理性派

图解直观数学译丛

麦克斯韦方程直观

（翻译版）

[美]Daniel Fleisch 著　　唐璐 刘波峰 译

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

图解直观数学译丛

麦克斯韦方程直观
（翻译版）

（美）丹尼尔·弗雷希　著
唐璐　刘波峰　译

机械工业出版社

本书用浅显的语言，介绍了科学中4个最有影响力的方程：高斯电场定律、高斯磁场定律、法拉第定律和安培—麦克斯韦定律。书中对每个方程都进行了详尽的讲解，包括每个符号的物理意义，各方程的积分形式和微分形式等。本书还配有网站。网站提供了书中所有内容的英文原声 MP3 文件，可以在线播放。网站上还有书中所有习题的答案和解题步骤，以及互动形式的分步骤提示。网站的网址是 www4. wittenberg. edu/maxwell/。（机械工业出版社不保证该网站可用）

本书可作为相关课程教材使用，也可作为电子信息等专业课程的配套辅导书，还可以供自学使用。

First published 2008

北京市版权局著作权合同登记号——图字：01-2012-6635

图书在版编目（CIP）数据

麦克斯韦方程直观：翻译版/（美）丹尼尔·弗雷希著；唐璐译．—北京：机械工业出版社，2013.8

（图解直观数学译丛）

ISBN 978-7-111-43041-4

Ⅰ.①麦… Ⅱ.①弗…②唐… Ⅲ.①电磁学 Ⅳ.①0441

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 136475 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
策划编辑：韩效杰 责任编辑：韩效杰 陈崇昱
版式设计：霍永明 责任校对：张 媛
封面设计：路恩中 责任印制：乔 宇
北京机工印刷厂印刷（三河市南杨庄国丰装订厂装订）
2014年7月第1版第1次印刷
169mm×239mm·9.25印张·2插页·159千字
标准书号：ISBN 978-7-111-43041-4
定价：29.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：(010)68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：(010)88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：(010)88379203	**封面无防伪标均为盗版**

译者的话

1951 年，费曼（后来于 1965 年获得诺贝尔物理学奖）访问巴西，并进行了为期 10 个月的教学，为当地学生讲授麦克斯韦方程。他观察到，这里的学生把书本背得都很熟，但却完全不理解自己在背些什么，他们不会举一反三，也不会问问题，他们学习的目的只有一个——应对考试。

费曼说：

这好比一个深爱希腊文的希腊学者……跑到别的国家，发现那里的人都在研究希腊文，甚至小学生也在读……他问学生："苏格拉底对真理与美的关系有何见解？"学生答不出来。学者又问："苏格拉底在第三次对话录中跟柏拉图说过些什么？"学生立刻一字不漏地把苏格拉底说过的话背了出来。可是苏格拉底在第三次对话录里所说的，正是真理和美的关系！……实在看不出在这种不断重复的体制中，谁能受到任何教育。大家都在努力考试，然后教下一代如何会考试，大家什么都不懂。

费曼对巴西做出这样的观察是在 20 世纪 50 年代初，不过如果他来到几十年后的中国，会发现这个问题依然存在。我们不断地呼吁素质教育，却看到越来越多疲于应付各级考试的学生，越来越多焦虑地为孩子报名各类考试辅导班的家长，考试辅导书在书店书架上占据着显眼的位置，而那些能够发自内心喜欢和欣赏科学和艺术之美的学生却越来越罕见。

作为电气信息类专业的高校老师，译者在为学生讲解麦克斯韦方程时也常有这样的困惑。在技术进步日新月异的今天，麦克斯韦方程的应用随处可见，其重要性不言而喻，然而它往往又是相关科目中最艰深的部分，让许多学生望而却步，只求考试通过就万事大吉，考试过后都还给老师，谈不上理解和掌握，更谈不上欣赏和喜欢。

带着这样的困惑，译者偶然遇到了读者手中的这本书，顿时有相见恨晚之感。这是一本难得的从直观角度讲解麦克斯韦方程的小书，篇幅短小，却透彻地讲述了麦克斯韦方程的思想以及相关的背景知识。读者只需不多的微积分知识，就可以毫无障碍地阅读这本书。在教学中对这本书的应用也收到了良好的反馈，很多学生反映阅读这本书后再学习课本上的相关内容有事半功倍的效果，深受鼓舞的译者决定将这本书引介到国内，以造福更多学生。

打开这本书的读者可能正在学习相关课程，却又受困于课本上繁杂的公式，不知该如何着手；也可能早已参加工作，却仍然对学习电磁理论感兴趣，遗憾当年

上课时的一知半解。那么这本书就是为你而写的,它不会花费你太多的时间和精力,也不会让你迷失在公式丛林中,你收获的将是对电磁学的直观理解,以及对麦克斯韦方程的简洁而强大之美的欣赏。

本书的排版方式比较特别,是采用"一一对应"(即本书一页对应英文原版一页)的方式进行的。这样的好处是对翻译有疑惑的读者可以很方便地通过页码找到英文原版中对应的内容。这种排版方式在有的地方不太符合阅读习惯,比如:很多页都没有排满就转页了,有的页从逗号断开进入下一页,有的页因为图片位置的调整显得内容非常少等。希望这种对美观的影响能为读者带来切实的便利。书后的索引是在原书索引的基础上重新整理并按照拼音顺序排序的,以便读者查阅。

本书的翻译得到了教育部卓越工程师计划湖南大学仪器学科项目的资助。机械工业出版社的编辑们以及许多工作人员为本书的引进、翻译和出版奉献了大量心力,在此深表谢意。

作为译者,希望在忠实于作者原意的同时也能体现出作者文字的优美,然而毕竟水平有限,翻译过程中也难免出现错误和不妥之处,恳请广大读者批评指正。

湖南大学 唐璐

前　言

这本书的目的是帮助你理解科学中最重要的 4 个方程。如果你对麦克斯韦方程组的力量还有所怀疑，看看你周围——广播、电视、雷达、无线上网和蓝牙，无数的现代技术都是建立在电磁场理论基础之上的。毫不奇怪《物理世界》(Physics World)的读者会将麦克斯韦方程组选为“历史上最重要的方程组”。

这本书与其他不计其数的电学和磁学课本又有何区别呢？首先，这本书专注于麦克斯韦方程组，这意味着你在学到根本性概念之前不用费时学习数百页相关的内容。这样就为深入解释最重要的特性留下了空间，比如基于电荷的电场与感生电场之间的差别、散度和旋度的物理意义，以及各方程的积分和微分形式的用途。

你会发现这本书的风格与其他书很不一样。每一章都以一个麦克斯韦方程的“展开图”作为开始，透彻地解释每一项的意义。如果你曾学习过麦克斯韦方程组，希望快速回顾一下，这些展开图也许就是你所需的一切。如果你对麦克斯韦方程组的某些方面不是很清楚，在展开图后面的各节中会有对每个符号(包括数学运算符)的详细解释。因此，如果你对高斯定律中 $\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}$ 的意义不清楚，或者不知道为什么环路上的磁场只由闭合曲线内的电流决定，你就需要看后面的内容。

这本书还有英文互动网站和音频可以帮助你理解和应用麦克斯韦方程。网站上以互动方式给出了书中每个问题的详细解答，你可以直接查看完整的答案，也可以在一步一步的提示的帮助下解答。如果你觉得听比看更适合你，也可以利用音频。这些 MP3 文件贯穿全书，给出了重要的细节，并对关键概念给出了更深入的解释。

这本书是否适合你？如果你是理工科的学生，在课本中遇到过麦克斯韦方程组，却又不清楚它们到底是什么意思以及如何使用它们，这本书就适合你。你可以在参加 GRE 等标准化考试之前读这本书，或是听 MP3，做例题和习题。如果你是正在复习准备考试的研究生，这本书也可以帮助你。

你也许既不是大学生也不是研究生，但你是一个想求知的年轻人，或是还有学习热情，想学一些关于电和磁的知识，这本书也能为你解释这 4 个作为许多现代技术的基础的方程。

书中的叙述风格是非形式化的，数学上的严格只有在不影响对麦克斯韦方程组物理意义的理解时才会兼顾。你会看到大量物理类比——例如，将电场和磁场的变化与流体的流动对比。麦克斯韦本人尤其擅长这种思维方式，他还曾特地指

出，类比之所以有用，不仅是因为量的相似，而是因为量之间的关系的对应。因此，虽然在静电场中并不是有什么东西真的在流动，但你还是会发现水龙头（作为流体的源头）与正电荷（作为电场线的源头）的类比非常有助于理解静电场的本质。

对于这本书中的4个麦克斯韦方程还有一点需要说明：你也许不知道麦克斯韦在提出电磁理论时，给出的描述电场和磁场特性的方程并不是4个而是20个。麦克斯韦去世20年后，才由英国的赫维赛德（Oliver Heaviside）和德国的赫兹（Heinrich Hertz）将麦克斯韦方程组简化为4个方程。今天我们将这4个方程分别称为高斯电场定律、高斯磁场定律、法拉第定律和安培-麦克斯韦定律。这四条定律就是今天所公认的麦克斯韦方程组，也是本书将阐释的内容。

目　录

第 1 章　高斯电场定律

在麦克斯韦方程组中，你会遇到两类电场：由电荷产生的静电场和由变化磁场产生的感生电场。高斯电场定律处理的是静电场，你会发现它是一个有力的工具，因为它将静电场的空间特性与产生电场的电荷分布关联起来。

1.1　高斯电场定律的积分形式

高斯定律有许多表现形式，在不同教科书中记法可能不一样，但积分形式通常表示为：

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}a = \frac{q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0} \text{ 高斯电场定律（积分形式）。}$$

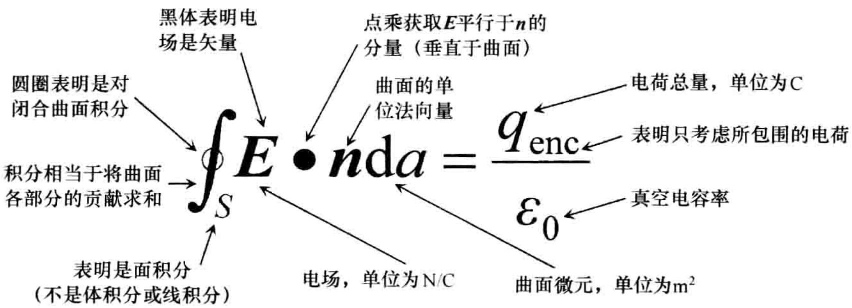
方程左边就是通过闭合曲面 S 的电通量（电场线的数量）的数学描述，而右边则是曲面包围的电荷总量除以真空电容率。

如果你不清楚“场线”或“电通量”的确切意义，不要着急——这一章会详细阐释这些概念。还有一些例子向你展示怎样利用高斯定律解决与静电场有关的问题。对于初学者，请掌握高斯定律的主要思想：

电荷产生电场，场通过任意闭合曲面的通量正比于曲面所包围的电荷总量。

也就是说，如果有一个真实的或想象的任意大小和形状的闭合曲面，在曲面内部没有电荷，通过曲面的电通量就必定为零。如果在曲面内部放入一些正电荷，通过曲面的电通量就为正。如果在曲面内部又放入等量的负电荷（使得包围的电荷总量为零），通量就又变成零。高斯定律说的是曲面所包围的净电荷。

为了帮助读者理解高斯电场定律积分形式中每个符号的意义，下面给出了展开图：



高斯定律有什么用呢？下面是可以用这个方程解决的两类基本问题：

（1）给定电荷分布，可以算出包围电荷的曲面的电通量。

（2）给定通过闭合曲面的电通量，可以算出曲面包围的电荷总量。

高斯定律最大的好处是，对于一些非常对称的电荷分布，可以推断出电场本身，而不仅仅是通过曲面的电通量。

虽然高斯定律的积分形式看上去有些复杂，但还是完全可以逐项来理解的。这就是本章后面的内容，首先是 $\boldsymbol{E}$，电场。

$\boxed{E}$ 电场

要理解高斯定律，首先要理解电场的概念。在一些物理和工程书籍中，没有直接给出电场的定义；一般，你读到的是这样的陈述，有电作用力的地方“就认为存在”电场。那到底什么是电场呢？

这个问题有深层的哲学意义，但不容易回答。法拉第（Michael Faraday）第一个提出电的“力场”，麦克斯韦则提出这个场在带电物体的周围——电荷力作用到的地方。

在大部分定义电场的尝试中，一条共同的线索是场与力密切相关。因此有一个实用主义的定义：单位电场是单位电荷施加在单位带电物体上的电排斥力。虽然哲学家对电场的真实含义有争议，你只需将任意位置的电场大小视为在那个位置上的每库仑（C）电量受到的以牛顿（N）为单位的电排斥力的大小，就可以解决许多实际问题。因此，电场可以用以下关系定义：

$$\boldsymbol{E} \equiv \frac{\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}}{q_0}。 \tag{1.1}$$

式中，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$ 是对一个小[㊀]电荷 q_0 的电场力。这个定义凸显了电场的两个重要性质：

（1）$\boldsymbol{E}$ 是矢量，大小正比于力，方向为正测试电荷的受力方向。

（2）$\boldsymbol{E}$ 的单位是牛顿/库仑（N/C），等同于伏特/米（V/m），因为伏特 = 牛顿 × 米/库仑。

在应用高斯定律时，将带电物体周围的电场描绘出来会有助于分析。常用的方法是用箭头或“场线”构造电场的图形，方向指向空间中各点场的方向。如果用箭头描绘，则箭头长度表示场的强弱，

㊀ 为什么物理学家和工程师喜欢讨论小的测试电荷？因为这个电荷的作用是测试某个位置的电场，而非再去叠加一个电场（虽然你无法避免这种情况）。让测试电荷无穷小可以最小化测试电荷本身电场的作用。

如果用场线描述，则线的疏密表示场的强弱（线越密则场强越强），在你看用线或箭头描绘电场时，请记住在线与线之间同样存在电场。

图 1.1 是一些与高斯定律应用有关的电场的例子。

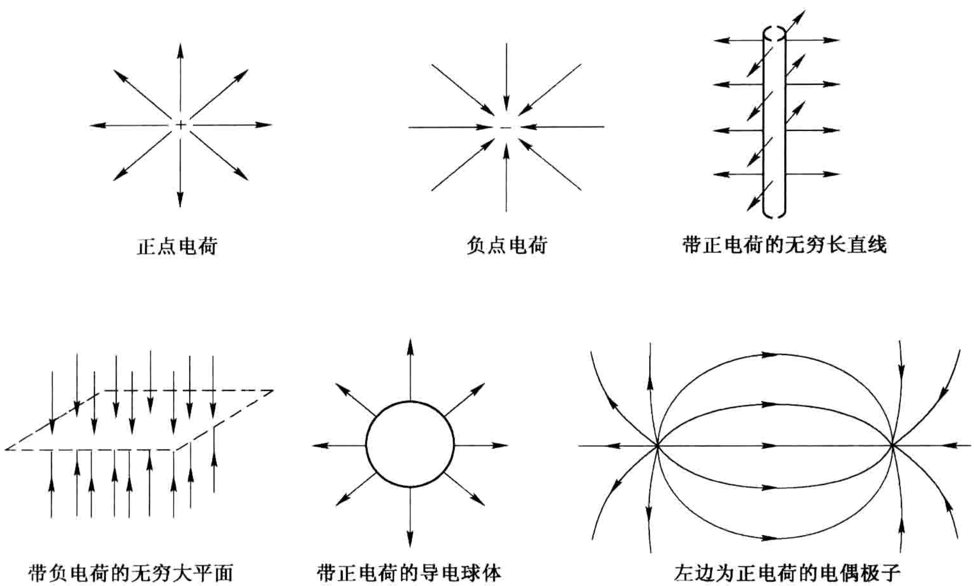


图 1.1　电场的例子

注意：这些电场都是 3 维的；在本书的网站上有这些图的完整的 3 维可视化效果。

下面是一些可以帮助你描绘电荷产生的电场的经验法则[⊖]：

- 电场线必须从正电荷出发，终止于负电荷。
- 任何一点的净电场等于这一点存在的所有电场的矢量和。
- 电场线不相交，因为这意味着电场在一个位置上有两个不同的方向（如果在一个位置上有多个不同的电场作用，则总电场为各电场的矢量之和，电场线则总是指向唯一的总电场方向）。

⊖ 在第 3 章，读者将会认识到不是由电荷而是由变化磁场所产生的电场。这一类场会绕回其自身，它所遵循的法则不同于由电荷产生的电场。

- 当导体处于平衡时，电场线总是垂直于导体的表面。

表 1.1 中有一些简单物体的周围电场的公式。

表 1.1　简单物体的电场公式

点电荷（电荷量 $=q$）	$\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\boldsymbol{r}$（$r$ 为与电荷的距离）
导电球体（电荷量 $=Q$）	$\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}\boldsymbol{r}$（外部，$r$ 为与球心的距离） $\boldsymbol{E}=0$（内部）
均匀的带电绝缘球体（电荷量 $=Q$，半径 $=r_0$）	$\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}\boldsymbol{r}$（外部，$r$ 为与球心的距离） $\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qr}{r_0^3}\boldsymbol{r}$（内部，$r$ 为与球心的距离）
无穷长带电直线（电荷线密度 $=\lambda$）	$\boldsymbol{E}=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda}{r}\boldsymbol{r}$
无穷大带电平面（电荷面密度 $=\sigma$）	$\boldsymbol{E}=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{n}$

那么高斯定律中的 $\boldsymbol{E}$ 究竟表示的是什么呢？它表示的是所考虑的曲面上各点的总电场。曲面可以是真实的也可以是假想的，后面讲到高斯定律的面积分的意义时你将了解到这一点。但首先你应当认识积分中的点乘和单位法向量。

$\boxed{\cdot}$ 点乘

当你在处理带有乘号（圆点或叉）的方程时，最好是检查一下符号两边的项。如果是粗体字或是上面有矢量箭头标记（例如高斯定律中的 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{n}$），方程进行的就是矢量乘法，矢量是有大小和方向的量，它有几种不同的相乘方式。

在高斯定律中，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{n}$ 之间的圆点表示的是电场矢量 $\boldsymbol{E}$ 和单位法向量 $\boldsymbol{n}$（下一节讨论）之间的点乘（或“内积”）。如果你知道各矢量的笛卡儿分量，你就能用下面的式子计算：

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z。\tag{1.2}$$

如果知道矢量之间的夹角，也可以用

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=|\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}|\cos\theta,\tag{1.3}$$

式中，$|\boldsymbol{A}|$ 和 $|\boldsymbol{B}|$ 表示矢量的大小（长度）。请注意两个矢量的点乘得到的结果是一个标量。

为了理解点乘的物理意义，通常考虑夹角为 θ 的两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$，如图 1.2a 所示。

矢量 $\boldsymbol{A}$ 在矢量 $\boldsymbol{B}$ 上的投影为 $|\boldsymbol{A}|\cos\theta$，如图 1.2b 所示。将投影与矢量 $\boldsymbol{B}$ 的长度相乘得到 $|\boldsymbol{A}|\,|\boldsymbol{B}|\cos\theta$。因此点乘 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ 表示的是 $\boldsymbol{A}$ 在 $\boldsymbol{B}$ 的方向上的投影乘以 $\boldsymbol{B}$ 的长度[⊖]。等你理解了矢量 $\boldsymbol{n}$ 的意义后就会很容易理解这个运算在高斯定律中的作用。

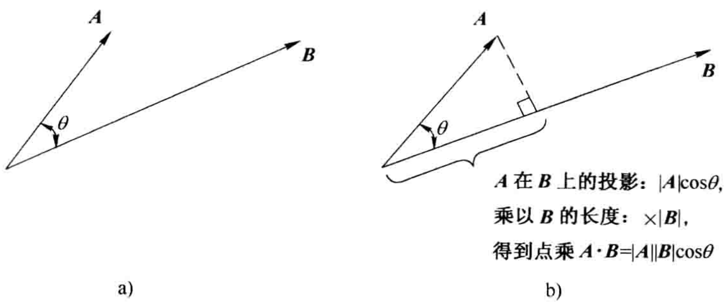


图 1.2　点乘的意义

⊖ 用 $\boldsymbol{B}$ 在 $\boldsymbol{A}$ 的方向上的投影乘以 $\boldsymbol{A}$ 的长度可以得到相同的结果。

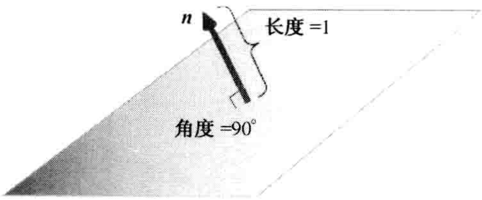
$\boxed{\boldsymbol{n}}$ 单位法向量

单位法向量的概念很直观；在曲面上任何一点作垂直于曲面的单位长度的矢量。这个矢量记为 $\boldsymbol{n}$，“单位”意指其长度为 1，“法向”意指其垂直于曲面。平面的单位法向量如图 1.3a 所示。

当然，在图 1.3a 中你也可以用方向相反的矢量表示单位法向量，在一个开放曲面的两面之间没有本质区别（开放曲面意思是说从曲面的一面到另一面可以不用穿过曲面）。

对于闭合曲面（曲面将空间分为“内部”和“外部”），单位法向量的方向没有歧义。通常将闭合曲面的单位法向量指向外面——离开曲面包围的空腔。图 1.3b 是球面上的一些单位法向量；如果将地球假设成完美的球体，那么地球南极和北极的单位法向量将指向相反的方向。

有些书用的记号不是 $\boldsymbol{n}\mathrm{d}a$ 而是 $\mathrm{d}\boldsymbol{a}$。这种记法是将单位法向量与单位面积元 $\mathrm{d}\boldsymbol{a}$ 结合在一起，其大小等于面积 $\mathrm{d}a$，方向则指向曲面法向量 $\boldsymbol{n}$。因此 $\boldsymbol{n}\mathrm{d}a$ 和 $\mathrm{d}\boldsymbol{a}$ 的意义是一样的。



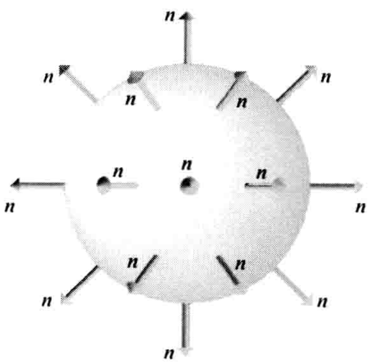


图 1.3　平面和球面的单位法向量