



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济管理数学基础

白岩 杨淑华 孙鹏 编著

微积分习题课教程 (下册)  
(第2版)

清华大学出版社



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济管理数学基础

白岩 杨淑华 孙鹏 编著

微积分习题课教程 (下册)  
(第2版)

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，是《微积分》（上、下册）（李辉来，孙毅等编著，清华大学出版社，2005）的配套习题课教材。本书分上、下册，上册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分、定积分及其应用。下册内容包括向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、无穷级数、微分方程和差分方程。

本书下册仍按《微积分（下册）》分为6章，各章首先概括主要内容和教学要求，继之进行例题选讲、疑难问题解答，有的章节还进行了常见错误类型分析，最后给出练习题、综合练习题及其参考答案与提示。

与主教材《微积分》（上、下册）配套的除了《微积分习题课教程》（上、下册）外，还有《微积分教师用书》（习题解答）和供课堂教学使用《微积分电子教案》。

本书可作为高等学校经济、管理、金融及相关专业微积分课程的习题课教材或教学参考书。

版权所有，翻印必究。举报电话：010-62782989 13701121933

### 图书在版编目（CIP）数据

微积分习题课教程. 下册/白岩, 杨淑华, 孙鹏编著. --2版. —北京: 清华大学出版社, 2014

(经济管理数学基础)

ISBN 978-7-302-34855-9

I. ①微… II. ①白… ②杨… ③孙… III. ①微积分-高等学校-题解 IV. ①O172-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第310954号

责任编辑: 佟丽霞

封面设计: 傅瑞学

责任校对: 刘玉霞

责任印制: 刘海龙

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦A座 邮 编: 100084

社总机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈: 010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 刷 者: 三河市君旺印务有限公司

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 170mm×230mm 印 张: 14.25 字 数: 262千字

版 次: 2007年3月第1版 2014年6月第2版 印 次: 2014年6月第1次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 28.00元

## “经济管理数学基础”系列教材编委会

主 任 李辉来

副主任 孙 毅

编 委 (以姓氏笔画为序)

王国铭 白 岩 术洪亮 孙 毅

刘 静 李辉来 张旭利 张朝凤

陈殿友 杨 荣 杨淑华 郑文瑞

## “经济管理数学基础”系列教材总序

数学是研究客观世界数量关系和空间形式的科学。在过去的一个世纪中，数学理论与应用得到了极大的发展，使得数学所研究的两个重要内容，即“数量关系”和“空间形式”，具备了更丰富的内涵和更广泛的外延。数学科学在发展其严谨的逻辑性的同时，作为一门工具，在几乎所有的学科中大显身手，产生了前所未有的推动力。

在经济活动和社会活动中，随时都会产生数量关系和相互作用。数学应用的第一步就是对实际问题分析其对象内在的数量关系，这种数量关系概括地表述为一种数学结构，这种结构通常称为数学模型，建立这种数学结构的过程称为数学建模。数学模型按类型可以分为三类：第一类为确定性模型，即模型所反映的实际问题中的关系具有确定性，对象之间的联系是必然的。微积分、线性代数等是建立确定性模型的基本数学工具。第二类为随机性模型，即模型所反映的实际问题具有偶然性或随机性。概率论、数理统计和随机过程是建立随机性模型的基本数学方法。第三类为模糊性模型，即模型所反映的实际问题中的关系呈现模糊性。模糊数学理论是建立模糊性模型的基本数学手段。

高等学校经济管理类专业本科生的公共数学基础课程一般包括微积分、线性代数、概率论与数理统计三门课程，它们都是必修的重要基础理论课。通过学习，学生可以掌握这些课程的基本概念、基本理论、基本方法和基本技能，为今后学习各类后继课程和进一步扩大数学知识面奠定必要的连续量、离散量和随机量方面的数学基础。在学习过程中，通过数学知识与其经济应用的有机结合，可以培养学生抽象思维和逻辑推理的理性思维能力、综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力以及较强的自主学习能力，并逐步培养学生的探索精神和创新能力。

“经济管理数学基础”系列教材是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，包括《微积分》（上、下册）、《线性代数》、《概率论与数理统计》，以及与其配套的习题课教程。为了方便一线教师教学，该系列教材又增加了与主教材配套的电子教案和教师用书（习题解答）。该系列教材内容涵盖了教育部大学数学教学指导委员会制定的“经济管理类本科数学基础教学基本要求”，汲取了国内外同类教材的精华，特别是借鉴了近几年我国一批“面向 21 世纪课程”教材和国家“十五”规划教材的成果，同时也凝聚了作者们多年来在大学数学教

学方面积累的经验。本系列教材编写中充分考虑了公共数学基础课程的系统性，注意体现时代的特点，本着加强基础、强化应用、整体优化、注意后效的原则，力争做到科学性、系统性和可行性的统一，传授数学知识和培养数学素养的统一。注重理论联系实际，通过实例展示数学方法在经济管理领域的成功应用。把数学实验内容与习题课相结合，突出数学应用和数学建模的思想方法。借助电子和网络手段提供经济学、管理学的背景资源和应用资源，提高学生的数学人文素养，使数学思维延伸至一般思维。总之，本系列教材体现了现代数学思想与方法，建立了后续数学方法的接口，考虑了专业需求和学生动手能力的培养，并使教材的系统性和文字简洁性相统一。

在教材体系与内容编排上，认真考虑作为经济类、管理类和人文类各专业以及相关的人文社会科学专业不同学时的授课对象的需求，对数学要求较高的专业可讲授教材的全部内容，其他专业可以根据实际需要选择适当的章节讲授。

“经济管理数学基础”系列教材中主教材基本在每节后面都配备了习题，在每章后面配备了总习题，其中(A)题是体现教学基本要求的习题，(B)题是对基本内容提升、扩展以及综合运用性质的习题。书末给出了习题的参考答案，供读者参考。该系列教材中的习题课教程旨在帮助学生全面、系统、深刻地理解、消化主教材的主要内容，使学生能够巩固、加深、提高和拓宽所学知识，并综合运用所学知识分析、处理和解决经济管理及相关领域中的某些数学应用的问题。每章首先概括主要内容和教学要求，继之进行例题选讲、疑难问题解答，有的章节还列出了常见错误类型分析，最后给出练习题、综合练习题及其参考答案与提示。

自本教材问世以来，许多同行提出了许多宝贵的意见。结合我们在吉林大学的的教学实践经验，以及近年来大学数学课程教学改革成果，我们对本系列教材进行了修订、完善。本次修订的指导思想是：①突出数学理论方法的系统性和连贯性；②加强经济管理的实际应用的引入和数学建模解决方法的讲述；③文字力图简洁明了，删繁就简；④增加了实际应用例题和习题。

在本系列教材的编写过程中，吉林大学教务处、吉林大学数学学院给予了大力支持，吉林大学公共数学教学与研究中心吴晓俐女士承担了本系列教材修订的编务工作。清华大学出版社的领导和编辑们对本系列教材的编辑出版工作给予了精心的指导和大力支持。在此一并致谢。

“经济管理数学基础”系列教材编委会

2013年8月

# 前 言

经济管理数学基础《微积分习题课教程（下册）》自 2007 年 3 月出版以来，受到了同行专家和广大读者的广泛关注，对本教材提出了许多宝贵的意见。针对上述意见，结合我们在吉林大学的教学实践和教学改革以及大学数学教育发展的需要，我们对本教材进行了修订和完善。

根据本次修订的指导思想，紧密配合《微积分（第 2 版）下册》主教材，同时结合考研大纲的要求，我们充实了一些综合性较强的例题和习题。重点修订了行文体例和文字叙述，增加了实际应用例题和习题。

本书的第 1、2 章由白岩负责，第 3、4 章由孙鹏负责，第 5、6 章由杨淑华完成，全书由白岩统稿。在本教材的修订过程中，得到了吉林大学教务处、吉林大学数学学院和清华大学出版社的大力支持和帮助，吴晓俐女士承担了本教材修订的编务工作，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中的错误和不当之处，敬请读者批评指正。

编 者

2013 年 8 月

# 第1版前言

本书是“经济管理数学基础”系列教材中《微积分》(上、下册)(李辉来、孙毅等编著,清华大学出版社,2005)的配套的习题课教材,是依据经济类、管理类、人文类各专业对微积分课程的教学要求而编写的。

在主教材《微积分》(上、下册)的编写过程中,按循序渐进的原则,深入浅出.从典型的自然科学与经济分析中的实际例子出发,从直观的几何现象出发,引出微积分的基本概念,如极限、导数及积分等.再从理论上进行论证,得到一些有用的方法和结果,然后再利用它们解决更多的自然科学和经济分析中的实际问题.这样从特殊到一般,再从一般到特殊,从具体到抽象,再从抽象到具体,将微积分和经济分析的有关内容有机地结合起来,为学生将来利用数学分析的方法讨论更深入的经济问题打下良好的基础.

主教材《微积分》(上、下册)在教材体系结构及讲解方法上我们进行了必要的调整,适当淡化运算上的一些技巧,降低了一元函数的极限与连续的理论要求,从简处理了一些公式的推导和一些定理的证明.在保证教学要求的同时,让教师比较容易组织教学,学生比较容易理解接受,并且使学生在知识、能力、素质方面有较大的提高.书中将数学素质培养有机地融合于知识讲解中,突出数学思想的介绍,突出数学方法的应用.本书拓广了经济应用实例的范围,让学生更多地了解应用数学的知识、数学方法解决经济管理类问题的实例,增加他们的应用意识和能力.

本书密切配合主教材《微积分》(上、下册),内容充实,题型全面.每章首先概括主要内容和教学要求;继之进行例题选讲、疑难问题解答,有的章节还进行了常见错误类型分析,最后给出练习题、综合练习题及其参考答案与提示.本书体现了现代数学思想与方法,总结学习规律,解决疑难问题,提示注意事项,特别注重培养学生分析问题、解决问题的能力.

本书下册内容包括向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、无穷级数、微分方程和差分方程共6章,其中第1、2章由白岩编写,第3、4章由赵建华编写,第5、6章由杨淑华编写,全书由白岩统稿.青年教师孙鹏、侯影、朱本喜、卢秀双及研究生李健完成了本书的录入、排版、制图工作.

由于水平有限,书中的错误和不妥之处恳请广大读者批评指正,以期不断完善.

编者

2006年8月





## 清华大学出版社 教学资源支持

尊敬的老师：您好！

为了您更好地开展教学工作，提高教学质量，我们将通过两种方式为您提供与教材配套的教学资源。

方式一：请您登录清华大学出版社教师服务网：  
<http://www.wqbook.com/teacher> 清华大学教师服务网是隶属于清华大学出版社数字出版网“文泉书局”的频道之一，将为各位老师提供高效便捷的免费索取样书、电子课件、申报教材选题意向、清华社各学科教材展示、试读等服务。

方式二：请您完整填写如下教辅申请表，加盖公章后传真给我们，我们将会为您提供与教材配套的教学资源。

主教材名						
作者			ISBN			
申请教辅资料						
申请使用单位	(学校)		(院系)			
			(课程名称)			
	(学期)采用本教材		册			
主讲教师	姓名			电话		
	通信地址				邮编	
	e-mail			微信/QQ		
声明	保证本材料只用于我校相关课程教学，不用本材料进行商业活动					
您对本书的意见			系/院主任：_____ (签字)			
			(系 / 院办公室章)			
			____年__月__日			

编辑联系方式：100084 北京市海淀区双清路学研大厦

清华大学出版社理工分社 佟丽霞

电话：010-62770175-4156 邮箱：tonglx@tup.tsinghua.edu.cn

# 目 录

<b>第 1 章 向量代数与空间解析几何</b> .....	1
1.1 向量代数 .....	1
一、主要内容 .....	1
二、教学要求 .....	1
三、例题选讲 .....	1
四、疑难问题解答 .....	5
练习 1.1 .....	6
练习 1.1 参考答案与提示 .....	6
1.2 平面与直线 .....	7
一、主要内容 .....	7
二、教学要求 .....	7
三、例题选讲 .....	7
练习 1.2 .....	13
练习 1.2 参考答案与提示 .....	14
1.3 曲面与曲线 .....	15
一、主要内容 .....	15
二、教学要求 .....	15
三、例题选讲 .....	15
四、疑难问题解答 .....	18
练习 1.3 .....	19
练习 1.3 参考答案与提示 .....	20
综合练习 1 .....	21
综合练习 1 参考答案与提示 .....	23
<b>第 2 章 多元函数微分学</b> .....	24
2.1 多元函数的极限与连续性 .....	24
一、主要内容 .....	24
二、教学要求 .....	24
三、例题选讲 .....	24
四、疑难问题解答 .....	27

练习 2.1 .....	28
练习 2.1 参考答案与提示 .....	28
2.2 偏导数、全微分、多元复合函数与隐函数微分法 .....	28
一、主要内容 .....	28
二、教学要求 .....	29
三、例题选讲 .....	30
四、疑难问题解答 .....	43
练习 2.2 .....	45
练习 2.2 参考答案与提示 .....	46
2.3 高阶偏导数 多元函数的极值 .....	47
一、主要内容 .....	47
二、教学要求 .....	47
三、例题选讲 .....	48
练习 2.3 .....	59
练习 2.3 参考答案与提示 .....	60
综合练习 2 .....	61
综合练习 2 参考答案与提示 .....	62
<b>第 3 章 重积分</b> .....	<b>64</b>
3.1 二重积分 .....	64
一、主要内容 .....	64
二、教学要求 .....	64
三、例题选讲 .....	65
四、疑难问题解答 .....	77
五、常见错误类型分析 .....	82
练习 3.1 .....	85
练习 3.1 参考答案与提示 .....	86
3.2 三重积分 .....	88
一、主要内容 .....	88
二、教学要求 .....	88
三、例题选讲 .....	89
四、疑难问题解答 .....	97
五、常见错误类型分析 .....	99

---

练习 3.2	101
练习 3.2 参考答案与提示	103
综合练习 3	104
综合练习 3 参考答案与提示	105
<b>第 4 章 无穷级数</b>	<b>107</b>
4.1 数项级数	107
一、主要内容	107
二、教学要求	107
三、例题选讲	109
四、疑难问题解答	120
五、常见错误类型分析	123
练习 4.1	124
练习 4.1 参考答案与提示	125
4.2 幂级数	127
一、主要内容	127
二、教学要求	127
三、例题选讲	128
四、疑难问题解答	138
五、常见错误类型分析	140
练习 4.2	141
练习 4.2 参考答案与提示	142
综合练习 4	145
综合练习 4 参考答案与提示	146
<b>第 5 章 微分方程</b>	<b>148</b>
5.1 微分方程的基本概念、一阶微分方程	148
一、主要内容	148
二、教学要求	148
三、例题选讲	148
四、疑难问题解答	165
五、常见错误类型分析	166
练习 5.1	167
练习 5.1 参考答案与提示	169

---

5.2 高阶微分方程	169
一、主要内容	169
二、教学要求	170
三、例题选讲	170
四、疑难问题解答	192
五、常见错误类型分析	193
练习 5.2	194
练习 5.2 参考答案与提示	196
综合练习 5	197
综合练习 5 参考答案与提示	199
<b>第 6 章 差分方程</b>	<b>201</b>
一、主要内容	201
二、教学要求	201
三、例题选讲	201
四、疑难问题解答	207
五、常见错误类型分析	208
练习 6	209
练习 6 参考答案与提示	210
综合练习 6	211
综合练习 6 参考答案与提示	211
<b>参考文献</b>	<b>213</b>

# 第 1 章 向量代数与空间解析几何

## 1.1 向量代数

### 一、主要内容

空间直角坐标系, 向量的概念, 向量的运算, 向量的积.

### 二、教学要求

1. 理解空间直角坐标系的概念, 理解向量的概念及其表示;
2. 掌握向量的运算 (线性运算、数量积、向量积), 了解两个向量垂直、平行的条件;
3. 理解单位向量、方向角与方向余弦, 向量的坐标表示式, 掌握用坐标表示式进行向量运算的方法;
4. 掌握向量的数量积、向量积的运算, 了解混合积.

### 三、例题选讲

**例 1.1** 在  $x$  轴上求出一点  $M$ , 使它与点  $M_1(4, 1, 2)$  的距离为  $\sqrt{30}$ .

**解** 设在  $x$  轴上所求点  $M$  的坐标为  $(x, 0, 0)$ , 下面求出  $x$ .

由条件  $|M_1M| = \sqrt{30}$ , 即

$$\sqrt{(x-4)^2 + (0-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{30},$$

$$(x-4)^2 = 25,$$

得

$$x = 9 \quad \text{或} \quad x = -1.$$

故所求点  $M$  为  $(9, 0, 0)$  或  $(-1, 0, 0)$ .

**例 1.2** 已知向量  $\mathbf{a} = (4, -4, 7)$ , 其终点坐标为  $(2, -1, 7)$ , 求向量  $\mathbf{a}$  的始点坐标及模  $|\mathbf{a}|$ .

**解** 设向量  $\mathbf{a}$  的始点坐标为  $(x, y, z)$ , 因为向量的坐标是其终点坐标与始点坐标之差, 所以有

$$2 - x = 4, \quad -1 - y = -4, \quad 7 - z = 7,$$

由此解得

$$x = -2, \quad y = 3, \quad z = 0.$$

而

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 7^2} = \sqrt{81} = 9.$$

故向量  $\mathbf{a}$  的始点坐标为  $(-2, 3, 0)$ ,  $|\mathbf{a}| = 9$ .

**例 1.3** 向量  $\mathbf{a}$  与  $x$  轴的负向及  $y$  轴、 $z$  轴的正向构成相等的锐角, 求向量  $\mathbf{a}$  的方向余弦.

**解** 依题意知

$$\alpha = \pi - \theta, \quad \beta = \theta, \quad \gamma = \theta \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right),$$

因为  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ , 即

$$\cos^2(\pi - \theta) + \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 1,$$

所以

$$3 \cos^2 \theta = 1 \quad \text{或} \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\cos \gamma = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**例 1.4** 模长为 2 的向量  $\mathbf{a}$  与  $x$  轴的夹角是  $\frac{\pi}{4}$ , 与  $y$  轴的夹角是  $\frac{\pi}{3}$ , 求向量  $\mathbf{a}$  的坐标.

**解** 设向量  $\mathbf{a}$  与  $z$  轴的夹角是  $\gamma$ , 则

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \gamma = 1,$$

即

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cos^2 \gamma = 1.$$

由此解得

$$\cos \gamma = \pm \frac{1}{2}.$$

因为

$$e_a = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) = \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \right),$$

而  $a = |a|e_a$ , 所以

$$a = 2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2} \right) = (\sqrt{2}, 1, \pm 1).$$

**例 1.5** 已知  $|a| = 2, |b| = \sqrt{2}$ , 且  $a \cdot b = 2$ , 求  $|a \times b|$ .

**解** 因为  $a \cdot b = |a||b|\cos(\widehat{a, b})$ ,  $|a \times b| = |a||b|\sin(\widehat{a, b})$ , 所以  $|a \times b|^2 + (a \cdot b)^2 = |a|^2|b|^2$ , 即

$$|a \times b|^2 = 8 - 4 = 4, \quad |a \times b| = 2 \quad (\text{由 } |a \times b| \geq 0, \text{ 故舍去 } -2).$$

或由给定条件知

$$\cos(\widehat{a, b}) = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

所以  $(\widehat{a, b}) = \frac{\pi}{4}$ , 于是

$$|a \times b| = |a||b|\sin(\widehat{a, b}) = 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2.$$

**例 1.6** 设  $|a| = 2, |b| = 5, (\widehat{a, b}) = \frac{2}{3}\pi$ , 若向量  $m = \lambda a + 17b$  与向量  $n = 3a - b$  互相垂直, 求常数  $\lambda$ .

**分析** 两个向量互相垂直的充分必要条件是其数量积为零, 由此入手求出常数  $\lambda$ .

**解**

$$\begin{aligned} 0 &= m \cdot n = (\lambda a + 17b) \cdot (3a - b) \\ &= 3\lambda a^2 + (51 - \lambda) a \cdot b - 17b^2 \\ &= 12\lambda + (51 - \lambda) a \cdot b - 425 \\ &= 12\lambda + (51 - \lambda) \times 2 \times 5 \times \cos \frac{2}{3}\pi - 425 \\ &= 17\lambda - 680. \end{aligned}$$

即  $\lambda = 40$ .

**例 1.7** 设  $a, b, c$  均为单位向量, 且有  $a + b + c = 0$ , 求  $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ .

**分析** 利用数量积的运算律和单位向量的概念求解.



解 因为

$$\begin{aligned} 0 &= (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) \\ &= \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 + \mathbf{c}^2 + 2(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}) \\ &= 3 + 2(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a}), \end{aligned}$$

所以

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} = -\frac{3}{2}.$$

例 1.8 求垂直于向量  $\mathbf{a} = (2, 2, 1)$  和  $\mathbf{b} = (4, 5, 3)$  的单位向量  $\mathbf{e}_c$ .

解 因为向量  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  同时垂直于  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$ . 所以所求的单位向量  $\mathbf{e}_c$  必与向量  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  共线. 而

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k},$$

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3,$$

于是, 所求的单位向量  $\mathbf{e}_c$  为

$$\mathbf{e}_c = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|} = \frac{1}{3}\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{2}{3}\mathbf{k},$$

或  $-\frac{1}{3}\mathbf{i} + \frac{2}{3}\mathbf{j} - \frac{2}{3}\mathbf{k}$  也是所求的单位向量.

例 1.9 已知向量  $\mathbf{x}$  垂直于向量  $\mathbf{a} = (2, -3, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -2, 3)$ , 且与向量  $\mathbf{c} = (1, 2, -7)$  的数量积为 10, 求向量  $\mathbf{x}$ .

分析 利用  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$  即可.

解 设  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ , 则依题意得

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0, \\ x - 2y + 3z = 0, \\ x + 2y - 7z = 10. \end{cases}$$

由上面方程组解得

$$x = 7, \quad y = 5, \quad z = 1,$$

故所求向量为  $\mathbf{x} = (7, 5, 1)$ .