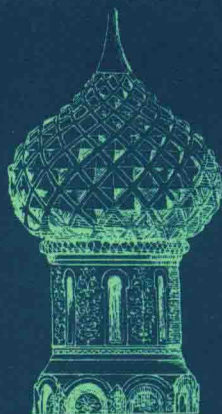


“十一五”国家重点图书



俄罗斯数学
教材选译

随机金融数学基础

(第一卷)

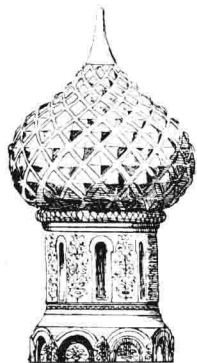
事实·模型

□ A. H. 施利亚耶夫 著

□ 史树中 译



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



俄罗斯数学
教材选译

“十一五”国家重点图书

● 数学天元基金资助项目

随机金融数学基础

(第一卷)

事实·模型

□ A. H. 施利亚耶夫 著

□ 史树中 译

SUIJI JINRONG SHUXUE JICHU



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图字:01 - 2007 - 3240 号

Ширияев А. Н.

Основы стохастической финансовой математики.

Том 1 : Факты. Модели. 1998

Том 2 : Теория. 1998

Originally published in Russian in the title

Essential of stochastic finance I : Facts. Models

Essential of stochastic finance II : Theory

By A. N. Shiryaev

Copyright © A. N. Shiryaev

All Rights Reserved

图书在版编目(CIP)数据

随机金融数学基础. 第1卷, 事实和模型/(俄罗斯)

施利亚耶夫著; 史树中译. -- 北京: 高等教育出版社,

2013. 9

ISBN 978 - 7 - 04 - 037098 - 0

I. ①随… II. ①施… ②史… III. ①金融 - 经济数
学 IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 060613 号

策划编辑 赵天夫 责任编辑 赵天夫 特约编辑 张冰峰
封面设计 张申申 责任绘图 尹 莉 责任印制 张泽业

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	北京市四季青双青印刷厂	网上订购	http://www.landaco.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landaco.com.cn
印 张	25.25	版 次	2013年9月第1版
字 数	510千字	印 次	2013年9月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	59.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 37098 - 00

《俄罗斯数学教材选译》序

从上世纪 50 年代初起,在当时全面学习苏联的大背景下,国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材.这些教材体系严密,论证严谨,有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础,培养了一大批优秀的数学人才.到了 60 年代,国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材,但还在很大程度上保留着苏联教材的影响,同时,一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用.客观地说,从解放初一直到文化大革命前夕,苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用,起了不可忽略的影响,是功不可没的.

改革开放以来,通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材,大家眼界为之一新,并得到了很大的启发和教益.但在很长一段时间中,尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革,引进却基本中断,更没有及时地进行跟踪,能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少,事实上已造成了很大的隔膜,不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机.今年初,在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上,有数学家提出,莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材,建议将其中的一些数学教材组织翻译出版.这一建议在会上得到广泛支持,并得到高等教育出版社的高度重视.会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论,大家一致认为:在当前着力引进俄罗斯的数学教材,有助于扩大视野,开拓思路,对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要.《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下,经数学天元基金资助,由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订,本系列中所列入的教材,以莫斯科大学的教材为主,也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材.有大学基础课程的教材,也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书.有些教材虽曾翻译出版,但经多次修订重版,面目已有较大变化,至今仍广泛采用、深受欢迎,反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力,对我们也是一个有益的借鉴.这一教材系列的出版,将中俄数学教学之间中断多年的链条重新连接起来,对推动我国数学课程设置和教学内容的改革,对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才,可望发挥积极的作用,并起着深远的影响,无疑值得庆贺,特为之序.

李大潜

2005 年 10 月

译者前言

阿尔伯特·尼古拉也维奇·施利亚耶夫 (Альберт Николаевич Ширяев, Albert Nikolaevich Shiryaev, 1934—) 为俄罗斯概率论学派当前的领军人物. 1957 年毕业于莫斯科大学数学力学系; 1961 年获得副博士学位; 1967 年获得博士学位. 1970 年成为莫斯科大学教授. 1997 年当选为俄罗斯科学院通讯院士. 曾经获得国内外许多重要奖项和欧洲科学院院士、纽约科学院院士等荣誉称号, 以及荣任 Bernoulli 学会、Bachelier 金融学会等国际学术团体的主席.

施利亚耶夫的导师是 20 世纪最伟大的数学大师之一、概率论公理体系的提出者柯尔莫戈洛夫 (А. Н. Колмогоров, A. N. Kolmogorov, 1903—1987). 柯尔莫戈洛夫有许多杰出的学生, 其中好几位像他一样荣获奖励终生成就的数学最高奖——沃尔夫奖. 但像施利亚耶夫那样完全以概率论为专业研究方向、并且在概率统计的众多领域中都有卓越贡献的学生并不多. 因此, 我们不妨说, 施利亚耶夫是以柯尔莫戈洛夫为代表的俄罗斯概率论学派的“嫡传正宗”. 事实上, 他不但在概率统计的各个领域发表了 150 多篇研究论文, 并且还出版了多部在国际上影响很大的教科书和专著. 他的《概率》教程自 1980 年出版以来, 已经再版多次, 并且还有英文版和德文版. 2004 年又扩展为两卷本, 中文版已由高等教育出版社正式出版. 他的主要专著有《统计序贯分析》(俄文版 1969, 英文版 1978, 并改名为《最优停止法则》), 《随机过程的统计》(与 R. Sh. Liptser 合著, 1977, 有英文版和波兰文版), 《鞅论》(与 R. Sh. Liptser 合著, 1986, 有英文版), 《随机过程的极限定理》(与法国数学家 J. Jacod 合著, 英文版 1987, 俄文版 1994, 英文第二版 2003), 《临近性和统计不变原理》(与 P. Greenwood 合著, 1985), 《统计试验和决策》(与 V. Spokoiny 合著, 2000), 《最优停止和 Stephan 问题》(与 G. Peskir 合著, 2004) 等.

本书是施利亚耶夫关于随机金融数学的一本力作。正如作者在序言中所说,本书是为新加坡世界科技出版社 (World Scientific) 主编《统计科学和应用概率论高级丛书》的 Ole E. Barndorff-Nielsen 教授在 1995 年初向他约稿的。因此,本书的英文版与俄文版几乎同时问世。可能是由于作者向世界科技出版社提供的仅仅是俄文手稿,最后使得两种版本的内容并不完全一致。除了俄文版的书名为《随机金融数学基础 (Основы Стохастической Финансовой Математики)》,英文版的书名为《随机金融精华 (Essentials of Stochastic Finance)》以及英文版的译者在翻译时不完全拘泥于原来的表达以外,它们的不一致中,有些似乎是俄文版在编辑校订时的增删,有些似乎是英文版的编译者自行加入的补充。本书的翻译主要根据俄文版出版者 ФАЗИС 所提供的俄文影印稿,但同时也参考了世界科技出版社的英文版。如果两者在内容上有出入时,我们干脆“兼收并蓄”;只要一种版本上有的,我们都译出收入。总体来说,英文版上有的、俄文版上没有的内容较多,尤其是有关背景资料。但俄文版上有的、英文版上没有的内容也有一些。对这些有差别的地方我们都加了“译者注”。在翻译过程中,我们也发现了少量印刷错误。有的英文版已经更正,但多半英文版仍保持原样。我们对一些较重要的印刷错误更正也都加了“译者注”。此外,我们还加了少量说明性和资料性的“译者注”。出于目前国内熟悉俄文的读者较少,而英文则比较普及,在我们中译本最后的术语对照索引中,我们只采用英中对照,而略去了俄中对照。对于西文人名,按照数学专业书籍的常规,通常不作音译,而用原人名的拉丁字母标出。这里我们完全遵照英文版的拉丁字母拼写,而不是如同原版那样用俄文拼写来表示。但是我们保留了四个例外,即对 Brown, Gauss, Poisson, Wiener 这四位学者的姓氏直接译为:布朗、高斯、泊松、维纳。这是因为这四个姓氏的音译已经普及,同时它们又经常变为形容词,而变为“布朗运动”、“高斯分布”等等。这样在行文时似乎比较自然。

作为一位在前苏联环境下成长起来的数学家,施利亚耶夫不可能十分熟悉西方的金融市场。事实上,作者自己也曾对人说过^①,在他着手写作本书时,他对金融理论和实务几乎一无所知。对此,本书的每一位读者都一定会感到十分惊讶。本书中有关全球金融市场和金融学基本理论的叙述非常到位,很难想象这是一位对金融“几乎一无所知”的人的手笔。当然,“几乎一无所知”是施利亚耶夫自谦之词。其实他在当时与丹麦奥尔胡斯的数学研究中心和分析金融中心的关系十分密切。当他发现他的概率论专长在金融中有那样深刻广泛的应用时,他一定以极大的热情学习金融知识。或许我们可以说,本书中有关金融的许多背景材料正是一位带着深邃严谨的眼光的前苏联数学家看待金融业界的纪要。对于今天一上来就学萨缪尔森经济学的年青人来说,可能会感到这样的陈述有点唠叨。而对于译者这样的学生时代学过苏联版政治经济学的读者来说,却感到它相当贴切地为你补上了对欧美金融市场了解的不足。尤其是作者在使用某些术语上的“旧痕迹”,并不会使你感到突兀,反而

^①这是最近邀请施利亚耶夫到香港访问的香港中文大学教授周迅宇告诉译者的。

有点“似曾相识感”。一个典型的例子是“资本 (капитал)”这个术语。在本书中,它专门指一个证券组合的价值。在英文文献中,对它适用的术语是“价值 (value)”,“资金 (fund)”,“财产 (wealth)”等等。但是没有人会用 capital (资本)。英文版把它全改成了 value 或 fund。而我们仍然把它译成“资本”。其实它并不会引起误解,但却是本书的某种“特色”。至于其他术语的翻译,我们尽量采用 1993 年全国自然科学名词审定委员会公布的《数学名词》中所刊载的名词,以及参考了一些已出版的专业书籍。但偶而也有一些我们自作主张的翻译。证券市场术语的翻译在国内还没有统一。例如, call 作为期权,在国内有“买入期权”、“买权”、“看涨期权”等多种翻译。在本书的俄文版中,对这样的术语常常会有音译和意译两种翻译。而其意译刚好是“买入期权”,于是我们当然也采用“买入期权”,而不用“看涨期权”等等。这或许也是俄文版给我们带来的某种便利。

尽管作者可能原来对金融业界确实是“几乎一无所知”,但是从数学视角来看,世上大概谁也比不上作者对随机金融数学全部领域更为全面精通。这或许也说明了为什么从 1990 年代初起,作者全身心地投入了金融数学研究,并在俄罗斯带领出一支精锐的金融数学和精算数学的研究队伍。事实上,我们从上面列出的施利亚耶夫的专著中就可看到,虽然这些专著分属概率统计学科的许多相当不同的领域,却又几乎都是在随机金融数学中得到深刻应用的强有力的工具。这里不但是“鞅论”已经成为表达金融学核心的“资产定价基本定理”的基本语言,“随机过程的统计”、“统计试验和决策”是实证金融分析的基本手段,“随机过程的极限理论”是连续时间金融学的理论基础,“最优停止法则和 Stephan 问题”是美式期权定价的基本模型,即使是很专门的“临近性和统计不变原理”也被施利亚耶夫及其学生用来为原来不够严谨的 Ross 的 APT (套利定价理论) 提供了更确切的理论描述。这使得作者在本书中叙述随机金融数学的理论时,比任何其他专著更为全面透彻、淋漓尽致。

本书共分两卷。每一卷都包含四章。第一卷的副题为: 事实, 模型。第二卷的副题为: 理论。这两卷的内容既相互联系, 又相对独立。事实上, 读者完全可把本书当作一本“随机金融数学全书”来读。每一位读者都可只挑其中自己最感兴趣的部分来精读, 而对其他部分暂时泛读, 甚至不读。

第一卷的第一章是有关国际金融市场以及金融理论和金融工程的“事实”。正如我们前面已经提到, 这短短几十页可看作一位前苏联数学家对西方金融市场和金融理论、金融工程的理解。其中作者不但概述了金融市场的基本状况、金融学的基本概念以及 Markowitz 证券组合选择理论、资本资产定价模型 (CAPM)、Ross 的套利定价理论 (APT)、有效市场理论等等, 甚至还简要地介绍了理论上关系不大、但观念上密切相关的保险业和精算理论, 使读者对金融市场和金融理论有更广泛的了解。对于非金融专业的读者来说, 这一章是非常难得的尽快进入金融领域的入门读物。而即使是对于熟悉金融市场和金融学的读者来说, 也能从这一章中看到一位前苏联数学家独特的眼光。其中尤其值得注意的是作者对有效市场的定义是与众不同的。他

认为,一个带有限种基本证券的金融市场称为对某信息流有效,是指其中存在一种“折现”证券(通常它就是无风险证券,但并不限于此)和某“局部等价”(这一概念比“等价”要弱)概率测度,使得所有基本证券关于这一“折现”证券的折现价格过程都关于这一概率测度成为鞅。这样的定义不但比经典的“随机游走假设”之类或三种有效市场形式的定义更一般,也比 Ross 提出的“有效市场就是无套利市场”说法在理论上更确切、更精细。

第一卷的后三章都有关金融学的随机“模型”。第二章阐述离散模型。其中首先讨论金融资产价格的离散动态理论模型,并且开门见山地提出,在套利定价的框架中,Doob 分解、局部鞅、鞅变换等概念在价格模型的讨论中起本质作用;接着讨论具体的价格演变的统计模型,除了介绍已经广泛流传的移动平均模型、自回归模型及其各种组合的线性模型以外,作者还相当详尽地介绍近 20 年发展起来的 ARCH 和 GARCH 类模型(如所周知,其主要倡导者 R. F. Engle 因此荣获 2003 年诺贝尔经济学奖)以及随机波动率模型等非线性模型。尤其是作者对它们在很大程度上都统一在高斯模型和条件高斯模型的观点上来进行分析。此外作者还以相当大的篇幅来介绍混沌模型在金融资产价格模型中的应用。由此也可看到作者的学术视野几乎无所不包,他完全不把自己的立足点局限于他所精通的概率统计领域。第三章阐述连续模型。在这一章中我们同样可发现它所包含的内容远超过一般的金融数学教材和专著。通常的基于布朗运动的随机分析以及由此派生的各种用扩散过程来描述的模型自然必不可少。但作者把它放在第三、四节中来介绍,其中也包括一些对常用的利率期限结构模型的叙述。而它的更深刻的推广、目前多半还只在研究文献中讨论的半鞅模型则在第五节中作很精辟的介绍。本章的第一节却是相当详细地介绍了稳定分布和稳定过程、Lévy 过程、双曲分布和双曲过程(它们正是 Barndorff-Nielsen 于 1977 年所提出的),以至更一般的无限可分分布等重要工具,而第二节则介绍了在金融数学应用中独树一帜的分形布朗运动。这一切都可能使得原来只熟悉用通常的布朗运动来为金融市场价格建模的读者大开眼界。它们不但使读者在为金融市场实际建模时可使用的工具大大增加,并且在观点上也更上一层楼。例如,由此可以了解,在连续时间金融学中作为起点模型的几何布朗运动,只是 Lévy 过程以至一般的稳定过程、双曲过程等等的特例,而这些更一般的过程及其分布则可能用来描述金融市场中的“厚尾”之类的“异常”现象。通常的布朗运动也仅仅是一般的分形布朗运动的特例。后者不但同样可用来描述某些“异常”现象,还是一个很难变成鞅的过程,从而由它就能形成有套利机会的无效金融市场模型的例子。第四章则又讨论金融数据的统计分析。作者介绍了各种常用的金融统计方法:金融数据的搜集和分析,汇率、指数、“标记”等金融指标的统计分析,一维分布的“正态异常指标”(“峰度”、“厚尾”等等)的刻画,有关波动率的各种分析,还有起源于分形几何和混沌研究的 $\mathcal{R}/\mathcal{S}$ -分析等等。这里不但罗列了所有常用的金融数据分析的方法,并且还都有作者独特的见解。例如,关于波动率分析,作者是这样开始的:“在金融数学中,没有

一个概念像波动率概念那样引起众说纷纭, 争论不休, 真令人遗憾。”这一语就足以许多读者拨开文献中的迷雾。

第二卷有关“理论”的四章的标题都很明确: “随机金融模型中的套利理论”或“定价理论”; 先是“离散时间”, 再是“连续时间”。所有的讨论都是在所谓 (B, S) -市场的模型框架中讨论的。这里的 (B, S) 并非 Black-Scholes, 而是 Bank account (银行账户)-Stock (股票)。作者没有用常用的“证券市场”这一术语, 似乎既要造成 Black-Scholes 的错觉, 又要强调“银行账户”作为无风险证券的作用。

所谓“套利理论”, 就是指所谓资产定价的第一和第二基本定理; 粗糙地说, 即, 市场无套利机会等价于存在等价概率鞅测度, 使得所有证券的折现价格过程为鞅 (第一定理), 并且当市场完全时, 这样的鞅测度是唯一的 (第二定理)。这样的资产定价基本定理的雏形出现在 1978 年 Ross 的一篇论文中^①。在那里, 虽然其数学叙述还不够严谨, 但作者已经正确地提出需要运用凸集分离定理。明确的资产定价基本定理是 1979 年在 Harrison-Kreps [214] 和 Harrison-Pliska [215] 中提出的, 但对离散时间只能对有限状态的情形证明; 对连续时间更是不知怎样严格陈述其条件。对于离散时间的严格的资产定价第一基本定理的证明是 1990 年 Dalang-Morton-Willinger [92] 提出的。其证明中用到相当艰深的“可测选择存在定理”。后来有不少改进的证明, 但仍然都不太容易理解。对于连续时间半鞅模型的资产定价第一基本定理的严格叙述则是在 Delbaen 和 Schchermayer 的一系列研究中完成的 (参见 [97]-[101]; 也参见他们的新书: F. Delbaen and W. Schachermayer, 2006, *The Mathematics of Arbitrage*, Series: Springer Finance, Springer)。其中所应用的数学技巧更为细腻。要向一般读者介绍这样重要而又十分深奥的定理, 对于任何写作金融数学专著或教材的作者来说, 都是莫大的挑战。大部分作者对此都不得不采取含糊带过的态度。而像本书作者那样原原本本地不回避任何一个难点 (尽管有时也要省略一些证明) 来进行透彻叙述的实在是绝无仅有。不但如此, 作者更是高瞻远瞩, 抓住要害, 以他的统一观点来概述这方面的各种最新成果。对于离散时间情形, 他指出文献中曾经出现过的各种“无套利机会”的定义以及各种鞅测度的存在条件实际上都是等价的 (第五章 §2e 定理 A*); 对于连续时间情形, 由于对于离散时间情形的简单推广已经不成立, 他对文献中所出现的对各种半鞅模型的各种“无套利机会”的修正定义以及各种鞅测度的修正存在条件, 都作了细致的讨论, 使最后结果一目了然 (第七章 §2b 定理 1-3 及其推论和反例)。在第一基本定理的证明上, 作者着眼于鞅测度的构造。通常的金融数学著作中, 多半会叙述关于布朗运动情形的 Girsanov 概率测度变换定理, 而在这里, 我们更能读到 Girsanov 定理的离散版本和半鞅版本; 同时, 还能读到最早用于精算数学中的 Esscher 变换定理的各种版本。而在第二基本定理的证明上, 作者强调的是局部鞅的表示定理。这种表示定理有明显的金融意义。由此作者也得到离散时间情

^①Ross, S. A., 1978, A simple approach to the valuation of risky streams, *Journal of Business*, 51, 453-475.

形下的非常一般的版本 (第五章 §4f 定理 B*); 然而, 在连续时间情形下, 虽然也能讨论局部鞅的各种表示, 但简单的第二基本定理的推广已经变得很困难. 作者对此也提出了一些值得探索的研究设想.

所谓“定价理论”^①是指通过投资策略进行风险对冲来对未定权益进行定价的理论. 它其实是 Black-Scholes 期权定价理论原来的思想. 作者通过“(对冲)上价格”和“(对冲)下价格”的概念给出了离散时间的对冲定价公式, 并指出了它们与等价概率鞅测度之间的联系. 但对于连续时间情形, 这里很难再对一般的半鞅模型来进行讨论. 作者对此只限于对经典的 Black-Scholes 模型得到一些经典结果. Black-Scholes 原来的通过偏微分方程来求解的讨论对于严谨的数学家来说是不能完全令人满意的 (为什么期权价格是光滑函数等等). 作者指出, 有了“鞅方法”, 有关的问题都可迎刃而解. 在有关“定价理论”的两章中, 作者还详尽地讨论了美式期权的定价理论. 这里当然就要涉及最优停止问题和 Stephan 问题的研究. 此外, 在这两章中还有有关各种特种期权和债券市场的定价问题讨论.

由此可见, 本书的内容极为丰富多彩, 讨论极为全面彻底. 正如亚马逊网上书店 (<http://www.amazon.com>) 的一篇网上书评所说: “本书反映了 (令人赞叹的) 俄国教学风格: 阐释理论的起源, 通常它通过某些特殊的问题; 然后, 对于所提出的问题谨慎展开精心制作的数学理论; 最后, 揭示问题的本质, 并生成漂亮的结果.” “追随本书的思路, 你可以看到作者对金融数学的满腔热情和深刻理解.” 每一位对随机金融数学有兴趣的本书读者, 即使只读了其中的一小部分, 都会感到获益匪浅. 当然, 本书的篇幅较大, 对概率论、随机过程等方面的数学预备知识要求较高. 这可能会对阅读本书带来一定的困难. 但是本书的上述叙述风格使人不得不叹服作者的思绪周密清晰而引人入胜. 一些很艰深的内容常常在充分的铺垫下, 即使不追究那些参考文献的证明细节, 也都变得相当容易理解. 这使得每一个有兴趣的读者都会感到这是一本值得时时参考, 反覆咀嚼的必备书. 译者自从 2000 年起开始阅读本书的英文版以来, 对此有过许多深切的感受.

本书的翻译期间正是国家科技部 973 项目《金融风险控制中的定量分析与计算》(项目编号: 2007CB814900) 的立项期间. 现在这一项目已经立项. 而本书译者作为该项目及其子项目《金融创新产品的设计和定价》(课题编号: 2007CB814902) 的成员, 也已获得该项目的资助. 我们项目组的同仁们都感到本书的翻译出版将对本项目开展研究有很大的促进. 因此, 本书的翻译出版应该作为该项目的一项成果. 译者在此特别声明这点, 并对项目资助表示感谢. 当然, 由于本书的涉及面非常广, 而译者的学识又相当有限, 尤其是金融学和概率论都并非译者原来的“科班”专业, 这使得译者在翻译本书时常有捉襟见肘之感. 再加上多年来很少用俄文, 而本书作者

^①俄文原文为 “теория расчетов”, 它的本意为 “计算理论”, 其中并没有明确的 “pricing (定价)” 的含义. 但这里我们还是采用了英文版的翻译 (theory of pricing), 把它译成 “定价理论”.

又惯用带一些说明语括号的复杂俄文长句子,一时里曾使译者不知怎样把它表达为易读的中文^①。译文的不当之处在所难免,敬请本书的读者和有关领域的专家批评指正。

史树中

2007年9月

于北京大学光华管理学院

^①译者后来才慢慢适应作者的这种表达风格。为接近作者的这种表达方式,译者也用类似的带说明语括号的中文来翻译。这种长句的特点在于,如果不计那些括号,它已经是一个完整的句子;而把括号去掉,它就变成一个表达得更清楚、但读起来会感到拗口的很长的句子。

前言

作者的意图在于:

- 挑选和阐述那些对于在不确定条件下运行的金融市场模型中所涉及的随机分析和计算来说必要的、并且可能有益的材料;
- 介绍随机金融数学的基本概念、观念和结果;
- 给出在随机金融工程中的各种计算上的应用.

作者也随时考虑那些在分析市场风险时强调概率统计观念和随机分析方法的“金融数学与金融工程”专业教师的查询需要.

副标题“事实. 模型. 理论”并不能更好地反映作者所形成的叙述特征和风格, 它在很大程度上是作者 (在莫斯科、苏黎世、奥尔胡斯等地的) 一系列讲演的听众“反馈”结果.

例如, 学数学的听众总是表明他们不仅对“理论”的纯粹数学问题感兴趣, 并且也对有关现实金融市场及其运行“事实”感兴趣. 正是由于这种情况, 促使作者把第一章用于描述这种市场中出现的关键对象和结构, 确定金融理论和金融工程的目标和任务, 以及讨论在分析金融市场时某些概率统计观念体系的历史和形成的问题.

另一方面, 熟悉比如证券市场和证券交易的听众, 对于在构造金融指标 (价格、指数、汇率等等) 的动态模型时所运用的 (或者可能有用的) 各种随机过程以及 (对风险、对冲策略、合理期权价格等等) 进行这样那样的计算, 显示出很大的兴趣.

第二章和第三章就以此为目标, 讲述各种随机“模型”, 既有离散时间情形, 也有连续时间情形.

作者认为, 这两章中的有关随机过程理论的材料对于广大的读者群都是有益的,

而不仅只与金融数学有关。

这里我们想特别强调, 在离散时间情形下, 我们描述随机序列的演变通常从它的分解为可料成分和鞅成分的 *Doob* 分解出发. 这就说明了, 为什么人们通常把所考察的方法称作“鞅方法”, 以及为什么“鞅论”在金融数学和金融工程中是自然而有用的数学工具.

渗透在我们今后的整个叙述中的“可料性”和“鞅性”概念从经济学视角来看也是非常自然的. 例如, 诸如证券组合和对冲那样的经济学概念, 在数学上干脆就汲取“可料性”概念来定义. 而诸如金融市场中的有效性和无套利性那样的概念, 则可汲取鞅和鞅测度的概念来求得其数学表现 (资产定价第一基本定理; 第五章, §2b).

基于 *Doob* 分解的随机序列的描述方法, 在连续时间情形下, 使人们以极为清晰而合乎逻辑的方式转向 (非常广的) 半鞅类 (第三章, §5a). 作为一个随机过程, 半鞅可表示为有界变差过程 (“缓慢变化”成分) 和局部鞅 (它在许多情形下是 “快速变化”成分, 例如, 在布朗运动情形下, 就是那样) 之和; 这使它具有这样的引人注目的性质: 对它同样可定义随机积分, 从而用这样的过程来为金融指标建模时开辟了广泛应用随机分析的途径.

第四章 (“统计章”) 期待对金融数据的经验分析中必定会遇到的现实统计 “原材料” 形成一些观念.

基于主要有关外汇交易 (它们的金融市场带有国际特征, 并且是最大的金融市场之一, 每天的交易量达到几千万亿美元) 的统计数据, 我们指出, “收益” 随机变量 (参见第二章 §1a 中的 (3)) 有带 “厚尾” 的分布密度, 并且在中心区域有强 “峰度”. 在这些量随时间变化的性态中可观察到具有 “聚集性” 和 “强后效性” (形象地说, “价格记得过去”). 我们揭示 “收益” 量波动率 (变化率) 的一系列特征的分形结构.

当然, 为恰当反映金融指标的实际动态变化, 在建立模型时应该考虑所有这一切; 尤其是当目的在于预言它们的未来运动时, 这点就变得非常本质.

“理论”, 尤其是套利理论, 专门在第五章 (离散时间) 和第七章 (连续时间) 中介绍.

这里的中心点是第一和第二资产定价基本定理.

“第一定理” (带某种保留条件) 断言, 金融市场无套利当且仅当存在所谓鞅 (风险中性) 概率测度, 使得 (折现) 价格关于它形成鞅. “第二定理” 描述满足完全性的无套利市场, 它保证人们有可能构建证券组合, 使得其资本复制偿付索求.

这两条定理事实上都值得冠以基本, 因为它们在 (成熟发展的) 鞅论框架中, 对 “无套利” 这一经济概念有可能赋以精确的数学含义.

第六章和第八章献给根据第一和第二基本定理的计算. 这里, 如同传统, 对各种 (欧式或美式) 期权的合理价值计算和对冲策略计算的介绍占有很大篇幅; 期权就是所谓衍生金融工具, 它具有最为成熟的定价理论, 并且以此为例, 可更好地完整理解无套利市场上定价的一般原理和方法.

作者面临的问题自然不仅是所阐述的“有代表性的”材料的挑选, 并且还有阐述方式的挑选.

八章内容的上述叙述可给出一种衡量所挑选材料的广度的尺度. 然而, 尽管本书已经那样庞杂, 我们还是留下了金融理论及其应用的许多方面 (例如, von Neumann-Morgenstein 和 Arrow-Debreu 的经典理论, 它们的考虑“效用函数”最大值的投资者行为的最新版本, 以及还有对于应用来说重要的计算成果).^①

读者将察觉, 作者经常采取以讲演者的姿态, 作出“什么—何地—何时 (what—where—when)”式的说明. 在离散时间情形下, 本质上引入了所有基本结果的证明. 在连续时间情形下, 通常限于 (鞅论、随机分析等等的) 许多结果的自身陈述, 并引用能找到证明的相应文献.

为世界科技出版社 (World Scientific) 写一本有关金融数学的书的建议是 Ole E. Barndorff-Nielsen 教授在 1995 年初向作者提出的. 尽管作者接受了这一建议, 却只能在 1995 年中期开始草拟本书; 起初, 他曾经以为只需叙述离散时间情形. 然而, 随着本文著作的推进, 作者越来越相信, 不触及连续时间情形, 关于金融数学和金融工程的表达远不是完整的. 结果, 书中既给出了离散时间的叙述, 也给出了连续时间的叙述.

本书由两卷组成. 第一卷 (“事实. 模型”) 包含第一章到第四章. 第二卷 (“理论”) 由第五章到第八章所组成.

基本文稿本身的写作大致花费了作者两年时间. 有几个月时间花在书的样本的计算机打印、编辑和准备上; 这些工作是由俄罗斯科学院数学部的信息—出版部的 И. Л. Легостаева, Т. Б. Толозова 和 А. Д. Изаак 做的. 作者首先衷心感谢他们高度专业而又无比投入的协助; 同时, 还要感谢他们的宽宏大量: 当作者不断更改已经打印编辑好的本文, 向他们再次提出“最后”版本时, 他们每一次都不厌其烦.

作者感谢他在俄罗斯国内外的朋友和同行的帮助; 还要感谢莫斯科的精算和金融中心 (Актuariно-финансовый центр, АФЦ)、德国的 VW-项目 (Volkswagen-project)、丹麦奥尔胡斯的数学研究中心 (Mathematical Research Center, MCAA) 和分析金融中心 (Centre for Analytical Finance), 以及巴黎和莫斯科的 INRIA (法国国立信息和自动化研究所)-МГУ (国立莫斯科大学、略普诺夫 (А. М. Ляпунов) 研究所) 合作项目的大力支持和热情接待.

А. 施利亚耶夫 (А. Ширяев)

俄罗斯科学院斯捷克洛夫 (В. А. Стеклов) 数学研究所

莫斯科国立罗蒙诺索夫 (М. В. Ломоносов) 大学

1995—1997 于莫斯科

^①这一段落只有英文版中有, 在俄文版中已经删除.

目 录

《俄罗斯数学教材选译》序

译者前言

前 言

第一卷 事实. 模型 1

第一章 基本概念、结构和工具. 金融理论和金融工程的目标和任务 3

1. 金融结构和金融工具	4
§1a. 关键对象和结构	4
§1b. 金融市场	6
§1c. 衍生证券市场. 金融工具	20
2. 不确定条件下的金融市场. 金融指数动态变化的经典理论, 以及对它们的批评和修正. 新古典理论	33
§2a. 随机游走假设和有效市场概念.	35
§2b. 证券组合. Markowitz 分散化	43
§2c. 资本资产定价模型 (CAPM — Capital Asset Pricing Model)	48
§2d. 套利定价理论 (APT — Arbitrage Pricing Theory)	51
§2e. 经典的有效金融市场概念的分析、解释和修正. I	55
§2f. 经典的有效金融市场概念的分析、解释和修正. II	60

3. 金融理论、金融工程和精算的目标和任务	62
§3a. 金融理论和金融工程的作用. 金融风险.	62
§3b. 作为经济损失社会补偿机制的保险业	64
§3c. 精算定价的经典例子. Lundberg-Cramér 定理	72
第二章 随机模型. 离散时间.	75
1. 必要的概率论概念和若干市场价格动态模型	76
§1a. 价格态态的不确定性和不规则性, 它们的概率论描述和表示	76
§1b. Doob 分解. 典则表示	82
§1c. 局部鞅, 鞅变换, 广义鞅.	88
§1d. 高斯模型和条件高斯模型.	96
§1e. 价格演变的二叉树模型	102
§1f. 带离散干预机会的模型	104
2. 线性随机模型	109
§2a. 移动平均模型 $MA(q)$	110
§2b. 自回归模型 $AR(p)$	116
§2c. 自回归移动平均模型 $ARMA(p, q)$ 和整合模型 $ARIMA(p, d, q)$	127
§2d. 线性模型中的预测	131
3. 非线性随机条件高斯模型	140
§3a. ARCH 和 GARCH 模型	140
§3b. EGARCH, TGARCH, HARCH 和其他模型.	149
§3c. 随机波动率模型	154
4. 附录: 动态混沌模型	160
§4a. 非线性混沌模型	160
§4b. “混沌”序列与“随机”序列之间的区别论争	166
第三章 随机模型. 连续时间.	171
1. 分布和过程的非高斯模型	173
§1a. 稳定分布和无限可分分布	173
§1b. Lévy 过程.	183
§1c. 稳定过程	189
§1d. 双曲分布和双曲过程	196
2. 带自相似性质的模型 (自相似性). 分形性	202
§2a. Hurst 的自相似性统计现象	203
§2b. 漫游分形几何	205
§2c. 统计自相似性. 分形布朗运动	207
§2d. 作为有强后效过程的分形高斯噪声	212