Numerical Analysis on Explosion and Impact Dynamics by Material Point Method

爆炸冲击动力学数值分析

物质点法

王宇新 著

李晓杰 主审

中国建筑工业出版社

Numerical Analysis on Explosion and Impact Dynamics by Material Point Method

爆炸冲击动力学数值分析
物质点法

王宇新　著
李晓杰　主审

中国建筑工业出版社

图书在版编目（CIP）数据

爆炸冲击动力学数值分析物质点法/王宇新著．—北京：中国建筑工业出版社，2014.4

ISBN 978-7-112-16537-7

Ⅰ．①爆…　Ⅱ．①王…　Ⅲ．①爆炸力学—冲击动力学—数值分析　Ⅳ．①O38

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 045072 号

本书是一本论述无网格 MPM 法理论模型、数值计算方法、程序设计以及在爆炸冲击动力学领域中工程应用的专著。全书共分为七章，包括：绪论、MPM 法基本理论、爆炸冲击动力学理论模型、MPM 法在碰撞冲击问题中的应用、MPM 法在炸药爆轰问题中的应用、MPM 法在爆炸焊接问题中的应用和爆炸冲击动力学 MPM 法软件设计，并在附录中提供了 MPM 法显式积分计算 C++程序代码。

本书内容适用于高年级工程力学专业的本科学生、研究生和从事爆炸冲击动力学研究的科研工作者和专业人员。本书所讨论的数值计算方法和程序代码对于计算爆炸冲击动力学领域中研究爆炸冲击、高速碰撞冲击、爆炸焊接、弹塑性变形的热力耦合计算分析等专业的学生和研究人员具有实际应用的参考价值。

*　　*　　*

责任编辑：田启铭　李玲洁
责任设计：董建平
责任校对：张　颖　赵　颖

爆炸冲击动力学数值分析
物质点法

王宇新　著
李晓杰　主审

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）
各地新华书店、建筑书店经销
北京千辰公司制版
北京君升印刷有限公司印刷

*

开本：787×1092 毫米　1/16　印张：15¾　字数：420 千字
2014 年 4 月第一版　2014 年 4 月第一次印刷
定价：**48.00** 元

ISBN 978-7-112-16537-7
(25387)

版权所有　翻印必究
如有印装质量问题，可寄本社退换
（邮政编码 100037）

安徽理工大学图書馆 藏書

力学和谐之美

庄子曰："天地有大美而不言，四时有明法而不议，万物有成理而不说。圣人者，原天地之美而达万物之理。"力学之美也正是如此，对于静力学问题计算以及在冲击载荷下的塑性大变形问题的求解，无论是采用传统有限元法还是离散质点粒子法，不但所有的单元之间存在着协调性关系，而且通过数值模拟以及图形可视化方式所展现的计算结果犹如一幅令人赏心悦目的美术作品。随着对力学理论的深入研究，不禁惊叹物质内部的结构力学关系之美，在静态平衡状态，不管哪一种材料在显微镜下所看到的微观结构都是一种美；当受到外力作用时，材料内部微观粒子产生的变形具有协调性的曲线之美；即使在强烈的冲击载荷作用下，材料发生剧烈的变形、破坏甚至相变，当计算机模拟这个过程时，绘制出动态图形图像犹如一幅美丽的风景呈现在人们眼中。物质构造本身就是一种美，力学之美是一种和谐之美，从事计算力学研究的专家和学者们是美的创造者，能够有幸作为计算力学研究工作者，并徜徉在如此美丽的胜景中，人生亦复何求！

每一种计算力学的数值求解方法都有其各自突出的优势，面对众多不同类型的力学问题不可能完全实现普适性，用一种方法就毕其功于一役是不现实的。因此，本书将主要介绍物质点法在求解爆炸冲击动力学问题的优势以及具体数值计算方法，突出如何解决爆炸冲击动力学问题和应用于工程实际，有效地发挥物质点法的优势所在。虽然物质点法数值计算格式简单，在计算某些力学问题时也有它的不足和缺陷，但是当对这些不足进行修补时，往往又损失了原有的一些优势，正如老子曰："大成若缺，其用不弊。"任何算法都是不完美的，只有不完美才能不断地向完美趋近。因此，本书重点介绍物质点法在爆炸冲击动力学中的应用和解决工程实际问题的科学方法和优势所在，对于如何解决物质点算法存在的一些缺陷无须过分关注和纠结，也许缺陷的存在本身就是合理的，就像维纳斯的断臂一样，缺陷也是一种美。

前言

关于本书

长期以来，有限元法是求解各种工程力学问题的主要数值计算方法，但在计算塑性大变形和爆炸冲击等问题时，重新划分网格和不同介质的耦合分析是有限元法的难题。为此，一种与网格无关的数值方法——无网格法成为目前的研究热点，无网格法的基本特征是将连续体划分为有限个质点集合，连续体的所有力学属性由这些质点来描述，在外部载荷作用下，通过质点来跟踪连续体的变形、移动和破坏，不存在重新划分网格的问题。物质点法（Material Point Method，简称 MPM 法）作为无网格法之一，它是在质点网格法（PIC）和流体隐式粒子法（Fluent Implicit Particle，简称 FLIP）基础上发展起来的一种数值计算方法，MPM 法最重要的特征是将拉格朗日法和欧拉法的优势结合在一起，即使用欧拉背景网格与拉格朗日质点单元针对各种计算力学问题进行计算，算法简单计算稳定且效率高，应用计算机编程很容易实现三维数值模拟。在单一计算域中，可以建立多物理场相互作用的耦合分析理论模型，尤其在计算爆炸冲击和高速冲击载荷下的塑性大变形问题时，数值计算精度和计算效率相对其他无网格法有很强的优势。例如，在冲击载荷作用下处理不同材料的自由表面、变形边界、移动界面以及混合介质的数值计算时，应用有限元法和有限差分法处理就比较困难，而 MPM 法却能够很容易解决这些难题。

内容摘要

本书内容总计分为七章，主要阐述 MPM 法的基本算法和在爆炸冲击动力学中应用，并对当前 MPM 法最新研究进展作出简要地叙述。主要内容如下：

第 1 章　绪论，主要介绍当前常用无网格法在求解计算力学问题中的应用及其特点，重点介绍 MPM 法的基本思想和实现三维数值模拟的程序设计基本思路；

第 2 章　MPM 法基本理论，对 MPM 法的基本概念和算法进行详细阐述，并对 MPM 法应用显示积分算法的具体数值计算过程进行说明；

第 3 章　爆炸冲击动力学理论模型，材料高速冲击问题数值计算中所涉及的弹塑性理论模型、相关的材料本构或状态方程以及屈服准则、流动准则、加载和卸载准则等进行介绍。

第 4 章　MPM 法在碰撞冲击问题中的应用，应力波传播、针对材料在高速冲击载荷下塑性变形和破坏问题，以具体计算实例论述 MPM 法求解此类问题的数值方法以及优势。

第 5 章　MPM 法在炸药爆轰问题中的应用，主要介绍炸药爆轰理论基础，如何应用 MPM 法计算并模拟炸药单点起爆、爆轰聚能射流和爆轰波的传递与碰撞汇聚等典型实例。

第 6 章　MPM 法在爆炸焊接问题中的应用，本章主要介绍如何应用无网格 MPM 法对爆炸焊接的复板飞行姿态、炸药滑移爆轰和双金属碰撞变形过程进行三维数值模拟，同时还应用热力耦合计算模型对爆炸焊接复合界面波的形成和温度场进行了模拟分析。

第 7 章　爆炸冲击动力学 MPM 法软件设计，作为一种计算效率比较高的无网格法，经过十几年的研究和应用，有必要开发一套无网格法的计算力学分析软件。本章主要介绍

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

无网格 MPM 法三维软件设计方法，包括前处理、主体计算模块和后处理，完全采用图形交互方式划分质点单元、定义载荷条件和各种约束条件，为推动无网格法从理论研究向工程应用构建一个有效的计算平台。

附录 A　给出了 MPM 法显式积分计算 C + + 程序代码，基于面向对象程序设计思想，应用 C + + 编程工具开发了 MPM 法数值计算主体代码，仅供相关专业的研究者参考。

致谢

作者非常感恩并怀念已故导师顾元宪教授，永远忘不了他的微笑。在物质点法和爆炸冲击动力学研究应用方面受到大连理工大学工程力学系张洪武教授和美国密苏里大学陈震教授的耐心指导。在本书撰写过程中得到了大连理工大学工程力学系冲击动力学研究室主任李晓杰教授的大力支持，并对本书所有内容作了认真地审核，同时指导作者解决了爆炸冲击动力学数值计算中的很多疑难困惑；大连理工大学爆炸复合研究中心奚进一副教授、董守华副教授为本书出版给予了“多方面”支持；在爆炸冲击实验测试中孙明老师做了大量工作。在此，表示深深地诚挚谢意。作者也借鉴参考了国内外在此研究领域中的各位学者专家的理论模型和解决方案，没有前人的工作基础，不可能完成本书的编写工作。由于本人水平有限，书中有错误在所难免，敬请批评指正。

本书出版受到国家自然科学基金项目“炸药爆轰合成碳包覆纳米金属粒子与其机理研究，基金编号：10972051”和“炸药爆轰状态方程参数的水下爆炸测试方法研究，基金编号：11272081”的资助，在此一并表示感谢！

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第1章　绪　　论

1.1　爆炸冲击动力学概述

目前，国内外许多专家学者在数值计算方法、理论和实验研究的基础上，对于爆炸冲击响应、非线性大变形、材料结构的损伤破坏、炸药爆轰及其多相介质耦合分析等问题提出了许多卓有成效的理论模型。随着计算机软硬件高速发展，关于爆炸冲击问题的许多数值计算方法和程序也应运而生，包括并行计算、网格计算等各种新的计算方法，在力学大规模计算和程序设计中，发挥了重要作用，从而推进了理论研究工作不断细化和创新。近几十年来，计算各种工程力学问题仍然以有限元法和有限差分法作为主要数值分析方法，处理爆炸冲击载荷作用下材料高速碰撞，金属加工塑性大变形、断裂和裂纹扩展等问题时，由于有限元网格发生畸变，导致有限元网格重新划分产生困难，使得计算精度下降，甚至计算过程不得不终止[1-3]，而且应用有限元法计算流-固耦合以及多相介质的冲击大变形问题时，需要考虑不同介质分界面的移动、变形和破坏等情形，同时在该区域需要重新划分网格单元，或采用自适应有限元网格划分方法进行处理[4]。为了改善和克服有限元方法的缺陷，在更新网格单元算法方面包括有限元自适应网格划分[5]、三维网格单元剖分算法优化等[6]，在数值计算方法上包括欧拉法、拉格朗日法、质点网格法、多物质流体网格法以及任意欧拉-拉格朗日等各种求解方法被广泛应用于求解各种材料非线性、爆炸冲击力学问题[7-10]，但计算精度和计算效率非常有限，仍需要进一步深入研究探索。

无网格法作为一种新的数值方法，解决了有限元中网格重分的困难，最近十几年，国内外学者在无网格法计算方面作了大量的研究工作，国外对无网格法的应用研究起步较早，国内对其研究始于20世纪90年代以后，涉及的领域和问题类别也非常有限，大部分集中于金属塑性加工、材料大变形、裂纹扩展、材料的非连续性等问题，应用无网格法研究爆炸冲击等问题并不多见。本节将对求解爆炸冲击问题的各种经典计算方法、数值模拟程序和目前常用的无网格法特点在这里进行简要叙述。

1.2　爆炸冲击经典数值计算方法

在爆炸冲击动力学领域中，关于各种数值计算方法的研究开发从未停止过，包括建立数学模型、选择材料本构模型、数值计算方法和实验研究等诸多方面。计算机未出现之前，最初许多问题使用解析法计算，解析解和近似解在工程中的应用范围很小，并且精度也很低，为了使计算结果在工程中具有较高的计算精度和应用价值，早在20世纪初，英国学者Richardson提出了使用数值计算方法解决流体力学的问题。第一台计算机诞生以后，特别是20世纪60年代之后，随着计算机技术的飞速发展，各种数值计算方法也应运

而生，为数值计算方法开发与实现奠定了硬件基础，弹塑性应力波理论、有限元法和有限差分法作为主导的数值计算方法被广泛应用[11-13]，通过对描述各种力学问题的连续微分方程组进行离散化，对每个离散的单元使用计算机求解，从而解决了大量工程问题。尤其是进入到 20 世纪 90 年代以后，PC 机大量普及和发展，其性能已经超过了过去的工作站，在上海国家超级计算中心的各种大型计算机、多组 CPU 联合工作的并行计算机，为实现各种高性能数值计算和研究并行算法提供了卓越的软硬件平台，特别是对于开展大规模数值计算工作，计算效率得到迅速提高，使得许多复杂的计算力学问题，通过高性能并行计算机获得成功解决，取得了大量的科研成果。

1.2.1 弹塑性应力波理论

应力波理论是研究爆炸冲击力学问题的有效手段之一，在爆炸、高速撞击以及地震波等问题中，应力波理论能够对冲击载荷下材料响应和动态力学行为作出深入而准确地描述，例如利用爆炸后地应力波的传播、反射和折射来研究地球内部结构，应用应力波理论研究高速撞击下材料的动态力学性能，利用应力波的破坏机理研制破碎装甲的武器，这些应用说明应力波理论是爆炸冲击力学问题研究中有效的手段之一。早在 20 世纪初，国外许多学者就开始探索应力波理论及应用，第二次世界大战期间，由于军事技术上的要求为应力波理论应用开辟了新局面，为提高装甲强度，英、美及苏联等一些学者各自独立地创立了塑性波理论，对非线性加载波的传播问题应用气体动力学中特征线方法来求解，并将流体动力学理论应用到高压载荷作用下固体的力学行为研究，即将高压下的固体忽略其剪切强度，按照可压缩流体来处理，进一步发展了塑性波理论。在 20 世纪 70 年代，国内外对复合应力波问题做了大量研究，最重要的是发现了弹塑性耦合的快波和慢波现象，复合应力波的研究是塑性波理论发展的一个必然趋势，与此同时，各向同性和各向异性材料中三维弹塑性波的理论框架也建立起来。

目前，应力波理论研究和应用也得到了不断扩展，由线性弹性波发展到大变形的非线性弹性波，由低压弹性波和极高压流体应力波发展到弹塑性波和黏塑性波，由单纯波发展到复合波，由连续波发展到具有各阶间断奇异面的传播，如冲击波和加速度波等，应力波理论研究开辟了在爆炸冲击领域内的广阔应用前景，R. A. W. Mines 应用一维应力波理论计算了在高速飞片冲击作用下内衬多孔铝的多层复合装甲板动态响应和各层材料中入射波、反射波强度和材料变形等[14]。国内学者王礼立、朱兆祥等对应力波理论研究与应用做了大量工作，并在文献[15]中对应力波的理论进行了详细的论述。中国科技大学胡时胜研究了分层材料不同排列次序对冲击波透射效果所产生的影响，提出了削减爆炸冲击波透射强度的材料最优化排列次序方法，并用该法对坦克装甲双层内衬材料的排列结构进行了讨论。在应力波理论研究中，当求解多相介质或者多层非均质材料弹塑性应力波的传播过程和涉及应力波在不同材料分界面处多次入射、透射和反射和多次追赶叠加等问题时，使用经典的数值计算方法较为困难，尤其是计算三维问题。

最近几年，无网格法计算弹塑性应力波问题获得了很好的应用和数值计算结果，由于无网格法不需要考虑材料分界面处的移动和变形，并且应力波在材料分界面处的连续条件自动满足，应用无网格法计算不需要特别处理界面的问题，而且对于非均质材料的应力波传播可以应用无网格法从材料细观方面进行分析[16]。在国内外一些学者应用无网格法计

算了材料在冲击载荷下应力波传播问题，Z. Chen 等应用物质点 MPM 法计算了一维应力波在杆中传播的问题[17]。王肖钧等采用改进的光滑粒子 SPH 法，对脉冲应力载荷下板中弹塑性一维应变波的传播进行了数值计算，与理论解相比，光滑粒子法在应力波数值计算中具有良好的精度[18]。

1.2.2 Lagrangian 法和 Eulerian 法

有限元法和有限差分法仍然是爆炸冲击动力学数值计算中的主流方法，有限元法在固体力学、结构力学、冲击动力学、材料发生大变形的弹塑性力学中被广泛应用，而有限差分法则在高速冲击动力学、流体力学和爆炸力学等领域中获得大量应用[19]。基于有限元法和有限差分法理论模型，对爆炸冲击动力学的计算方法探索不断地向前推进，解决了许多具体实际问题。按照坐标定义方式区分，数值计算方法分为 Lagrangian 法和 Eulerian 法，Lagrangian 法是节点和单元随着材料变形一起移动，即网格与材料变形运动相一致的，质量自动守恒，可以清楚地表示出计算域内各种物质界面及自由界面的变形，通过跟踪材料质点，能够很容易处理复杂的边界条件，这是 Lagrangian 法的魅力所在。在固体力学问题中，应力场一般依赖于材料当前变形和历史变形，需要指定初始构形。因此，对于求解固体材料小变形问题，Lagrangian 法具有很大的优势，但当材料发生大变形和断裂时，由于网格扭曲产生重叠和纠缠现象，导致计算精度下降，甚至产生负质量而使计算终止，对于某些问题，Lagrangian 法根本不适用，如计算机翼周围高速流体力学状态、爆炸穿甲和射流等特定空间区域问题。为了克服这个缺点，一是通过减小时间步长，但这种方式处理网格畸变是非常有限的；二是目前最为常用的方法，对扭曲的网格进行重新划分，但重新划分网格需要技巧，尤其自适应网格划分至今仍然是研究热点[20,21]，还有许多不成熟之处。此外，一种精确而实用的新计算方法——自由拉格朗日法被提出，非常适合冲击大变形和侵彻问题的计算[22]，其特点是：当材料变形引起网格单元发生畸变时，这些网格将自动地重新连接，在自由拉格朗日法中，网格单元仍随材料同时运动，并且每一节点可以具有许多相邻的网格节点，当网格一旦发生扭曲和缠绕时，这些单元节点在任一时刻都可以重新连接，这种方法有效地解决了网格重新划分的问题，但连续再分区和网格对接是自由拉格朗日法的难点。

由于 Lagrangian 法的缺陷，对于材料冲击大变形、断裂和动态裂纹扩展等问题 Lagrangian 法很难计算，这样就需要 Eulerian 法来求解此类问题，Eulerian 法特点是单元节点在空间中是固定的，并不随材料变形而发生改变，材料通过各网格单元流进流出，不存在网格相交问题，即使材料发生大变形，不需要重分网格和改变计算时间步长，不存在 Lagrangian 法计算过程中的误差和计算无法进行的缺陷，因此，Eulerian 法被广泛使用在流体动力学、爆炸冲击和大变形问题的计算中。何长江等人应用 Eulerian 法对高速碰撞问题进行了三维计算和数值模拟[8]。但 Eulerian 法也有一些无法避免的缺陷，由于网格采用固定空间坐标系，在计算弹塑性大变形问题时，处理边界移动和相互耦合作用十分困难，不能清晰地表达材料边界构形，对于多维计算问题更为明显，尤其是涉及多相混合介质问题，当流场中出现多种物质时，不能清晰地描述各物质间的分界面，这使得 Eulerian 法的应用受到很多限制。近些年，国内外对 Eulerian 法作了许多改进，流体网格法 FLIC 是一种典型的 Eulerian 法[23]，对单一物质流场计算非常方便，不受材料大变形影响，但该种方法很难处理多相介质问题。为了解决这一矛盾，后期又提出了标记网格法 MAC、质点网格法 PIC，多流体网格

法 MMIC3D，这些方法又使得计算程序编写相对复杂，程序运行时间也加长了。

1.2.3 ALE 法

鉴于 Lagrangian 法和 Eulerian 法各自缺陷，如果将二者有机地耦合，充分利用各自的优势，克服各自的缺点，可以解决单纯拉格朗日法和欧拉法所不能解决的问题。为此，任意拉格朗日-欧拉（Arbitrary Lagrangian Eulerian，简称 ALE）方法被提出，ALE 法是一种杂交技术，集合了 Lagrangian 法和 Eulerian 法的优点，将计算中的缺陷和数值误差降低到最小。该方法最早是由 Noh W. F 在 1964 年以耦合欧拉-拉格朗日的术语提出的[24,25]，并用有限差分法求解带有移动边界的二维流体动力学问题，ALE 法的特征是在计算过程中网格点可以随材料同时运动，也可以在空间中固定不动，甚至网格节点可以在一个方向上固定，而在另一个方向上随物体一起运动。因此，ALE 方法也被称为耦合欧拉-拉格朗日法，顾名思义 ALE 的计算网格可以在空间中以任意形式运动，即可以独立于物质坐标系和空间坐标系运动，这样通过规定合适的网格运动形式就能够准确地描述物体的移动界面，并保证单元的合理形状，应用 ALE 计算时，参考构形已知，初始构形和当前构形都是待求解的。因此，ALE 法适合在初始构形和当前构形都未知的问题中使用。

目前，ALE 法在冲击动力学中获得了很好的应用，ALE 法已被应用于固体力学领域中求解大变形问题，如爆炸冲击、高速碰撞接触、弹性断裂力学、弹塑性大变形和金属塑性加工成型等问题[26]，但在计算过程中需要对网格位移、网格速度和加速度进行跟踪定义，并且在每一步计算中都要对网格进行重分以避免网格扭曲，这也无疑增加了额外的计算量。尽管 ALE 法在爆炸冲击动力学和流体动力学等问题中得到了很好的应用，但在计算高速冲击大变形问题时，仍然存在部分网格畸变的问题，通常采用局部网格光顺的方法才能改善网格质量[27]。

1.3 无网格法简述

无网格法的研究可以追溯到 20 世纪 70 年代，只不过在当时因有限元法和有限差分法在力学数值计算中占主导地位，无网格法并未得到重视，命名方式多以近似函数或者离散方法为特征，首次提出与网格无关的数值计算方法并命名为无网格法的是 T. Belytshko。与有限元法和有限差分法类似，无网格法也是一种求解偏微分方程非常有效的数值方法，在文献中提及的无网格法有十多种，它们之间区别仅仅在于试函数不同，其主体思想都是将连续体离散为有限个质点的集合，在前处理中只需要处理背景网格节点和单元中离散质点的坐标信息，在计算过程中与网格无关，也不需要重新划分网格，适合计算形状复杂的三维问题。尽管有限元法和有限差分法在计算力学领域中获得了巨大成功，解决了大量的力学工程实际问题，但在涉及多相介质爆炸冲击动力学和大变形问题的计算中仍然会遇到一些无法克服的困难：一是材料因发生大变形、断裂时，有限元网格发生扭曲和畸变；二是不同物质分界面的处理；三是流-固耦合计算分析问题等。为了克服有限元法和有限差分法在这些问题中的缺陷，近些年无网格法的应用被逐渐受到重视，并成为当前研究热点之一，国内外许多学者 T. Belytshko、W. K. Liu、S. N. Aturi、D. Sulsky 和张雄等对无网格法进行了深入的研究和大量工作[28,29]，在许多计算力学问题中得到很好的推广与应用。无网格

法的基本特征是将连续材料体离散为不需要连接信息的质点来表示，提供了材料节点形函数，避免了繁琐的单元网格划分，尤其在解决冲击大变形、断裂、动态裂纹扩展和多相介质耦合计算问题时，由于与网格无关，不存在有限元法中网格畸变需要重新划分网格的问题[30-32]，从而解决了有限元和有限差分法在求解上述力学问题中所遇到的困难，不仅提高了数值计算精度和效率，而且也减少了数值计算的复杂性。尽管无网格法在实际工程问题应用中取得了一定进展，但还仍然不如有限元法成熟，在爆炸冲击、材料非线性大变形问题的研究中还处于起步阶段，无网格法中一些问题还有待于进一步解决和完善，例如，怎样提高数值计算效率和某些力学问题的计算精度？而且目前还没有和有限元分析商品软件相当的大型无网格法工程软件出台。

1.3.1　无网格法的近似方案

无网格法的普遍特征就是权函数或者窗函数的定义，而无网格法所使用的近似方案决定了权函数形式，一些在无网格法中常用的近似方案包括移动最小二乘近似法、构造核函数法和径向基函数等几种方法。

（1）移动最小二乘近似法

移动最小二乘近似法（Moving Least Square，简称 MLS）是由 Lancaster 于 1981 年建立的，Nayroles 等人将 MLS 引入到 Galerkin 法中，提出了散射单元法[33]（Diffuse Element Method），其近似函数的形式如下。

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^{N} p_i(x) \cdot \alpha_i(x) \tag{1-1}$$

其中 $p_i(x)$ 是基函数，N 是基函数个数，基函数通常选择单项式形式，也可以是其他任何函数形式，基函数组中的函数都可以由移动最小二乘近似法精确再生，为了满足线性一致性条件，必须包含常数和线性完全单项式，系数 $\alpha_i(x)$ 是空间坐标函数，为使函数局部误差最小，系数 $\alpha_i(x)$ 使用加权最小二乘法来确定。应用移动最小二乘近似方案的无网格法包括有限点法[34]（Finite Point Method，简称 FPM）、无网格 Galerkin 法[35]、Petrov-Galerkin 无网格法和局部边界积分法（Local Boundary Integral Equation，LBIE）等。

（2）构造核函数法

核函数主要是光滑质点流体动力学方法（Smoothed Particle Hydrodynamics，简称 SPH）所使用的近似方案，在 SPH 法的问题域内Ω，近似核函数定义形式如下[36-38]。

$$u^h(x) = \int_{\Omega} w(x-y,h)u(y)\,\mathrm{d}\Omega_y \tag{1-2}$$

其中 $w(x-y,h)$ 称为核函数或者权函数，h 是核函数作用距离，在 SPH 法中，核函数是至关重要因素，对于构造核函数必须要遵守一定规则，如必须满足区域性，在作用域内核函数有效并满足 $w(x-y,h) \geqslant 0$，超过作用域核函数恒等于零，同时也要满足归一化条件 $\int_{\Omega} w(x-y,h)\,\mathrm{d}y = 1$，使用核函数包括指数权函数、Gauss 权函数和样条权函数，最为常用的形式是 B 样条函数。

（3）径向基函数法

径向基函数法（Radial Basis Function）特点是利用一元函数来描述多元函数[39]，径向函数基最简单的插值公式可以表示为：

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(\| x - x_i \|) \tag{1-3}$$

其中 $\| x - x_i \|$ 是点 x 到节点 x_i 的距离，使用径向基函数具有很强的应用背景，可以实现多元变量逼近，而且其重要的优点是描述形式与计算格式非常简单，与空间维数无关，径向基函数能够近似各向同性问题中的函数，其线性组合可以几乎逼近任何函数，并且能获得较高精度，将径向基函数引入无网格法中，不需要背景网格，求解一些固体力学问题能够大幅度提高计算精度[40]，下面将对一些常用无网格法的特点作简要叙述。

1.3.2 光滑粒子流体动力学法

Lucy 和 Gingold 为解决天体物理中问题，提出了光滑质点流体动力学方法[41,42]，其核心思想是利用插值理论，连续介质被离散为有限数量的粒子，利用这些离散的粒子作为插值点来代替材料，并通过这些粒子来描述流场的宏观物理量。在 SPH 法中，引入了一个连续的具有某些特殊性质的函数作为核函数，或者叫光滑核，场函数经过核函数的“光滑化”，在整个区域上积分，得到整个流场函数值的核估计、粒子的物理特性和各力学参量，通过邻近粒子密度值加权平均估计得到。该方法理论上可以描述连续体的任何变形，并能很容易地描述材料交界面、自由表面和移动边界。因此，SPH 法被广泛用于解决大变形和计算流体力学中的许多问题，Swegle 对水下爆炸中冲击波问题应用 SPH 法进行计算[43]，J. K. Chen 对 SPH 法在非线性动力力学问题中的应用从理论和算法上进行了论述[44]，M. B. Liu 应用 SPH 法对 TNT 炸药的爆轰过程进行数值模拟[45]，并获得了较好的数值解。相对其他无网格法，国内对 SPH 法的关注和研究较多，李晓杰等人将 SPH 法应用于模拟高速碰撞问题和爆炸焊接界面波问题[46]；徐立和孙锦山模拟了一维激波管问题[47]；马上、张雄等对三维高速碰撞问题进行了 MPM 法模拟[48]；Liu MB 等人应用 SPH 法对炸药聚能爆轰问题进行了二维数值计算[49]。这些研究表明 SPH 法逻辑简明，比较实用，容易实现空间复杂流场的计算。但 SPH 也存在着一些缺陷，SPH 的插值方法在边界处计算精度差，为了提高数值计算精度经常需要加密质点数量，计算效率也非常一般，对于相对简单问题需要耗费大量的计算时间，这是 SPH 法需要解决的问题。最近几年 Benz 和 Chen 等人对 SPH 法进行了一些改进和修正[50]，SPH 法逐渐发展成为一种比较成熟的质点算法。

1.3.3 再生核粒子法

W. K. Liu 根据傅立叶函数积分变换思想和 Garlerkin 法，在 1993 年首先提出了再生核粒子法（Reproducing Kernel Particle Method，简称 RKPM）[51]，RKPM 法使用形函数和核函数变换的方法达到积分目的，在计算域内利用尺度因子改变核函数大小，可以实现类似有限元法中的确定单元和单元重分的需要。在计算过程中，需要一系列节点和相应的模型边界条件来描述和构造离散方程，并且节点和近似函数的一致性条件也是使用该方法构造。后来 W. K. Liu 等人在此基础上，RKPM 法又进一步发展成为移动最小二乘再生核函数法[52]，形函数使用最小二乘法，近似计算则使用再生核函数。RKPM 方法在许多问题中已经获得大量应用，在结构动力分析中具有较好的稳定性，同时也被很好地应用于非线性结构大变形、力学振动分析、金属变形加工等问题[53]，J. S. Chen 等人应用 RKPM 法和弹塑性材料模型研究金属塑性加工变形过程[54]，数值计算和实验数据符合较好，K. M. Liew 则

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com