的提升，联系数是集对的特征函数，联系数中各联系分

量的确定性与各联系分量系数的不确定性，把研究对象的确定性与不确定性联系起来，引出许许多多需要深入研究的问题，这些问题在本书中有的有所点及，更多的没有提及，原因在于作者学识有限，水平浅薄，本书仅为引玉之砖；面对知识的海洋，笔者只是在海边玩耍的孩子，联系系数是这海滩上的一块奇石，奇石之妙在于它同时体现了数与系统的联系，确定性与不确定性的联系，已知与未知的联系，宏观与微观的联系，现状与趋势的联系，哲理与常识的联系，科学与生活的联系，现在与将来的联系，可能与不可能的联系，简单与复杂的联系，同异反的联系，等等。正因为联系系数蕴含了种种联系，每一种联系又是多种关系之和，不同的关系和联系又自有奥妙，故取书名：《奇妙的联系系数》。

本书的读者对象是具有初中以上文化程度的各类读者，包括数学专业和各种非数学专业的大专院校师生，理、工、农、医、商、兵各类科技工作者，企业管理与决策人员，中小学教师，自学青年，家庭和家政工作人员，离退休人员等。

让我们一起去欣赏和探究联系系数的奇妙。

目 录

第一章 从罗素悖论说起

集合论中的罗素悖论——理发师的头该由谁理？ 3/大自然的造化——人为什么有两只眼睛？ 4/成对原理——大自然的启示 6/联系的最小单位——集对是两个有联系的集合组成的单位 8/集对的表示——数学研究的一个新基点 8/罗素悖论的一种解读——悖论是集对论的催生婆 9/联系是关系之和——关系是联系的表现方式 10/什么是集合？——集合是一种“库”或一种“袋” 11/集对比集合高一个层次，但也是一种特殊的集合 13/哥德尔不完全性定理——说明“数”的不确定性 14/参考文献 16

第二章 什么是联系数

联系数的定义 19/一元联系数 20/二元联系数 23/三元联系数(村上又来了一位理发师) 23/四元联系数 26/五元联系数 27/多元联系数 28/偏联系数 29/邻联系数 31/联系数的加法和乘法 33/联系数的态势函数 36/联系数中联系分量系数的取值 37/联系数的性质 39/参考文献 40

第三章 联系数与数的联系

什么是数——简单得不容易回答的问题 45/数是数符与数位的一种联系——从联系的角度定义数 45/数是一个集对——从集对角度定义数 47/无理数因数位不确定而“无理”——确定数与不确定数 47/实数是一种联系数——那么复数呢 48/既是向量又是标量——复数是一种联系数 50/线性中有非线性——区间数化为联系数 51/“月亮弯弯”——把分数写成联系数 52/绿色智能计算——源自自然数的联系数化 55/数与系统联姻——联系数是数的又一次扩充 61/参考文献 62

第四章 联系数与联系概率（赵森烽-克勤概率）

随机性是事物的一种相互关系 65/第一关注事件 66/正事件与负事件 68/非正非负的中介事件 69/用联系数表示的概率——“赵森烽-克勤概率”

70/购买彩票的人为什么这么多 71/需要积极应对的小概率事件 72/剪绳子, 比智力 75/多元赵森烽-克勤概率 77/贝叶斯概率 79/贝叶斯概率的赵森烽-克勤概率 80/参考文献 80

第五章 日常生活中的联系数

“人”与“衣”的联系数 85/日常“食”物种类数的联系数 85/做家常菜的联系数 86/“住”的联系数 87/过红绿灯的联系数 88/出门旅游联系数 90/两口子小家庭过日子的联系数 91/树上还有几只鸟 92/人身上的联系数 93/健康检查结果的联系数表示 94/“零基态”健康心理联系数 95

第六章 联系数与物理学

联系数与力的三要素 99/牛顿运动三大定律与联系数三定律 99/联系数与“测不准原理” 100/联系数与量子纠缠 101/联系数与光的波粒两象性 103/联系数与三原色 103/时间—空间—事物联系数 104/物质-信息-能量联系数 106/物质与暗物质联系数 106/联系数与欧姆定律 107/联系数与半导体 107/联系数与联系熵 108/联系数与卡诺循环效率表述 112/联系数与相对论 113/地球人去地外星球的联系数 114/参考文献 116

第七章 联系数在科学技术领域中的应用

联系数用于火箭漏电故障诊断 121/联系数用于飞机设计与维护 121/联系数用于降水与沙尘暴预报 122/联系数在地质科学中的应用 124/联系数用于作物育种 125/联系数在水文水资源中的应用 126/联系数在矿山中的应用 128/联系数在电力科学中的应用 128/联系数在节能与能源管理中的应用 130/联系数在环境评价中的应用 130/联系数在交通物流中的应用 131/联系数在计算机网络中的应用 132/联系数在人工智能与模式识别中的应用 133/联系数在机电产品设计制造中的应用 135/联系数用于教育测量评价 136/联系数在医卫领域中的应用 136/联系数在体育和体育教学中的应用 138/联系数在军事中的应用 140/联系数在食品安全等非传统安全中的应用 141/联系数在决策中的应用 143/联系数用于粗糙决策 145/联系数用于区间数决策 145/联系数的其他应用 146/参考

文献 147

第八章 文化艺术中的联系数

词语思想丰度的联系数 173/诗词中的联系数 173/成语的联系数 174/蕴含联系数的新年对联 176/联系数谜语 178/城市雕塑联系数 178/棋艺联系数 179/鉴赏图画的联系数 179/考古与文物评鉴联系数 180/“一人唱，万人和”的联系数 180

第九章 联系数的哲学思想

确定性与不确定性的对立统一 183/量变与质变 184/否定之否定 185/单一不确定与综合不确定 185/已知和未知 185/分析与综合 186/宏观层与微观层 186/结构性 186/联系数的启示 186/希望在不确定性上 187/联系数的真善美 187/奇妙的联系数有待我们去深入研究 188

第十章 万物皆联系数

万物皆数 191/万物皆联系 192/万物皆联系数 192/万物皆系统 192/数学的新天地 193/大小关系的比较（问题 1） 195/“ $1=1$ ”的分析（问题 2） 198/“ $1+1=?$ ”（问题 3：有条件运算和无条件的分析） 199/常见联系数的分类与联系数刻画（问题 4） 203/联系之谜与联系科学 203/参考文献 204

后 记

第一章

从罗素悖论说起

集合论中的罗素悖论——理发师的头该由谁理？^[1]

罗素悖论也称理发师悖论，由英国数学家、哲学家罗素于1903年提出。

罗素先构造一个集合 X ，该集合 X 中的元素 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 都是不属于自己的，然后罗素问，由这些不属于自己的元素组成的集合 X 是属于 X ，还是不属于 X ？如果 X 不是属于自己，那么， X 正好属于自己；如果 X 属于自己，那么 X 正好不属于自己，无论如何都自相矛盾。

为了说明上面这个悖论，罗素举了个例子：村上有一个理发师贴出公告，宣称他为所有不为自己理发的人理发。这一公告看上去没有逻辑上的问题，但理发师自己的头发该由谁来理？如果他不给自己理发，那么按照理发师自己制定的条约，他应该为自己理发；如果他为自己理发，同样根据理发师制定的条约，理发师不能为自己理发；无论如何，都不能确定理发师自己的头发该由谁理。

就是这样一个通俗的理发师悖论，震撼了当时的数学界。著名数学家庞加莱坦言：“我们围住了一群羊，而羊群中已混进了狼。”这一悖论之所以引起世界数学界的震动，是因为罗素悖论指出：即使构造一个普通的集合，例如把“所有不为自己理发的人组成一个集合 A ”，这样一件极为普通和简单的事，也遇到不可确定的棘手问题，而集合论已被公认为现代数学的基础。

如何解读这个著名的罗素悖论？数学家们进行了长达一个多世纪的激烈争论，史称“第三次数学危机”；客观地说，这次争论促进了现代

数学的大发展，也推动了集对分析理论（联系数学）的诞生^[2]。

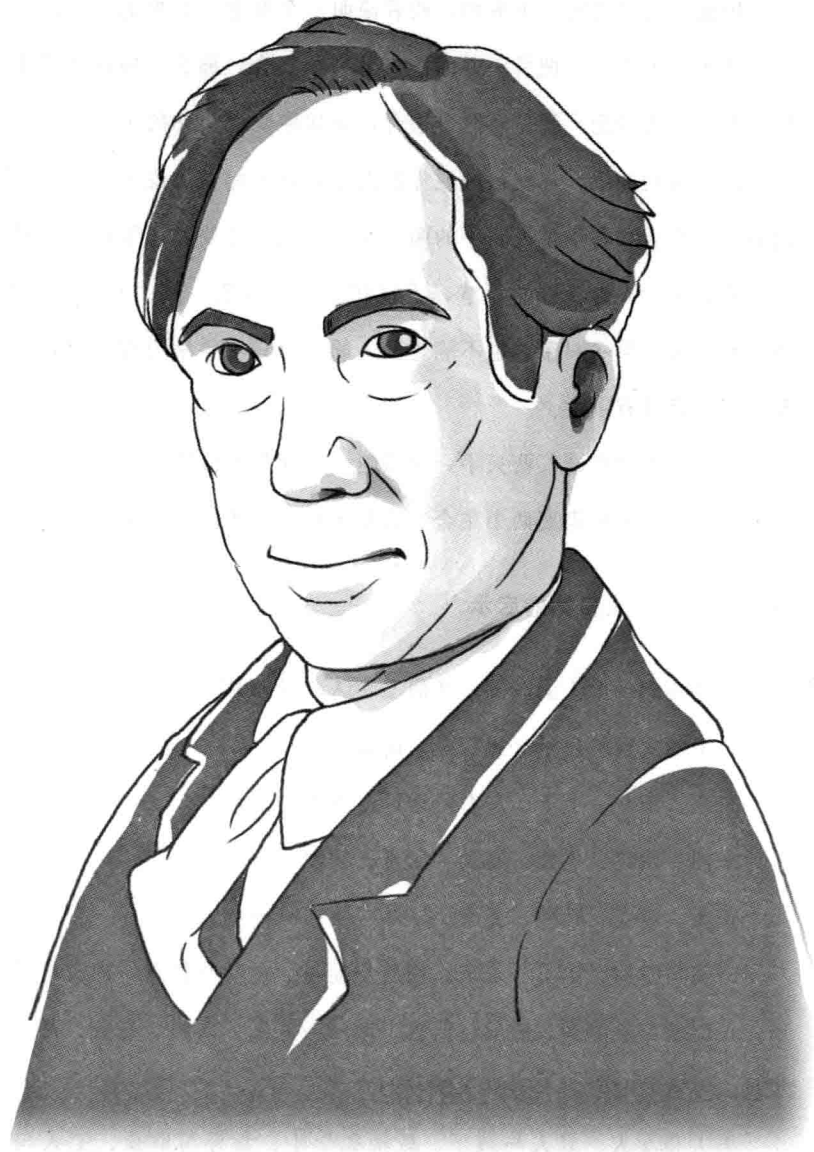
那么，什么是集对？为什么要提出集对这个概念？

让我们从自身说起。

大自然的造化——人为什么有两只眼睛？^[3]

人有两只眼睛，不仅如此，还有两只耳朵、两只手、两条腿、两个鼻孔，等等。人为什么要生两只眼睛？为什么要生两只耳朵、两只手、两条腿、两个鼻孔？生物学家可以从生物进化角度给出解释，笔者从实际应用的角度说明。两只眼睛比一只眼睛看得远、看得仔细、看得全面；两只耳朵比一只耳朵听得清、听得广、听得远；两只手比一只手更容易握住物体，更好地操作各种工具；两只脚比一只脚要站得稳，走得开，跑得快。可以想象，如果人只生一条腿，人的行走将多么艰难；如果人只生一只手，将给人的生活和工作带来多少不便？如果人只生一只眼睛，又会是什么模样……

人有两只眼睛这个事实启发我们：要观察一个事物，必须要从两个角度；要说明一个事物，至少要从两个方面；要理解一个概念，也要从两个方面。逻辑学告诉我们，“概念”有“内涵”与“外延”两个方面，内涵反映“概念”中的对象的本质属性，即概念的质的规定性，反映出某概念中的对象“是什么”，例如后面说的“数”“是什么”；“外延”是指具有概念所反映的本质属性的全部对象，即概念的量的规定性。例如有哪些符号可以看作“数”？“数”有多少种？等等。可见“概念”也需要从两个方面才能说得清。



罗素 (1872—1970)，20世纪英国哲学家、数学家、逻辑学家

因此，为了说明一个事物，或者说明一个概念，如果把其中的一个方面作为一个集合，把另一方面作为另一个集合，那么，描述或者说明同一事物（或概念）就需要两个集合，就如你要说明你的手是一双灵巧而又热爱劳动的手，你就得说说你的左手如何如何，又说说你的右手如何如何，左手和右手是说明手的两个集合；如有必要，还要给人看看你的手背，再让人看看你的手掌，手背和手掌是说明一只手的两个集合。不能想象人只生一只手，也不能想象人的手是只有手掌没有手背，或者是只有手背没有手掌。

人生有两只眼睛，两只手，两条腿……这是大自然的造化。

刻画一个事物需要两个集合，这是大自然给我们的启示。

成对原理——大自然的启示^[4]

环顾我们每个人的周围，类似于“人有两只眼睛”“手有手掌和手背”之类的大自然启示比比皆是。诸如：

东西、南北、上下、左右，远近、里外……

来回、始终、生死、刚柔、曲直、软硬……

正负、虚实、胜败、美丑、好坏、阴阳……

时间与空间、历史与未来、物质与能量、物质与信息、物质与反物质、正能量与负能量、能量与信息、地球与太阳、太阳与月亮、月亮与星星、宇宙与时空、火箭与飞船……

男人和女人、老人与孩子、教师和学生、领导与群众、工人与农民、病人与医生、官员与市民……

生存与发展、投资与回报、改革与创新、思想与现实、计划与市场……

正数与负数、实数与虚数、函数与图表、图像与方程、样本与总体、定理与公理……

这些事实告诉我们：无论在自然界、人类社会，还是在人的思维中，事物或概念都成对存在。

我们把“事物或概念都是成对存在”看作是一个科学原理，称为“成对原理”。

从上面举的例子看：成对原理中所指的“成对事物”并不要求完全如“人的两只眼睛”那样严格对称，但也有一种广义的对称含义（联系）在其中。

其实，成对原理中所指的“成对事物”更多地是指“两个有联系的事物或概念”。例如，人的眼睛与耳朵也可以“成对”，称为“耳目”；手与足也可以成对，称为“手足”，人身上还有“腹背”“肝胆”“气血”……；此外如“教学”“师生”“医药”“机电”“钢铁”“车船”“海陆”“山地”“农林”“畜牧”“牛羊”等，它们并不严格对称，却也是“成对事物”。“成对事物”在我们周围比比皆是，说到底是因为客观事物处于普遍的联系之中，而两个事物的联系则是一种最基本的联系。

从哲学角度看，成对原理无非是“对立统一规律”和“事物普遍联系规律”的另一种说法而已。但成对原理却为引出“集对”和“联系数”提供了思想基础和客观依据，为开展集对分析提供了方法指导。