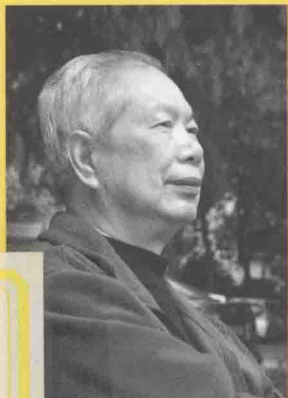


张奠宙

数学教育随想集

有些时候，数学也需要“难得糊涂”
数学教育学是一门独立的“工程性”学科



教师的任务是把知识的学术形态转化为教育形态

横看和侧看，数学意境和人文意境可以相隔时空得到共鸣
创新精神，人人都要，但创新只能是个人生涯中的小部分

“双基教学”是中国数学教育的特色，需要总结。但是“双基”
更需要发展，基础必须和创新相结合
不要捧着金饭碗讨饭



上海市
名牌
商标

华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位

张奠宙

数学教育随想集



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

张莫宙数学教育随想集/张莫宙著. —上海:华东师范大学出版社, 2013. 1

ISBN 978 - 7 - 5675 - 0214 - 7

I. ①张… II. ①张… III. ①数学教学—文集 IV. ①O1 - 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 014869 号

张莫宙数学教育随想集

著 者 张莫宙
责任编辑 倪 明 孔令志
装帧设计 卢晓红

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021 - 60821666 行政传真 021 - 62572105
客服电话 021 - 62865537 门市(邮购)电话 021 - 62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印刷者 常熟高专印刷有限公司
开 本 787 × 1092 16 开
印 张 17.5
字 数 234 千字
版 次 2013 年 5 月第一版
印 次 2013 年 5 月第一次
书 号 ISBN 978 - 7 - 5675 - 0214 - 7/G · 6109
定 价 35.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021 - 62865537 联系)

前言

21 世纪初,中国数学教育发生了重大的变革。我作为这一历史事件的亲历者,每有随想会意,多半会随手记下。本书将其中的一部分汇集起来,希冀能够折射出改革大潮中的一片激越的浪花,回闻一阵汹涌的涛声,留下一点记忆。

我 2001 年退休,时年 68 岁,已达学校最高的工作年龄。两年之后,年届七十,江苏教育出版社的王建军编辑,邀我刊行《数学教育经纬》,收集了我截至 2003 年初的有关数学教育的各类文字。本想到此刀枪入库、马放南山,收官搁笔了。谁想在惯性推动下,加之因退休而空闲,反而越写越多起来。

2003 年到 2012 年的 9 年间,我陆续出了一些著作,如《陈省身传》、《中学数学教育概论》、《中国数学双基教学》、《小学数学研究》、《情深意切话数学》、《我亲历的数学教育(1938—2008)》等十多种。也在《人民教育》、《课程·教材·教法》、《教育科学研究》、《数学通报》、《中学数学教学参考》、《小学数学》、《小学数学教师》等杂志发过许多文章。更多的则在《数学教学》上。其中有不少是一些“大块”的论文,读起来会觉得相当沉重。

不过,我还有一些短小的文字,可读性强一些。更由于担任《数学教学》主编和名誉主编,每期总要写一篇短短的“编后”,与赵小平同志一起署名发表,至今未曾中断。此外,应邀为一些著作所写的序言,以及散见各处的短文,倒也得到读者的垂青,反响甚至超过长篇论文。于是,华东师大出版社的倪明分社长,建议我把这些短文收集起来出一本集子。于是,我便筹划起来。

首先,既然是散文随想,长文就不收了。除个别稍长的以外,都在 2000 字以下,许多篇目只有几百字。其次,得有一个时间限制。2003 年

以前的数学教育短文,许多已经收集在《数学教育经纬》之中,除了个别的以外,这次就不收入了。此外,为了阅读方便,篇目没有完全按照时间顺序编排,而是分为若干栏目,如“数学小品”、“热点评论”、“域外见闻”、“往日萦怀”、“序言选粹”、“编后漫笔”等等。最后,有几篇关于我个人的家庭乡情、求学经历的散文,内容虽不直接涉及数学教育,却也是建国初期江南县城教育环境的点滴反映。敝帚自珍,也把它们放在最后一部分里。

既然是随笔散文,本来应该多收一些人和事的回忆文章,但由于在《我亲历的数学教育(1938—2008)》一书中,已经详细地描述了我的相关经历。特别是我和国内外许多朋友的交往文字,相当详细,这里也不再重复。本书的“往日萦怀”栏目,只收了几篇我对几位老一辈数学家和数学教育家的景仰和纪念的文字。

书中的文字,除少数几篇,都是发表过的。收入本书时多半原文照录,个别的有文字性修改,有些还写了后记加以说明。

编选过程中,时时浮现许多朋友的面容,忆及大量读者的忠告和鞭策。这些年来,我身体每下愈况,却依然笔耕不辍,得益于大家的厚爱和帮助。工作着是美丽的。谢谢大家,也感谢华东师大出版社和倪明编审、孔令志编辑。



与倪明(右)和孔令志(左)合影(2013)

张奠宙

2013年元宵节

目 录

前 言 / 1

第一部分 数学小品

- 文 1-1 龙年说数学 / 3
- 文 1-2 寄数学小读者 / 4
- 文 1-3 《道德经》与自然数 / 5
- 文 1-4 把一个分数比喻为一个“学校” / 6
- 文 1-5 关于“100 万有多大” / 7
- 文 1-6 过河取宝还是拴线拉宝?
——比喻算术和代数的区别 / 8
- 文 1-7 一个数学故事引出的一个概率教学案例 / 9
- 文 1-8 “三根导线”故事的启示 / 11
- 文 1-9 坐标:源于定位,高于定位 / 13
- 文 1-10 对称与对仗
——谈变化中的不变性质 / 15
- 文 1-11 与时俱进说“对数” / 17
- 文 1-12 函数单调性的无限本质 / 19
- 文 1-13 向量的三代家世 / 21
- 文 1-14 数学中的“难得糊涂” / 24
- 文 1-15 数学无限的人文意境 / 26
- 文 1-16 陈子昂与“四维时空” / 29

- 文 1-17 “离离原上草”的数学模型 / 30
- 文 1-18 苏轼的《琴诗》与反证法 / 31
- 文 1-19 “存在性命题”的古诗意境 / 32
- 文 1-20 “横看”与“侧看”
——黎曼积分与勒贝格积分 / 33
- 文 1-21 努力掌握微积分思想的精髓 / 34
- 文 1-22 速度:理解容易表述难 / 36
- 文 1-23 三角形内角和定理的证明无法绕开平行公理 / 38

第二部分 热点评论

- 文 2-1 关于数学知识的教育形态 / 45
- 文 2-2 “火热的思考”与“冰冷的美丽” / 47
- 文 2-3 学科教育学是一门独立的“工程性”学科 / 49
- 文 2-4 “中国学习者悖论”的启示 / 50
- 文 2-5 当心“去数学化” / 53
- 文 2-6 遵守约定与自主创新 / 54
- 文 2-7 数学教育的德育功能 / 56
- 文 2-8 李秉彝先生访问上海的观感和一则寓言 / 58
- 文 2-9 清代考据文化对现代数学教育的影响 / 59
- 文 2-10 从北洋水师战败想到应试教育的危害 / 60
- 文 2-11 研究“数学双基教学”的心路历程 / 63

第三部分 域外见闻

- 文 3-1 比佛学院印象 / 69
- 文 3-2 访韩归来 / 71
- 文 3-3 香港五日行 / 74
- 文 3-4 澳门数学教育观感 / 76
- 文 3-5 旅美数学教育见闻 / 79

- 文 3-6 参观美国蒙台梭利学校有感 / 84
- 文 3-7 中国数学教育的软肋——高中空转
——美国奥赛教练冯祖鸣等访谈录 / 88
- 文 3-8 没有批评表扬的学校管理
——与美国中学数学教师的谈话 / 92

第四部分 往日萦怀

- 文 4-1 研究华罗庚先生的数学教育思想 / 99
- 文 4-2 为陈省身先生写传是我毕生的荣幸 / 103
- 文 4-3 研究吴文俊先生的数学教育思想 / 107
- 文 4-4 给江泽坚先生的一封信 / 111
- 文 4-5 致徐利治先生的一封信 / 114
- 文 4-6 孙泽瀛先生和他的《数学方法趣引》 / 116
- 文 4-7 李锐夫先生的“以礼待人”与“绅士”风度 / 118
- 文 4-8 记程其襄先生的博学与慎思 / 120
- 文 4-9 夏道行先生 / 123
- 文 4-10 数学证明·数学意识·数学文化
——为萧文强先生荣休而作 / 125

第五部分 序言选粹

- 文 5-1 《华人如何学习数学》中文版序 / 131
- 文 5-2 马立平《小学数学的掌握和教学》序 / 136
- 文 5-3 《第二届数学开放题教学研讨会文集》序 / 138
- 文 5-4 王林全《现代数学教育研究概论》序 / 140
- 文 5-5 忻再义《初中数学学生自主性课外活动设计》序 / 142
- 文 5-6 赵焕光《数的家园》序 / 143
- 文 5-7 沈文选等《中学数学拓展丛书》序 / 145
- 文 5-8 张德和《珠算长青》序 / 147

- 文 5-9 《陈永明评议数学课》序 / 151
- 文 5-10 熊斌、陈双双《解题高手》序 / 153
- 文 5-11 巩子坤《程序性知识教与学的研究》序 / 155
- 文 5-12 《章士藻数学教育文集》序 / 158
- 文 5-13 陈刚《经济应用数学》代序 / 160
- 文 5-14 龙开奋等《数学合作探究教学的理论与实践研究》序 / 163
- 文 5-15 熊斌等《中学数学原创题集》序 / 165
- 文 5-16 忻再义《中学数学研究性学习的案例设计与研究》序 / 167
- 文 5-17 黄坪、尹德好《高中数学题根》序 / 169
- 文 5-18 《李庾南“自学·议论·引导”教学流派研究论稿》序 / 171
- 文 5-19 萧柏荣《数学教育探索五十年》序 / 173
- 文 5-20 莫雅慈《代数学习》序 / 177
- 文 5-21 黄毅英主编《数学教师不怕被学生难倒了》序 / 179

第六部分 编后漫笔

- 文 6-1 纪念弗赖登塔尔访问中国 / 185
- 文 6-2 传统和新型教学方式的结合 / 186
- 文 6-3 研究一下高考命题理论,如何? / 187
- 文 6-4 冷静对待“高考分数” / 188
- 文 6-5 祖冲之的悲剧 / 189
- 文 6-6 欣闻“数学教育博士论坛” / 190
- 文 6-7 让“开放题教学”成为“家常菜” / 191
- 文 6-8 “技巧有时是音乐的敌人” / 192
- 文 6-9 也说“信息重复、信息低劣” / 193
- 文 6-10 从刘翔训练的强度和效率说起 / 194
- 文 6-11 数学高考时间是否可延长为 3 小时? / 195
- 文 6-12 再次呼吁延长高考数学考试时间 / 196
- 文 6-13 关于教师的“一桶水” / 197
- 文 6-14 给中国的几何教学定位 / 198

文 6-15	《数学教学》50 岁有感 / 199
文 6-16	有感于“数学教育神话” / 201
文 6-17	关注数学教育的国际潮流 / 202
文 6-18	教育改革还是“渐进式”为好 / 204
文 6-19	为保持学术研究的纯洁性而奋斗 / 206
文 6-20	真的担心高考命题八股化 / 207
文 6-21	创新教育下的“教师主导作用” / 208
文 6-22	有感于“线性”和“非线性” / 209
文 6-23	忽然想起了麻将 / 210
文 6-24	又想起了“大众数学” / 211
文 6-25	数学文化就是要“文而化之” / 212
文 6-26	需要研究一下什么是“数学基本活动经验” / 213
文 6-27	用自己的眼睛看课堂 / 214
文 6-28	要讲课,还要读书 / 215
文 6-29	“量的目的是为了不量” / 216
文 6-30	作者要和读者平等相待 / 217
文 6-31	数学理解与科学练习 / 218
文 6-32	青霉素、芥菜卤、双基 / 219
文 6-33	“鸟巢”与“四基” / 220
文 6-34	应试环境中的自由意志 / 221
文 6-35	自主招生考试破除“命题八股化” / 222
文 6-36	教育也需要实现“走向世界”的知识转型 / 223
文 6-37	“非哈佛之人不是人”的流毒 / 224
文 6-38	“举一反三”和“举三反一” / 225
文 6-39	合理把握“过程性”目标 / 226
文 6-40	认识论不同于教学论 / 227
文 6-41	一个新课题:数学思想方法的教学 / 228
文 6-42	数学教育:文化复兴的一部分 / 229
文 6-43	关注美国加强研究中国数学教育 / 230
文 6-44	玻璃对喝水有何用? / 231

- 文 6-45 有感于“百家讲坛”开讲《弟子规》 / 232
- 文 6-46 足球赛为何不以“技术统计数据”决定胜负? / 233
- 文 6-47 创新并非要处处“优先” / 234
- 文 6-48 不要捧着金饭碗讨饭 / 235
- 文 6-49 做一个与时俱进的教书匠也不容易 / 236
- 文 6-50 一则关于“奥数”的好消息 / 237
- 文 6-51 教学中多多关注“后半段”
——怎样上好复习课? / 239
- 文 6-52 “非传统教学方式”要适合学生的年龄 / 240
- 文 6-53 有感于《中国震撼》 / 241
- 文 6-54 有感于刘佛年先生的“兼容并包” / 242
- 文 6-55 数学的大众化和简单化 / 243
- 文 6-56 也要向“教书匠”学习 / 245
- 文 6-57 关注谷超豪先生对当前数学教育的忧思 / 246

第七部分 乡情杂忆

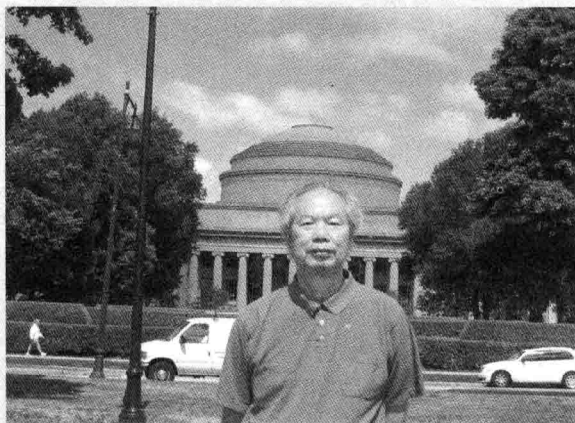
- 文 7-1 从桃花源到大熔炉
——奉化中学忆旧 / 249
- 文 7-2 党的阳光照耀着解放初期的奉化中学
——追忆戴昌谟先生 / 253
- 文 7-3 记解放初期奉化中学的文艺演出活动 / 255
- 文 7-4 60年前我在上海参加高考 / 258
- 文 7-5 奉化南门忆旧 / 260
- 文 7-6 话说“红墙外” / 261
- 文 7-7 母亲曾是奉化首届人民代表 / 262
- 人名索引 / 264

第一部分

数学小品

这一部分收集了一些谈论数学、理解数学和欣赏数学的短文。文字上力求活泼,具有人文意味,借以揭示和欣赏数学的文化底蕴。

这一部分的文字,除注明者之外,均见《情真意切话数学》,科学出版社于 2010 年出版。



访问美国麻省理工学院,主楼前留影(2007)

龙年说数学

辛卯之后是壬辰。2012年,又是龙年了。翻看旧稿,有一篇谈到数学和“龙”有几分相像,细细琢磨,觉得还有点意思。

鲁迅说:“世上本没有路,走的人多了,便成了路。”同样,世上本来没有龙,因为先人的图腾想象,大家认同了,就有了约定俗成的“龙”。至于数学,世上原来也没有数学这个事物。事实上,没有人见过“龙”,只见过蛇、狮、虎、豹。也没有人见过1、2、3、4,只有一个苹果、两条鱼、三只羊、四条腿。由于人们的创造,经过人的想象,才有了数字,并发展成数学。

数学的这个特点,和物理学、化学、生物学不同,世上原本就有太阳、地球、原子、电子、化合物、动植物、细胞和基因。人们发现了物体运动、声光电热、化合与分解、生长与遗传等等现象。当人们掌握了物质运动规律,并运用它为人类造福,这就是科学。至于数学,却不直接面对某个特定的物质运动形式。世上并没有“质数”、“合数”、“方程式”这样的东西。哥德巴赫猜想,是人构造出来的思想材料。

数学和龙一样,都是一种文化现象。“龙”曾经是“君权”的象征,体现出至高无上的权威。数学则因其覆盖一切科学领域,也是君临天下,成为“科学的女王”。威严使人难以亲近。普通百姓穿不得象征皇权的龙袍,同样,许多人看见数学符号就头疼。不过,时代在变迁。“龙”文化现在已经深入到寻常百姓家,数学文化则伸展到学校的每一个角落。

中国人是龙的传人。作为龙文化的继承者,并不害怕外形凶猛的龙颜,也不忌惮抽象的难以捉摸的龙意。进入信息时代的中国人,正在摆脱“数学难学”的偏见,以学好数学作为自己努力的目标。就中小学生而言,中国学生在国际数学奥林匹克中屡创佳绩,上海学生在PISA国际数学测试中名列第一。时至今日,从西方传入的现代数学教育,竟成为中国人的一种特长。“21世纪数学大国”,正在一步步地变为现实。

数学属于每一个人。让我们每一个人都能亲近数学,热爱数学,支持数学,发展数学,确保东方的数学巨龙腾飞。

寄数学小读者

请允许我称你为“小”读者，因为我比你降临人间早半个世纪！我羡慕你，因为 21 世纪是属于你的。

当本书印出来的时候，我想象着，你，一位风华少年，正把它放入原已很沉的书包。你喜欢它吗？请说真话。

不管你是否愿意，数学将无处不在。它会陪伴你度过青春年华，跨越考试重关，充实风险人生。数学，犹如一条伶俐的小狗，你若喜欢它，亲近它，它就会向你摇头摆尾，忠心相随。可是你若嫌弃它，疏远它，它就会向你狂吠，冷不防咬你一口！

喜欢数学才能学好数学。你应当懂得欣赏数学的优美。它说一不二，又机巧聪明，让人佩服。可是，你千万不要仅仅把它当作玩物，它会是你的不可或缺的帮手，应付咸淡人生的忠实谋士。

这本小书会给你一个惊喜：原来数学和现实如此之近。当你走进银行存压岁钱，打开报纸读金融消息，听大人们谈论还本销售的时候，数学就来帮你作出正确判断。这时人们会说你：“好聪明，好高明！”当你走进工厂，跨过田野的时候，你会注意到飞转的车轮、奇形的零件、标准的尺寸、美丽的轮廓。于是你能看到别人看不到的数学背景，内心真是“好充实，好快活”！

其实，这本小书只是一名小小的向导，广阔的数学天地，要靠你自己去打开。

午夜的星空，那么深邃，广袤，无边无涯。望你乘上数学之舟，科学之火箭，闯荡未来的人生，拥抱新的世纪！

（这是《初中数学应用题基本训练》一书的序言，该书由华东师范大学出版社 1994 年出版）

《道德经》与自然数

人们熟悉的自然数,现在规定从 0 开始,即

0, 1, 2, ...。

那么自然数是怎么生成的呢? 老子《道德经》说得明白:

太初有道。道生一,一生二,二生三,三生万物。

《道德经》陈述的关键在一个“生”字。生,相当于皮亚诺自然数公理的“后继”。由虚无的“道”(相当于 0)开始,先生出“一”,再生出“二”和“三”,以至生出万物。这里,包含了自然数的三个特征。

1. 自然数从 0(道)开始;
2. 自然数一个接一个地“生”出来;
3. 自然数系是无限的(万物所指)。

这简直就是皮亚诺的自然数公理了。



老子画像

再看大数学家冯·诺伊曼用集合论构造的自然数。他从一个空集 $\emptyset$ (相当于“道”)出发,给出每一个自然数的后继:即此前所有集合为元素的集合。具体过程如下。

空集 $\emptyset$ 表示 0;

以空集 $\emptyset$ 为元素的集合 $\{\emptyset\}$ 表示 1;(道生一)

以 $\emptyset$ 和 $\{\emptyset\}$ 为元素的集合 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 表示 2;(一生二)

以 $\emptyset, \{\emptyset\}$ 和 $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ 为元素的集合 $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ 表示 3;(二生三)

以前面 N 个集合为元素构成的新集合,表示 $N+1$ 。(三生万物)

.....

我们了解自然数,何不从《道德经》开始?

(原载《天府数学》2009 年第 1 期)

把一个分数比喻为一个“学校”

分数是6年级学生学习的一个难点。教材中有一个所谓的基本性质(其实应该叫分数的相等性质):“一个分数的分子和分母同乘以或除以一个相同的非零数,分数的大小不变。”于是我们有:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \cdots = \frac{n}{2n} = \cdots。$$

这就是说,同一个分数有许多多种不同的表示。这和一个自然数只有一种表示很不相同。在这一基础上,就出现了令学生头疼的“最简分数”,以及“约分”、“扩分”和“通分”。

事实上,在数学意义下,分数是一个等价类。这说起来似乎比较深奥。其实,我们可以把一个分数看作一个群体。例如一个学校。学校里的老师、学生都是平等的一员,每个成员各有各的特点。校长可以相当于“最简分数”,但是只有“最简分数”是不能完全代表分数的。分数相加时需要通分,就要找一个最小公倍数为分母的分数才能进行。这好比学校要参加全市学生运动会,就要派本校的学生成员去参加。奥林匹克数学竞赛的教练,就要由数学老师成员来担任。这样一比喻,学生也就明白了。

当然,我们也可以把一个分数比喻为一个“大家庭”,家庭成员各自扮演不同的角色。此外,也可以比喻为一个学生可以穿着很多种服装:校服、运动服、舞蹈服等等,不同的场合穿不同的服装,但是本质上都是同一个人。

“比喻”,说明许多思维方式存在着共同之处。用常识理解数学意义,可以采用适度的比喻,把复杂的问题简单化。