

忆阻电路导论

包伯成 著



科学出版社

忆阻电路导论

包伯成 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书主要介绍忆阻电路的基本概念、建模分析与仿真实验,内容包括:忆阻元件与忆阻电路概述,忆阻电路的时域分析、频域分析与动力学分析,忆阻电路降维建模,记忆元件与记忆系统,荷控忆阻等效分析和忆阻电路映射等效分析等。

本书是作者四年来部分研究成果的总结和提炼,选择了一些浅显易懂的内容,侧重忆阻基本概念和忆阻电路基本分析,可读性较强,可作为高等院校电子信息工程等相关专业的本科生和研究生的教材,也可作为从事相关领域研究的科研技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

忆阻电路导论/包伯成著. —北京:科学出版社, 2014.5

ISBN 978-7-03-040547-0

I. ①忆… II. ①包… III. ①电阻电路 IV. ①TM13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第091592号

策划编辑:陈 静 / 责任编辑:陈 静 邢宝钦 / 责任校对:朱光兰

责任印制:张 倩 / 封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

安泰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014年5月第 一 版 开本:720×1 000 1/16

2014年5月第一次印刷 印张:10 1/4

字数:204 000

定价:45.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

作者简介



包伯成，常州大学信息科学与工程学院教授、博士、硕士生导师；有近 20 年的企业工作经验，长期从事电子通信类产品开发、工程设计与服务等工作；2008 年 6 月进入高等院校以来，从事高等院校课程教学与科研工作，主要研究方向为非线性电路与系统、电力电子控制技术和混沌信息动力学系统；主持国家火炬计划项目、国家自然科学基金面上项目、国家科技型中小企业技术创新基金项目、江苏省自然科学基金项目等十余项；获江苏省科学技术进步奖三等奖 2 项，常州市科技进步奖二等奖 2 项，国家发明专利 5 项，出版学术专著 1 部，主编本科教材 1 部，发表教学与科研论文百余篇，其中 SCI 检索论文 50 余篇。

前 言

根据电路基本变量组合完备性原理,加州大学伯克利分校蔡少棠教授于 1971 年从理论上预测了描述电荷和磁通关系元件的存在性,并定义这类元件为记忆电阻器(memristor, 简称忆阻器)。由于在现实中没有发现这类器件,长期以来关于忆阻及其电路的研究并没有引起科学界和工程界的重视。2008 年惠普公司实验室的 Strukov 等在《自然》上首次报道了忆阻器的实现性,研究成果震惊了国际电工电子技术世界,极大地唤起了人们对开展忆阻器全方位研究的兴趣。

在电路理论中,电路和元件特性是由电流、电压、电荷和磁通四个基本变量来描述的。由于描述电荷和磁通关系的元件——忆阻的物理可实现性,使得基础电路元件增添了新的成员,构成了电阻、电容、电感和忆阻四个基本组成元件。忆阻为电路设计及其应用提供了全新的发展空间,极大地推动了电路理论新体系的建立和完善。忆阻电路(memristor circuit)作为忆阻应用的一种形式或载体,也得到了计算机科学、电子信息、自动化、通信工程、生物医学等学科的密切关注,忆阻及其电路的研究将会成为越来越热门的研究方向。本书内容有助于读者对忆阻与忆阻电路有一个相对完整的了解,并对忆阻电路的学习和研究有一定的引导和启发作用。

全书共分 9 章和 1 个附录,主要涉及忆阻与忆阻电路概述、忆阻电路建模分析与仿真实验等内容。

第 1 章简单介绍了基本电路元件、理想忆阻的定义及其伏安关系。把各种忆阻模型分为物理器件模型和数学理论模型两大类,阐述了 HP TiO_2 线性杂质迁移忆阻模型、HP TiO_2 非线性窗函数忆阻模型、分段线性忆阻模型和二次、三次非线性磁控忆阻模型等几种简单模型。进一步地以 HP TiO_2 忆阻的基本模型为例,着重讨论了忆阻元件的三个本质特征。

第 2 章按电路特点和实现功能,把文献提出的各种忆阻电路归纳为忆阻等效电路、基础忆阻电路和忆阻应用电路三类。其中,忆阻应用电路涉及的种类很多,又可分为忆阻混沌电路、忆阻桥突触电路和类正弦忆阻振荡器等。按此分类,概述了忆阻电路的研究现状,并讨论了几个典型忆阻电路的拓扑结构、分析方法和主要结果。

第 3 章分析了三次非线性磁控忆阻的紧磁滞回线特征,并研究了由该忆阻分别与电容和电感所构成的两个并联忆阻电路(并联 MC 电路和并联 ML 电路)的端口伏安关系。基于三次非线性磁控忆阻模型的等效电路,开展了并联 MC 电路和并联 ML 电路的电路仿真和实验测量。

第 4 章以分段二次非线性函数描述的有源磁控忆阻为例,分析了有源忆阻的

伏安关系,研究了有源忆阻与电容串联电路(简称有源 WC 电路)的频率响应特性,并与有源 RC 电路进行了比较分析。

第 5 章首先采用二次非线性有源磁控忆阻替换蔡氏电路中的蔡氏二极管,导出了一个四阶忆阻混沌电路。进行了电路制作和实验观察,从物理电路中得到了忆阻电路的混沌吸引子。开展了忆阻混沌电路的稳定性分析和依赖于忆阻初始状态和电路参数的动力学分析。然后,基于蔡氏电路设计了一个含有两个忆阻的五阶混沌电路,建立了它的无量纲数学模型。进行了该电路平衡集的稳定性分析,得到了稳定的和不稳定的区域分布,并研讨了该电路依赖于忆阻初始状态的复杂动力学行为。

第 6 章通过蔡氏忆阻电路的数学建模分析,提出忆阻电路动力学建模的降维问题。以两个忆阻的混沌电路为例,进行忆阻电路的降维建模,建立一个三维系统模型。基于该模型分析平衡点与稳定性,研究参数变化时忆阻电路的动力学特性。进一步对两个忆阻的混沌电路常规模型和降维模型的分析结果进行比较。

第 7 章把记忆元件或记忆系统的概念拓展到具有记忆效应的任意器件或系统中。根据记忆元件的一般定义,提出了一种新的记忆元件模型并研究了它的特性。基于该记忆元件,构建了一个简单的混沌记忆系统并揭示了它的复杂动力学特性。进一步开展电路实验观察和 PSIM 电路仿真验证。

第 8 章根据 $q-\phi$ 关系式的泰勒级数形式构建了荷控忆阻等效电路分析模型,以三次非线性荷控忆阻模型为例,对不同参数条件下的荷控忆阻进行伏安关系、有源性与无源性等电路特性的理论分析。制作了荷控忆阻特性分析等效电路的实验电路,并进行了实验测量。

第 9 章提出一种忆阻电路的映射等效分析方法,它可通过一个具有相同拓扑和电路参数的非线性动力学电路来等效分析和实现一个忆阻动力学电路。以忆阻混沌电路和相应的带有两个输出微分器的蔡氏混沌电路为例,进行该方法的阐述。利用蔡氏混沌电路,开展忆阻混沌电路的等效动力学分析和实现。结果说明,忆阻混沌电路的输出与蔡氏混沌电路相应的输出具有一致的动力学特性。

附录针对忆阻元件提出了一个有关电路理论方面的争论性问题。根据最近文献提出的磁通和电荷是一对互补的、生成基础电路元件的基本物理量的概念,重构了两个电路定律,建立了三个基本元件的韦库关系,并通过新建一个忆阻振荡器的动力学方程,展开了忆阻是否为动态元件的讨论。

书中内容主要源自国家自然科学基金项目(51277017)和江苏省科技计划(自然科学基金)项目(BK20120583)的创新成果,是作者四年来部分科研成果的积累与总结。作者在从事研究和本书的写作过程中得到了许多同行的支持和帮助,特别是其中的许多成果是作者与合作者共同完成的,在此表示衷心感谢。

由于作者水平和参阅资料有限,书中难免有不妥之处,恳请专家和读者批评指正!

作 者

2014 年 2 月

目 录

前言

第 1 章 忆阻元件概述	1
1.1 引言	1
1.1.1 基本电路元件	2
1.1.2 理想忆阻的定义	3
1.1.3 忆阻伏安关系	4
1.2 忆阻模型	5
1.2.1 物理器件模型	5
1.2.2 数学理论模型	8
1.3 忆阻的特征	11
1.3.1 忆阻的一般定义	11
1.3.2 忆阻的本质特征	12
1.3.3 磁滞回线横截性	16
1.4 忆阻模型特征比较	17
第 2 章 忆阻电路概述	21
2.1 引言	21
2.2 忆阻等效电路	22
2.2.1 忆阻模型电路	22
2.2.2 广义忆阻电路	25
2.2.3 等效模拟电路	26
2.3 基础忆阻电路	29
2.3.1 复合忆阻电路	30
2.3.2 简单忆阻电路	32
2.4 忆阻应用电路	32
2.4.1 忆阻混沌电路	32
2.4.2 忆阻桥突触电路	35
2.4.3 类正弦忆阻振荡器	37
2.5 小结	40

第 3 章 忆阻电路时域分析	41
3.1 引言	41
3.2 三次非线性磁控忆阻	41
3.2.1 磁控忆阻模型	42
3.2.2 正弦激励分析	43
3.2.3 磁控忆阻特征	44
3.3 并联忆阻电路时域分析	45
3.3.1 并联 MC 电路分析	45
3.3.2 并联 ML 电路分析	47
3.4 并联忆阻电路仿真与实验	48
3.4.1 磁控忆阻等效电路	48
3.4.2 并联 MC 电路验证	50
3.4.3 并联 ML 电路验证	51
3.5 小结	53
第 4 章 忆阻电路频域分析	54
4.1 引言	54
4.2 二次非线性有源磁控忆阻	54
4.2.1 有源磁控忆阻模型	55
4.2.2 有源磁控忆阻特征	56
4.2.3 有源磁控忆阻等效电路	58
4.2.4 有源磁控忆阻电路仿真	59
4.3 串联忆阻电路频域分析	60
4.3.1 忆阻电路频率特性	61
4.3.2 忆阻电路频率响应曲线	63
4.3.3 等效电路仿真验证	64
4.4 小结	65
第 5 章 忆阻电路动力学分析	66
5.1 引言	66
5.2 四阶忆阻混沌电路	67
5.2.1 模型与混沌吸引子	67
5.2.2 平衡集与稳定性	70
5.2.3 依赖于初始状态的动力学	71

5.2.4 依赖于电路参数的动力学	72
5.3 两个忆阻的混沌电路	73
5.3.1 模型与混沌吸引子	74
5.3.2 平衡集与稳定性	76
5.3.3 复杂非线性现象分析	78
第 6 章 忆阻电路降维建模	81
6.1 引言	81
6.2 忆阻电路建模问题	82
6.2.1 蔡氏忆阻电路	82
6.2.2 蔡氏忆阻电路常规建模	83
6.2.3 蔡氏忆阻电路降维建模	84
6.3 忆阻电路降维建模	85
6.3.1 两个忆阻的混沌电路	85
6.3.2 动力学降维建模	86
6.3.3 降维模型的混沌吸引子	88
6.4 降维模型的动力学特性	89
6.4.1 平衡点与稳定性	89
6.4.2 分岔分析	90
6.5 两种模型的特性比较	93
6.5.1 平衡点与稳定性比较	93
6.5.2 动力学特性比较	94
6.6 小结	96
第 7 章 记忆元件与记忆系统	97
7.1 引言	97
7.2 记忆元件建模	98
7.2.1 记忆元件定义	98
7.2.2 紧磁滞回线	99
7.3 混沌记忆系统	100
7.3.1 数学模型和混沌吸引子	100
7.3.2 平衡集与稳定性	101
7.4 混沌记忆系统复杂动力学	103
7.4.1 依赖于记忆元件初始状态	103
7.4.2 复杂瞬态转移现象	104

7.5	实验和 PSIM 仿真验证	107
7.5.1	记忆元件实验测量	107
7.5.2	混沌记忆系统实验测量	108
7.5.3	依赖于初始状态的 PSIM 仿真	109
7.6	小结	111
第 8 章	荷控忆阻等效分析	112
8.1	引言	112
8.2	荷控忆阻等效模型	113
8.3	荷控忆阻特性分析	114
8.3.1	无源荷控忆阻分析	114
8.3.2	有源荷控忆阻分析	117
8.4	等效电路与实验验证	119
8.4.1	等效分析电路	119
8.4.2	实验验证	121
8.5	小结	123
第 9 章	忆阻电路映射等效分析	124
9.1	引言	124
9.2	映射等效法	125
9.2.1	非线性伏安电路模型	125
9.2.2	非线性韦库电路模型	126
9.2.3	映射等效法	127
9.3	忆阻混沌电路等效分析	128
9.3.1	忆阻混沌电路动力学分析	128
9.3.2	采用蔡氏混沌电路等效分析	130
9.3.3	两个混沌电路的动力学说明	131
9.4	忆阻混沌电路等效实现	133
9.4.1	统一等效电路设计	133
9.4.2	电路实验观察	134
9.5	小结	135
附录	忆阻是动态元件吗?	136
A.1	引言	136
A.2	两个电路定律	137

A.3 基础元件韦库关系.....	138
A.4 忆阻电路的动力学方程.....	138
A.5 结论.....	140
参考文献.....	143
中英文名词对照表.....	148

第 1 章 忆阻元件概述

本章简单介绍了基本电路元件、理想忆阻的定义及其伏安关系。把各种忆阻模型(model)分为物理器件模型和数学理论模型两大类,阐述了 HP TiO₂ 线性杂质迁移忆阻模型、HP TiO₂ 非线性窗函数忆阻模型、分段线性忆阻模型和二次、三次非线性磁控忆阻(flux-controlled memristor)模型等几种简单模型。进一步地,以 HP TiO₂ 忆阻的基本模型为例,着重讨论了忆阻元件的本质特征,并且对 HP TiO₂ 忆阻基本模型和非线性窗函数模型的特征进行比较。紧磁滞回线是忆阻的最基本特征,忆阻的本质特征是判断一个物理器件是否为忆阻器或广义忆阻器的有效依据。

1.1 引言

忆阻(memristor)是描述电荷(charge)和磁通(magnetic flux)关系的实现电路的基本组成元件。根据电路基本变量组合完备性原理,1971 年蔡少棠从理论上预测了忆阻元件的存在性^[1],并在后续论文中进一步阐述了忆阻的基本特性、合成原理及其应用^[2]。2008 年惠普(HP)公司实验室的 Strukov 等在《自然》上首次报道了忆阻器的实现性^[3],研究成果震惊了国际电工电子技术世界。紧接着美国加州大学的 Pershin 和 Di Ventra 两位学者在半导体自旋电子器件中发现了自旋记忆效应(memory effect),提出了自旋电子忆阻性器件^[4];希捷公司的王小斌和陈怡然等阐述了三种可能的磁性忆阻器例子,发明了一种全新的基于电子磁性特性的电子自旋忆阻器^[5]。忆阻器可实现性成果的进一步出现,在全球各个领域内掀起了学者对忆阻及其系统的研究狂潮,短短几年内取得了十分丰硕的研究成果。

忆阻具有其他三种基本电路元件的任意组合都不能复制的特性,它是一种有记忆功能的非线性电阻(nonlinear resistor),可以记忆流经它的电荷数量,也可以通过控制电流(current)的变化改变其阻值,而且这种变化在断电时还能继续保持,这就使得忆阻成为天然的非挥发性存储器。忆阻的出现将使集成电路元件变得更小,计算机可以即开即关,而且拥有可以模拟复杂的人脑神经功能的超级能力。因此,忆阻的记忆特性将对计算机科学^[6]、生物工程学^[7]、神经网络^[8]、电子工程^[9]、通信工程^[10]等产生极其深远的影响;同时忆阻元件的存在,使基础电路元件由电阻(resistor)、电容(capacitor)和电感(inductor)增加到了四个,忆阻为电路设计与电路应用提供了全新的发展空间。

1.1.1 基本电路元件

早在 20 世纪 70 年代初, 蔡少棠就预测出存在第四种基本电路元件 (circuit element)。蔡少棠在研究电流、电压 (voltage)、电荷和磁通之间的关系时, 推断出除了电阻、电容和电感, 应该还存在一种新的电路元件 (即忆阻), 表示磁通量与电荷量之间的数学关系。

蔡少棠从电路变量 (circuit variable) 对称性和电磁场特性推断出忆阻的存在性, 为后续的忆阻发展提供了理论基础。如图 1.1 所示, 电路理论中有四个基本变量: 电流 i 、电压 v 、电荷 q 和磁通 φ , 它们中每两个变量之间的关系共有六种。

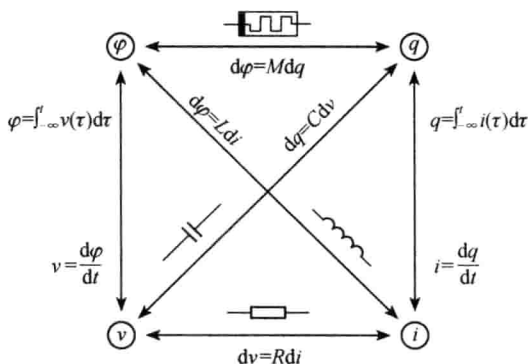


图 1.1 电路基本变量与四个基本元件

根据电流的定义式和法拉第电磁感应定律, 电流 i 与电荷 q 、电压 v 与磁通 φ 存在如下关系, 即

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau \quad (1.1)$$

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau \quad (1.2)$$

式 (1.1) 和式 (1.2) 分别表示电荷是电流关于时间的积分, 磁通是电压关于时间的积分。剩下的三种关系是基本电路元件 (电阻、电容、电感) 的定义式, 即

$$dv = R di \quad (1.3)$$

$$dq = C dv \quad (1.4)$$

$$d\varphi = L di \quad (1.5)$$

蔡少棠从基本变量组合的完备性出发推断出理论上存在一种数学关系, 它是由电荷与磁通之间的关系来表征的。蔡少棠对这种关系进行了定义, 如

$$d\varphi = M dq \quad (1.6)$$

式 (1.6) 对应于物理上的一种电路元件即忆阻器, 其中 M 称为忆阻 (memristance)。忆阻也可表示成另一种关系式, 如

$$dq = Wd\varphi \quad (1.7)$$

式中, W 为忆阻的忆导(memductance)。

因此, 根据基本元件的定义, 电路的四个基本变量与四个基本二端元件之间存在的本构关系(constitutive relation)可归纳为

(1) 电阻元件

$$f(u, i) = 0$$

(2) 电容元件

$$f(q, u) = 0$$

(3) 电感元件

$$f(\varphi, i) = 0$$

(4) 忆阻元件

$$f(\varphi, q) = 0$$

四个基本元件如图 1.1 所示。

1.1.2 理想忆阻的定义

忆阻元件是从实际忆阻器抽象出来的电路模型, 可以记忆流经它的电荷数量。忆阻元件是一种有记忆功能的非线性基本电路元件。由于忆阻元件具有的非线性特性消失后, 它将退化为一个线性电阻元件, 所以忆阻元件也称为广义电阻元件。

忆阻元件是一个基本的无源二端电路元件, 分成荷控型(或流控型)和磁控型(或压控型)两种^[1,11]。

忆阻元件的定义为: 如果一个二端元件, 在任一时刻的磁通量 $\varphi(t)$ 和电荷量 $q(t)$ 之间存在代数关系

$$f(\varphi, q) = 0 \quad (1.8)$$

即这一关系可以由 φ - q 或 q - φ 平面上的一条曲线所确定, 则此二端元件称为忆阻元件。

当式(1.8)由电荷的单值函数(single-valued function)表示时, 称为电荷控制型忆阻元件(简称为荷控忆阻元件或荷控忆阻, 也称为流控忆阻); 相应地, 当式(1.8)由磁通的单值函数表示时, 称为磁通控制型忆阻元件(简称为磁控忆阻元件或磁通忆阻, 也称为压控忆阻)。荷控忆阻(charge-controlled memristor)元件和磁控忆阻元件的符号分别如图 1.2(a)和图 1.2(b)所示, 它们的特性曲线(characteristic curve)是一条通过原点的非线性曲线, 分别如图 1.3(a)和图 1.3(b)所示。



图 1.2 忆阻元件的符号

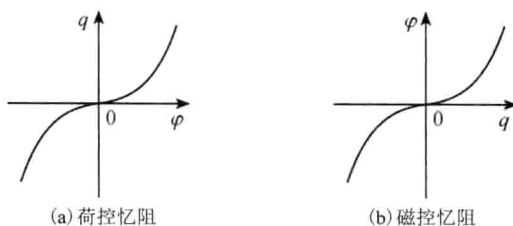


图 1.3 忆阻元件的特性曲线

图 1.2 (a) 中的荷控忆阻元件可以用图 1.3 (a) 中 q - φ 平面上一条通过原点的特性曲线 $\varphi = \varphi(q)$ 来描述, 其特性曲线的斜率即磁通量按电荷的改变率

$$M(q) = \frac{d\varphi(q)}{dq} \quad (1.9)$$

称为忆阻。 $M(q)$ 是关于 $q(t)$ 的非线性函数 (nonlinear function), 具有与电阻 (值) 一样的量纲, 其单位是欧[姆](Ω)。

图 1.2 (b) 中的磁控忆阻元件可以用图 1.3 (b) 中 φ - q 平面上一条通过原点的特性曲线 $q = q(\varphi)$ 来描述, 其特性曲线的斜率即电荷量按磁通的改变率

$$W(\varphi) = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi} \quad (1.10)$$

称为忆导。 $W(\varphi)$ 是关于 $\varphi(t)$ 的非线性函数, 具有与电导 (值) 一样的量纲, 其单位是西[门子](S)。

1.1.3 忆阻伏安关系

假设忆阻元件上的电压 $v(t)$ 与电流 $i(t)$ 采用关联参考方向 (reference direction), 则对于图 1.2 (a) 中的荷控忆阻元件, 流过它的电流 $i(t)$ 和它两端的电压 $v(t)$ 之间的伏安关系 (Voltage-Current Relation, VCR) 可以描述为

$$v(t) = M(q)i(t) \quad (1.11)$$

对于图 1.2 (b) 中的磁控忆阻元件, 流过它的电流和它两端的电压之间的伏安关系可以描述为

$$i(t) = W(\varphi)v(t) \quad (1.12)$$

若 $v(t)$ 与 $i(t)$ 为非关联参考方向, 则式 (1.11) 和式 (1.12) 的右侧应加以负号。式 (1.11) 和式 (1.12) 也分别称其为荷控忆阻和磁控忆阻的本构关系。

式 (1.11) 中的内部状态变量 (state variable) 是电荷 $q(t)$, 它是电流 $i(t)$ 的积分。典型荷控忆阻伏安关系曲线如图 1.4 (a) 所示。式 (1.12) 中的内部状态变量是磁通 $\varphi(t)$, 它是电压 $v(t)$ 的积分。典型磁控忆阻伏安关系曲线如图 1.4 (b) 所示。

从图 1.4 中可以看出, 忆阻元件的伏安关系具有典型的斜体 “8” 字型的紧磁滞回线 (pinched hysteresis loop) 特性, 除了原点, 荷控忆阻元件的 $v(t)$ 是 $i(t)$ 的双值

函数(double-valued function)，而磁控忆阻元件的 $i(t)$ 是 $v(t)$ 的双值函数。

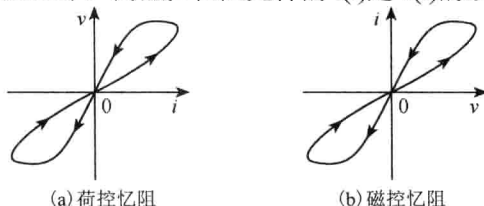


图 1.4 忆阻元件的伏安关系

以磁控忆阻说明忆阻的无源性和有源性。上述磁控忆阻所消耗的即时功率(power)为

$$p(t) = W(\varphi) v(t)^2 \geq 0 \quad (1.13)$$

从时刻 t_0 至 t ，对所有 $t \geq t_0$ ，流入此忆阻的能量(energy)满足

$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\tau) d\tau \geq 0 \quad (1.14)$$

若图 1.3 (b) 中磁控忆阻的特性曲线是单调上升的，其磁通 φ 是电荷 q 的单值函数，则此元件是无源的，称为无源忆阻元件。若图 1.3 (b) 中磁控忆阻元件的特性曲线是非单调上升的，其忆导在电荷 q 的变化区间有可能变成负值，则此元件是有源的，称为有源忆阻(active memristor)元件。

1.2 忆阻模型

在自然界和人类社会的各种物理系统中，普遍存在记忆效应^[12]。具有记忆效应的物理器件或系统可视为一种忆阻或广义忆阻。忆阻模型种类很多，大致可分为两大类：物理器件模型和数学理论模型。下面将按此分类简述几种常见的简单忆阻模型，并分别给出它们的数学关系式。

1.2.1 物理器件模型

自惠普实验室成功制作出基于金属和金属氧化物的纳米尺度的忆阻器之后，有关基于不同材料制成的具有不同特性的忆阻器件的研究成果相继得到了报道，例如，基于电子磁性特性的电子自旋忆阻器^[5]、具有亚纳秒开关特性的氧化钽忆阻器^[13]、铁电忆阻器^[14]、铁电隧道忆阻器^[15]和发光忆阻器^[16]等。在这些忆阻器件中有些难以给出具体的数学关系式或者忆阻模型数学描述过于复杂，致使这类忆阻的物理器件模型进一步研究成果较少。除此之外，文献[11]、[17]也对以往报道的具有记忆效应的一些物理器件或系统模型进行了特性分析，例如，流控放电管模型、热敏电阻模型和钨丝灯模型等，这些物理器件模型在周期信号激励下也具有忆阻的特征。

在所有物理器件模型中,研究最为广泛的是 HP TiO₂ 线性杂质漂移忆阻模型^[3,17,18]和 HP TiO₂ 非线性窗函数忆阻模型^[19-23]。

图 1.5 所示为惠普实验室给出的纳米级忆阻的基本模型^[3]。该元件是由未掺杂部分 (undoped) 与掺杂部分 (doped) 组成的,两部分电阻分别对应于 R_{OFF} 和 R_{ON} , D 为忆阻元件的长度, $w(t)$ 表示元件的掺杂区域的宽度, μ_v 表示离子在均匀场中移动情况的常数。忆阻元件上流过的电流 $i(t)$ 与 $w(t)$ 变化率呈线性关系, HP TiO₂ 忆阻的数学模型为

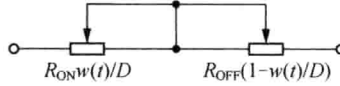


图 1.5 HP TiO₂ 忆阻的基本模型

$$M(t) = R_{\text{ON}}x(t) + R_{\text{OFF}}(1-x(t)) \quad (1.15)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = ki(t) \quad (1.16)$$

式中

$$x(t) = \frac{w(t)}{D} \in (0,1)$$

$$k = \frac{\mu_v R_{\text{ON}}}{D^2}$$

$$M(t) = R_{\text{OFF}} + k(R_{\text{ON}} - R_{\text{OFF}})q(t) \quad (1.17)$$

因此,忆阻的电压与电流关系为

$$\begin{aligned} v(t) &= [R_{\text{ON}}x(t) + R_{\text{OFF}}(1-x(t))]i(t) \\ &= [R_{\text{OFF}} + (R_{\text{ON}} - R_{\text{OFF}})x(t)]i(t) \end{aligned} \quad (1.18)$$

式中, $x(t) = kq(t)$, 这里的 $q(t)$ 代表电流 $i(t)$ 通过忆阻的电荷量。在 $R_{\text{ON}} \ll R_{\text{OFF}}$ 条件下,有

$$M(t) = R_{\text{OFF}} [1 - kq(t)] \quad (1.19)$$

上述表述的 HP TiO₂ 忆阻的基本模型称为线性杂质漂移模型。线性杂质漂移模型的含义是忆阻杂质与非杂质分界面的漂移速度在 $[0,D]$ 范围内保持恒定。

HP TiO₂ 忆阻的基本模型建立了较为简单的数学关系,简化了将其纳入基本电路中的分析、仿真过程。这一模型是从 HP TiO₂ 忆阻器直接得出的,能够较好地反映物理器件的真实特性。但是线性杂质漂移模型忽略了器件的边界效应,有些独特的特性不能如实反映出来。采用对分界面漂移速度加窗函数^[19-22]的方式能有效地解决这一问题,实现忆阻器的非线性建模 (modeling)。

为了对忆阻物理器件的真实情况进行模拟,在式 (1.16) 右侧乘一个窗函数可得到 HP TiO₂ 非线性窗函数忆阻模型,即

$$\frac{dx(t)}{dt} = kF(x)i(t) \quad (1.20)$$