

中国矿业大学“211工程”三期创新人才培养项目资助

国家自然科学基金项目资助 (51307174)

中国博士后科学基金资助 (2013M531423)

非线性电路中的 分岔、混沌及其应用

于东升 著

Feixianxing Dianlu Zhong De Fencha Hundun Jiqi Yingyong

中国矿业大学出版社

China University of Mining and Technology Press

中国矿业大学“211 工程”三期创新人才培养项目资助

国家自然科学基金项目资助(51307174)

中国博士后科学基金资助(2013M531423)

非线性电路中的分岔、 混沌及其应用

于东升 著

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书以非线性 Twin—T 电路和基于忆阻器的蔡氏电路为铺垫,主要分析了数字化非线性电力电子电路中的分岔和混沌现象,并将混沌应用到电力电子电路的扩频和故障诊断中,实现了系统性能优化的目的。通过理论分析与实验验证的配合讲解,循序渐进,让读者对数字化电力电子电路中的失稳现象形成较为全面的理解,并提高独立进行电路稳定性分析与优化设计的能力。

本书适合作为电力电子与电力传动、电子科学与技术等专业的高年级本科生、研究生以及电子、电气类专业工程师的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

非线性电路中的分岔、混沌及其应用 / 于东升著.

徐州:中国矿业大学出版社,2013.8

ISBN 978-7-5646-2010-3

I. ①非… II. ①于… III. ①非线性电路 IV.

①TN711.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 199723 号

书 名 非线性电路中的分岔、混沌及其应用

著 者 于东升

责任编辑 张 岩 何 戈

责任校对 周俊平

出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司

(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)

营销热线 (0516)83885307 83884995

出版服务 (0516)83885767 83884920

网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com

印 刷 徐州中矿大印发科技有限公司

开 本 787×960 1/16 印张 10.25 字数 195 千字

版次印次 2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

定 价 24.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

随着非线性电路理论研究的深入,文氏桥、雷达天线、锁相环、DC/DC 变换器等一些实用电路中的分岔和混沌现象已广为人知。分岔和混沌现象的发生是电路系统失稳的具体表现,伴随着次谐波、相轨迹畸变和无规则振荡现象。因此,深入研究非线性电路系统的分岔和混沌行为,对于常用电路优化以及新功能电路的辅助设计具有十分重要的意义。

本书是作者在多年从事电路系统稳定性分析研究的基础上,参考了有关同类书籍及资料,结合教学与科研经验撰写而成的。作者在撰写时本着学以致用原则,力求通过理论分析、数值仿真以及实验测试等多种手段,讲清特殊拓扑结构非线性电路中的分岔现象与混沌振荡行为,章、节内容重点突出,条理清晰。

全书共分七章。第一章概述了电气工程领域分岔与混沌的研究现状及研究方法。第二章通过在 Twin—T 电路中直接相连的两个电容连接点上接入发光二极管,设计了一个可途经周期递加分岔进入混沌的非线性电路。同时,研究了基于忆阻器的蔡氏电路并利用 Twin—T 电路设计了一个陷波混沌控制器,以及一个新的四阶超混沌电路。第三章以一台数字控制同步 Buck 变换器为研究对象,利用 z 域小信号模型分析了比例—积分补偿策略下系统的分岔行为。第四章在假设相电感与相电流无关的基础上,对比讨论了模拟和数字两种控制方式下线性及非线性两种 SRD 模型中的分岔行为。第五章结合 G—P 算法和小数据量方法研究了采用模糊控制策略的 SRD 电路中的混沌振荡现象。第六章基于第五章的结论提出一种基于反馈转差变化率序列的 SRD 系统混沌扩频策略。同时,通过分析数字控制

SRD 变换器不同单相故障下滤波电容电压频率谱及混沌特征不变量,设计了一种变换器单相故障的诊断方法。第七章是对本书的一个简要总结。

中国矿业大学陈昊教授在本书撰写过程中给予了悉心的指导和帮助,提出了许多宝贵的修改意见和建议,在此表示诚挚的感谢。

同时,感谢中国矿业大学信电学院各位师长多年来的关心和帮助!感谢咎小舒博士、徐瑞东博士在本书编写过程中提出的诸多宝贵意见。

由于经历和水平有限,错误和缺点在所难免,敬请读者提出批评改进意见。

著 者

2012 年 10 月 26 日

变量注释表

D_{ca}	容量维
D_L	Lyapunov 维
R	电阻
C	电容
L	电感
A_1, A_2, A_3, A_4	系数矩阵
B_1, B_2, B_3, B_4	常数矩阵
β_u	Twin—T 电路端口控制强度
V_D	二极管导通压降
Φ	忆阻器两端磁通量
W	忆阻器阻抗
q	滤波器品质因数
i_L	电感电流
i_o	接口电路输出电流
v_o	接口电路输出端电压
λ	特征根
Le	Lyapunov 指数
v_r	载波电压信号
D	稳态占空比
V_p	载波电压信号幅值
T	开关周期
K_{in}	积分增益
K_p	比例增益
E	输入电压
R_L	电感等效内阻
R_C	电容等效内阻
q_{adc}	ADC 分辨率
q_{dpwm}	DPWM 分辨率

H	传感器增益
u_k	相绕组电压
φ_k	相绕组磁链
ω	转子角速度
θ	转子位置角度
T_{ek}	每相绕组等效转矩
θ_r	极距角度
θ_c	逻辑换相角度
θ_{on}	开通角度
θ_{off}	关断角度
J_s	电机转动惯量
B_v	电机黏滞系数
T_L	负载转矩
m	嵌入维数
N_p	重构空间矢量个数
τ	延迟时间
e	转差
ec	转差变化率
β_c	调制度
Δf	频率调整量
i_a, i_b, i_c	三相绕组电流

目 录

1 概述	1
1.1 混沌理论的发展概况	1
1.2 混沌的定义与特征描述	2
1.3 非线性电路系统的分岔和混沌研究概况	4
1.4 混沌应用的研究现状	9
1.5 分岔和混沌研究方法	12
1.6 研究思路和主要内容	16
2 Twin—T 与 MCC 电路中的分岔和混沌现象	19
2.1 Twin—T 电路的分岔与混沌	19
2.2 MCC 电路	28
2.3 MHC 电路	40
2.4 本章小结	45
3 数字控制同步 BUCK 电路中的不稳定现象	47
3.1 引言	47
3.2 DPWM 原理	47
3.3 SBC 状态方程	49
3.4 系统动力学行为仿真	50
3.5 SBC 稳定性分析	52
3.6 实验验证	60
3.7 本章小结	61
4 SRD 分岔与混沌分析	62
4.1 引言	62
4.2 SRD 系统数学模型	63
4.3 线性模型稳定性分析	69
4.4 非线性模型中的分岔与混沌	76

4.5	本章小结·····	88
5	相空间重构技术分析复杂电路系统的混沌特征·····	90
5.1	引言·····	90
5.2	相空间重构技术·····	91
5.3	混沌时间序列特征提取·····	94
5.4	MCC 系统混沌时间序列分析 ·····	95
5.5	复杂 SRD 系统混沌特征提取 ·····	98
5.6	本章小结 ·····	107
6	混沌在电力电子电路中的应用 ·····	109
6.1	引言 ·····	109
6.2	SBC 系统混沌扩频 ·····	110
6.3	SRD 系统混沌扩频 ·····	115
6.4	混沌特征不变量实现 SRD 故障诊断·····	119
6.5	本章小结 ·····	130
7	总结与展望 ·····	132
7.1	主要结论 ·····	132
7.2	后续工作设想 ·····	133
	参考文献·····	135

1 概述

随着非线性电子器件的广泛应用,电路系统中出现的大量非线性现象引起了人们的高度关注。已从理论和实验上证实,分岔和混沌是存在于非线性电路系统中的一种普遍现象。如何分析、设计、控制以及依据应用目的诱发非线性混沌振荡也成为热点研究课题。

1.1 混沌理论的发展概况

混沌从陌生的奇异现象发展成为一门学科经历了漫长的过程。对混沌系统特征的研究工作最早可以追溯到法国数学家 Henri Poincare。Henri Poincare 在研究宇宙三体问题时发现,经典的 Newton 定律并不适用于三体问题的研究,同时指出 Laplace 的空间可预测以及因果决定论也是不切实际的^[1],三体引力相互作用能够产生复杂的不可预见性,系统微小的初始值差异将会随时间演化为无法预测的轨道偏离。但限于当时计算工具与数学知识的不足,对混沌的研究没有进一步深化。

至 20 世纪五六十年代,混沌理论的研究实现了两个重大突破。第一个突破是概率论大师 A. N. Kolmogorov、V. I. Arnold 和数学家 J. Moser 提出的 KAM 定理^[2]。他们利用微扰方法成功地实现了对不可积系统的处理,为在理论上明确保守系统也存在混沌现象提供了依据,被认为是创建混沌学理论的历史性标记。第二个重大突破是美国气象学家 Edward N. Lorenz 研究简化流体对流模型时发现系统对初始值极其敏感,并于 1963 年在“Journal of the Atmospheric Sciences”杂志上发表论文“Deterministic Nonperiodic Flow”,同时提出了 Lorenz 吸引子和蝴蝶效应的概念,为耗散系统混沌研究开辟了道路。Lorenz 吸引子是一个能产生混沌流的三维耗散动力系统,以其双扭线形状而著称,系统的状态以一种复杂且不重复的模式随时间的推移而演变。Lorenz 系统很好地揭示了混沌系统所具有的基本性质和对初始条件的敏感依赖性、长期不可预测性以及吸引子自相似结构。自此以后,关于混沌学理论的研究与应用引起了各领域科学工作者的重视。

20 世纪 70 年代开始,科学家开始寻找不同非线性系统中奇异现象本质特

征之间的联系,力求建立统一的理论剖析这种现象。1971年,法国物理学家 D. Ruelle 和荷兰数学家 F. Takens 首先提出用混沌来描述湍流形成的机理,同时在研究中引入了“Strange Attractor”的概念^[3]。1975年,中国学者李天岩和美国数学家 J. Yorke 在“America Mathematics”杂志上发表了“Period 3 Implies Chaos”的著名文章^[4],深刻揭示了有序与混沌之间的演变过程,首次将“混沌”作为科学名词正式使用。1976年,美国生物学家 R. May 在美国“Nature”杂志上发表了“Simple mathematical models with very complicated dynamics”一文,指出非常简单的一维离散迭代系统也蕴含着复杂的周期倍化和混沌行为^[5]。1977年在意大利召开了第一届国际混沌会议,标志着混沌作为一门学科在国际科学界得到了承认。1978年美国物理学家 M. Feigenbaum 在“Journal of Statistics and Physics”上发表关于普适性的文章“The universal metric properties of a non-linear transformation”,这是混沌学研究从定性分析到定量计算的巨大转变,成为现代混沌学研究的一个重要里程碑^[6]。

自 20 世纪 80 年代开始混沌科学步入了新的定量分析阶段。1980年,意大利的 V. Franceschini 用计算机分析流体由层流向湍流过渡时发现倍周期分岔现象,验证了 Feigenbaum 常数。1981年, F. Takens 在 Whitney 的拓扑嵌入定理基础上,提出了判定奇异吸引子的实验方法。1983年,加拿大物理学家 L. Glass 在“Physics”杂志上发表文章提出计算吸引子奇异程度的方法,引发了计算时间序列维数的研究热潮。1985年 A. Wolf 等人提出了计算 Lyapunov 指数的数值方法,为衡量时间序列的混沌特性提供了依据^[7]。1986年,中国第一届混沌会议在桂林召开。1987年, Hubler 和 Luscher 发现在不稳定混沌系统的驱动力上加一个合适的扰动项,可以将系统行为由混沌稳定到周期轨道上,但所得的结构不一定是系统原动力方程的解。同年, P. Grassber 等人提出重构动力系统的理论和方法,通过时间序列提取分维数、Lyapunov 指数和 Kolmogorov 等混沌特征量,从而使混沌学由理论研究走向实际应用^[8-11]。

从 20 世纪 90 年代开始,混沌控制与同步技术研究有了实质性的进展,混沌动力学也逐渐被应用到自然科学以及社会科学的诸多领域。如在数学、物理学、化学、生物学、电子信息科学,以及气象学、经济学、天文学,甚至在音乐、交通等领域,混沌理论均得到了较为广泛的应用。

1.2 混沌的定义与特征描述

现实世界中混沌现象几乎无处不在,简单的系统如单摆运动、水滴下落或旗帜飘扬,复杂多变的系统如气候起伏或生命过程都已被证实存在混沌现象。虽

然混沌系统复杂多样,但仅从数理角度来看,描述混沌现象的一些典型数学方程可以概括一大类非线性系统的共同行为特征。混沌是一种非线性动力学现象,是存在于确定系统中的一种内在随机行为,与外在随机行为有着本质区别。外在随机系统必然包含外加随机项,且系统初始值域在相空间的测度为零。混沌系统无需外加随机项就可以产生貌似随机的行为,且系统变量取值在相空间的测度不为零,系统行为对初始值具有高度的敏感性。

目前学术界对混沌现象的数学定义尚不统一,应用较多的定义描述主要有如下四种。

第一种定义建立在“蝴蝶效应”的基础之上,倘若一个确定非线性系统的行为对初始条件的细微变化具有高度敏感的依赖性,则称此非线性行为是混沌的。

第二种定义基于排除法,即除了平衡点、周期及准周期运动以外的一种貌似随机的形态。

第三种定义基于 Li—York 定理。Li—York 定理:设 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 区间上的连续自映射,若 $f(x)$ 有 3 周期点,则对任何正整数 n , $f(x)$ 有 n 个周期点。

Li—York 混沌定义^[4]:对于闭区间 I 上的连续自映射 $f(x)$,倘若满足如下条件,则必然出现混沌现象:(1) $f(\cdot)$ 周期点的周期无上界;(2) 闭区间 I 上存在不可数子集 S ,满足

(A) 对任意 $x, y \in S$, 当 $x \neq y$ 时,则有

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f_n(x) - f_n(y)| > 0$$

(B) 对任意 $x, y \in S$, 则有

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |f_n(x) - f_n(y)| = 0$$

(C) 对任意 $x, y \in S$, 和 $f(\cdot)$ 的任一周期点 y , 则有

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f_n(x) - f_n(y)| > 0$$

上述定理表明,对于区间映射,当迭代次数趋于无穷时,任意两序列之间距离在正值和零之间,明确指出了混沌长期行为的不确定性。

第四种是 Devaney 定义。Devaney 定义是一种从拓扑角度出发的混沌定义,影响比较广泛。度量闭区间 I 上的连续自映射 $f(x)$ 如果满足下述三个条件:(A) 对 I 上任意开集 X, Y 存在 $n > 0$, $f_n(X) \cap Y \neq \emptyset$, 即 $f(\cdot)$ 是拓扑传递的;(B) $f(\cdot)$ 的周期点在闭区间 I 上处处稠密;(C) 存在 $\vartheta > 0$, 对任意的 $\xi > 0$ 和任意的 $x \in I$, x 在 ξ 的邻域内存在 y 和自然数 n , 使得 $d(f_n(x), f_n(y)) > \vartheta$, 即 $f(\cdot)$ 对初始条件敏感依赖,那么,则称 $f(\cdot)$ 是 Devaney 意义下的混沌。

上述定义揭示了混沌的几个重要特征。对于系统内任意轨道 x 和 y , 无论起始点多么接近,随着时间的推移最终分离至某一距离 ϑ 。这是混沌对初值敏

感的特征体现,对应着混沌的不可预测性。拓扑传递的特点说明了混沌空间相点演变过程中将遍历整个度量闭区间 I ,混沌吸引子具有整体稳定性,不可以分解。归纳起来,混沌的普适特征主要表现在以下几点:①至少有一个 Lyapunov 指数大于零,系统对初值的微小变化相当敏感;②混沌吸引子在相空间有界且具有精细的分形结构,吸引子内部相轨迹高度不稳定,轨迹行为无法预测;③吸引子轨道具有遍历特征;④功率谱在频率域内连续,呈现为宽带的白噪声特性。

1.3 非线性电路系统的分岔和混沌研究概况

非线性电路系统中混沌现象的研究贯穿着整个混沌学发展历程,是混沌学研究领域中的一个重要科学分支。研究者在利用分岔和混沌理论分析常见非线性电路中的奇异现象的同时,也在尝试设计新的混沌电路,以及用电路来模拟非线性数理方程中的混沌。混沌电路的研究对于整个非线性科学的发展都有着深远意义。

1.3.1 电子电路

最早关于电子电路中混沌的研究可追溯到 1927 年,德国物理学家 Van der Pol 在研究非线性电路的弛豫振荡问题时发现了奇怪的不规则噪声。自 20 世纪 80 年代以来,随着混沌学理论研究的不断深入,电子电路中的混沌研究也迅速升温。1981 年美国麻省理工大学 P. Linsay 通过对含变容二极管的二阶自治 RLC 电路施加正弦激励,实验验证了 Feigenbaum 的倍周期分岔通向混沌的理论。1984 年,美籍科学家 L. O. Chua 设计了一个具有负阻特性的三阶自治电路,通过改变电路结构和参数捕获到了倍周期分岔、周期 3、单涡卷、双涡卷、多涡卷吸引子等十分丰富的非线性现象。此电路系统的易实现性、可分析性和可预见性,有效推动了混沌在电路中的研究迅速展开^[12]。1986 年,L. O. Chua 领导的研究小组又率先设计了一个能够产生超混沌的非线性电路。超混沌运动是高维非线性系统的复杂行为,其运动轨道在至少两个维度上随着时间不断地拉伸、发散,反应超混沌运动的 Lyapunov 指数至少有两个正值。1988 年,Tetsuro Endo 研究了一个用作频率调制解调的二阶锁相环电路的混沌现象,利用 Melnikov 方法证明了电路中存在马蹄混沌,自此实用化电路中的混沌研究开始引起人们的重视^[13]。在文献[13]的基础上,文献[14]改用二阶环路滤波器跟踪频率可变的信号,研究了三阶锁相环电路中的混沌现象,并结合 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数验证了理论分析结果。文献[15]通过在 Wien 式电桥电路中加入非线性电阻元件,只用少量电子元件便获得了包含丰富非线性行为的混沌振子。目前,一些经典的混沌系统如 Lorenz 振子,甚至更复杂的超混沌系统均

可以用电子电路进行模拟与观测^[4,16]。

值得一提的是,1990年美国海军实验室的 Pecora 和 Carroll 首次用实验证明了互相耦合的混沌系统在一定条件下会出现同步现象^[17]。混沌电路同步的发现激发了研究人员将混沌信号作为传递信息的载波,借助混沌信号的貌似随机性与不可预测的特点实现保密通信的目的。混沌控制与同步的研究也随之展开。

1.3.2 电源电路

电力电子电路中的一些奇异、不规则的振荡现象,如不明的电磁噪声、输出性能瞬间崩溃和变量功率谱突然扩展等诸多奇怪现象^[18-21]长期困扰着设计者。20世纪早期由于缺乏正确的理论支撑,一直以来都将它们归咎为系统设计缺陷或者外界的随机干扰,往往通过多次试凑、调节元件参数等措施加以回避。

在1984年第20届IEEE电力电子专家会议上 Brockett 和 Wood 首次披露了受控的 Buck 变换器可以产生分岔和混沌行为^[18]。自此,电力电子电路分岔和混沌现象的研究如火如荼地展开。按照被研究对象的不同,主要可以分为以下三个方面:

(1) DC/DC 变换器:对 DC/DC 变换器分岔和混沌研究开展得最早,系统由分岔通向混沌的道路也最为丰富。依据拓扑结构的不同,DC/DC 变换器又可分为一阶、二阶以及三阶和三阶以上的高阶系统。① 一阶系统:不考虑电容元件。1988年 Hamill 和 Jefferies 在适当简化和近似条件下研究了电流型一阶 Buck 变换器的分岔和混沌行为,首次建立了 Buck 电路的一维离散时间非线性映射方程,开创了用非线性动力学理论和方法来研究 DC/DC 开关功率变换器的动力学模型、分岔和混沌的新领域^[19]。1998年, G. Poddar 等人利用参数微扰和变开关时刻两种策略实现了对一阶电流型 Buck 变换器由混沌向周期的控制^[22]。2003年, Oliver Woywode 等人研究了工作于连续导通模式下一阶电流型 Boost 变换器的混沌行为,并指出混沌态时系统输出量纹波大于周期态,但混沌运行有利于减小开关损耗和改善系统频域性能^[23]。由于一阶电力电子电路的分岔和混沌研究不考虑电容的影响,这样的近似和假设条件导致其动力学性质与实际电路系统有明显偏离。因此二阶及二阶以上变换器的研究更有吸引力。② 二阶电路:1994年, C. K. Tse 等人通过分析迭代方程在稳定点的 Jacobian 矩阵,得出非连续模式下 DC/DC 变换器存在周期倍增以及混沌现象的结论^[24-26]。Banerjee 于1997年发现电力电子这类非线性系统存在一种特殊的分岔行为,称为边界碰撞分岔(Border-collision bifurcation)。研究发现,饱和非线性是边界碰撞分岔的根本原因,占空比会突然进入0或1,导致标准的分岔行为中断,系统从周期突然跳跃至混沌振荡^[27-28]。后来这种分岔被证明了是功率电力电子

学中一种很普通的分岔^[29-31]。同年, Banerjee 在 Buck 变换器中发现了吸引子共存现象, 并研究了变换器系统不同状态对应初始条件的分形吸引域边界^[32]。1999 年, A. El Aroudi 及其研究小组分析了连续导通模式下 Boost 变换器的 Hopf 分岔和环面破裂分岔现象以及系统由准周期通向混沌的过渡模式, 指出分岔道路上的周期窗口满足周期递加规律。同时, 他们还研究了电压 PWM 控制的 Boost 电路中 Neimark-Sacker 分岔以及准周期到混沌的过渡现象^[33-34]。近年来, 数字控制技术发展迅猛。文献[35]在不考虑量化误差的情况下研究了数字控制 Buck 变换器中的 Hopf 分岔现象并估算了低频振荡的频率。2003 年, C. K. Tse 等人研究了包含侵入信号 Buck 变换器中的阵发混沌现象, 指出侵入信号的频率和强度是影响阵发形式的关键因素^[36]。随着理论研究的深入, 变换器分岔与混沌现象的研究开始向三阶及以上高阶系统发展。③ 高阶电路: 1995 年, Tse 等人将混沌研究对象扩展到了四阶电流型 Cuk 变换器电路^[37-38], 并指出自由运行下的 Cuk 变换器会经过超临界 Hopf 分岔失稳后进入混沌^[39]。2000 年, H. H. C. Iu 等研究了主从式均流并联 Buck、Boost 变换器中的分岔现象^[40-42]。研究指出并联 Buck 变换器随着反馈增益和共享比例的增加分别出现倍周期分岔、边界碰撞分岔现象; 导出了并联 Boost 系统的三阶归一化自治方程, 预测了系统中的 Neimark-Sacker 分岔和 Hopf 分岔行为。他们还研究了并联交互式 Buck 变换器随电容、负载等参数变化时的不同分岔现象。

(2) DC/AC 变换器: 鉴于给定参考值是时变量, 系统非线性分析过程相对繁琐, 1998 年, Suto 等人研究了三相逆变器供电感应调速系统中的周期和混沌现象, 并给出了调参数手段避免混沌的方法^[43]; 2003 年, H. H. C. Iu 等研究了电流模式 H 桥逆变器中的分岔和混沌现象, 并借助时间延迟反馈控制方法将系统稳定到周期轨道^[44]; 文献[45-47]采用迭代法建立单相 SPWM 逆变器离散模型, 应用频闪映射图、折叠图和分岔图详细描述了系统中的倍周期分岔、边界碰撞分岔以及混沌现象; 最近, 文献[48]利用仿真手段分析了单相电压模式半桥逆变器的非线性动力学行为, 分岔图显示此系统存在阵发混沌行为。

(3) 功率因数校正(Power Factor Correction-PFC)变换器: 由于变换器输入电压以 $1/2$ 个线周期循环变化, 因此多数情况下仅需分析 $1/2$ 个线周期内系统的非线性分岔规律和混沌行为。2003 年, Orabi 等人研究了工作于连续导通模式下平均电流型 Boost PFC 变换器的低频倍周期分岔和混沌现象^[49], 指出利用线性模型估出的稳定区域内出现了不稳定行为, 且系统稳定性受电容器参数影响较大。他们同时研究了两级串联 PFC 变换器的倍周期分岔和慢时标不稳定性, 指出两级反馈增益对系统稳定性至关重要^[50]。文献[51]分析了连续导通模式下平均电流型 Boost PFC 变换器的快时标不稳定性, 基于准静态近似并借助

于平衡点雅克比矩阵特征值定位出了倍周期分岔点位置。Mazumder 等研究了双闭环控制下的 PFC 变换器^[52],指出系统除了具有倍周期分岔和快时标不稳定性还存在环面破裂分岔,系统在一个线周期内出现倍周期分岔是因为线电压的时变特性,二阶 Poincare 映射只能够预测慢时标不稳定。文献[53]研究了峰值电流型 Boost PFC 的快时标不稳定现象,指出在快时标不稳定区间内系统还会出现边界碰撞分岔和混沌现象,认为间歇性快时标不稳定是 Boost PFC 变换器的重要动力学特征。与此同时,Zou 等人研究了数字控制方式产生的时间延迟对 Boost PFC 变换器的影响,分析了系统中的不对称低频振荡现象^[54]。

总体来讲,电力变换器系统中主要存在六种通向混沌的路径:倍周期分岔、准周期道路、周期递加、间歇性分岔、边界碰撞分岔和环面破裂分岔。除此之外,电力电子电路中还包含吸引子共存和阵发混沌等非线性现象。这些研究成果揭示了早期所谓奇异非线性现象的特点及其产生机理,促进了电力电子学在设计 and 应用上的发展。

1.3.3 调速电路

人们对电机动态特性进行研究的过程中发现,电机传动系统中的不规则运动现象与混沌具有相似之处。Kuroe 和 Hayashi 在第 20 届 IEEE 电力电子专家会议上首次报道了脉冲宽度调制(Pulse Width Modulation-PWM)电压调制的变频感应电动机传动系统的混沌现象^[55],调速系统混沌研究自此拉开了序幕。

调速系统混沌研究内容主要集中在两个方面:一是系统内在分岔特征和混沌现象的挖掘。依据传动部件的不同,这部分内容主要集中在以下几个方面:
① 交流感应电机:文献[55]通过对交流调速系统在不同负载转矩和变频器输出电压谐波的条件进行分析,发现了系统存在倍周期分岔、Neimark-Sacker 分岔和 Hopf 分岔等非线性现象,同时指出系统在步入混沌以后输出转矩会在较宽范围内出现貌似随机振荡。在此基础上,文献[56-57]进一步研究了电流滞环控制和空间矢量调制的感应电机调速系统中的分岔和混沌现象。文献[58]首次研究了一台注入三次谐波的交流五相感应电机的 Hopf 分岔、鞍-结分岔等非线性行为,获得了适合混沌分析的 6 阶系统模型。
② 直流电机:由于等效数学模型相对简单且易于控制,直流调速系统的混沌研究发展相对较快。文献[59-62]通过电路等效关系将直流调速系统等效为精确的二维映射方程,依据系统 Jacobian 矩阵确定了系统分岔点以及混沌振荡现象。在这个直流调速系统中,Buck 斩波器是唯一的非线性环节,这说明功率开关变换器是影响调速系统稳定性能的一个关键因素。文献[63]利用仿真方法研究了电流控制模式直流电动力学模型,分析了输入电压和速度反馈增益变化时,连续导通和不连续导通两种

运行模式下的不同分岔行为。文献[64]研究了全桥变换器供电的直流电机在不同运行工况下的分岔和混沌现象,并引入一种改进的小数据算法计算系统最大 Lyapunov 指数确定混沌的存在。文献[65]研究了双核 Buck 供电模式下数字控制速度闭环直流电机稳定性。通过在特定条件下的等效简化,将系统模型简化为三阶离散时间模型形式,利用数值和图形方法研究了低频振荡和混沌现象。文献[66]研究了光伏直流水泵系统最大功率点跟踪算法下的动力学行为,指出在两种不同算法下系统分别表现为混沌和准周期行为。

③ 永磁同步电机:永磁同步电机内部变量数学方程可以通过时间坐标和状态量变换的方式转化为 Lorenz 方程的形式,这为分岔道路与混沌振荡的研究提供了便利^[67]。文献[68-70]利用同样的方法建立了表贴式永磁同步电机系统动力学数学模型,研究了非零输入电压和非零负载工况下系统的 Hopf 分岔、倍周期分岔、Fold 分岔及混沌行为。文献[71]将混沌研究扩展到嵌入式永磁同步电机系统,指出参数变化时系统通过阵发途径步入混沌运行。

④ 磁阻式电机:文献[72-73]利用混沌理论和时间序列分析方法研究了步进电机中准周期和混沌行为,计算了系统的最大 Lyapunov 指数和分形维数,指出系统存在吸引子共存现象。SRD 具有结构坚固、控制灵活、可靠性高等优点,但由于具有各相独立工作及磁饱和等特点,系统非线性特征明显。文献[74-76]对一台电压 PWM 调制 SRD 系统磁链模型进行简化,并基于推导出的磁链模型分析系统的庞加莱映射及其雅克比矩阵,运用牛顿拉弗逊算法获得系统迭代映射的不动点,指出转速闭环 SRD 系统中随控制环增益、负载转矩以及参考转速等参数变化存在倍周期分岔通向混沌的道路。文献[77]分析了电流滞环控制策略下 SRD 系统中的周期和混沌行为,指出周期和混沌两种运行状态下系统转矩幅值变化并不明显,混沌运行有利于抑制系统的电磁干扰(Electromagnetic Interference-EMI)和机械噪声。近年来,De Castro 等人集中研究了直线 SRD 系统中的分岔和混沌行为。文献[78]对比了直线 SRD 系统非线性模型及其简化模型中的非线性现象,分析了系统随步进开关频率变化时的倍周期分岔、周期窗和混沌行为。文献[79-80]通过仿真直线 SRD 系统五阶数学模型研究了其分岔和混沌行为,基于仿真和实验时间序列数据计算了系统分形维数和最大 Lyapunov 指数,确定了系统中存在混沌现象,进一步证实了 SRD 中蕴含的丰富的非线性动力学行为。

另一个方面的研究侧重于设计控制策略以达到抑制或者诱发混沌的目的。混沌的出现会引发转矩、转速等输出量发生幅值较大的振荡^[55];混沌又有利于降低调速系统变换器电路的电磁干扰以及机械噪声,因此在对调速性能要求不高的场合,可以考虑诱发混沌并加以利用。文献[81]基于实验方法,利用传统的时间延迟反馈控制实现了对电压模式直流调速系统中混沌的抑制,并以解析方