



全国高职高专教育精品规划教材

GONGCHENG LIXUE



工程力学

主编 邢艳玲 赵海燕



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>

全国高职高专教育精品规划教材

工程力学

主 编 邢艳玲 赵海燕
副主编 茆 琦
参 编 张亚琴 杜 洁

北京交通大学出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书内容主要包括3个学习情境：情境1为构件的静力学分析，主要讲述刚体的受力分析、平面汇交力系平衡问题的求解、平面力偶系的平衡问题的求解、物体系统平衡问题的求解和空间任意力系的平衡问题的求解等；情境2为构件的承载能力计算，主要讲述杆件的轴向拉伸与压缩变形时的承载能力计算、剪切与挤压变形时的承载能力计算、圆轴扭转变形时的承载能力计算、弯曲变形时的承载能力计算、组合变形的强度计算和压杆稳定性分析等；情景3为构件的运动学分析，主要讲述点的运动分析和刚体的运动分析等。

本书适合作为高职高专院校的土建、机械和近机械类专业的工程力学课程教材，也可作为有关工程技术人员和各类自学者的参考用书。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/邢艳玲, 赵海燕主编. — 北京: 北京交通大学出版社, 2011. 12

(全国高职高专教育精品规划教材)

ISBN 978 - 7 - 5121 - 0811 - 0

I. ①工… II. ①邢… ②赵… III. ①工程力学 - 高等职业教育 - 教材
IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 253497 号

责任编辑: 张慧蓉

出版发行: 北京交通大学出版社

电话: 010 - 51686414

北京市海淀区高粱桥斜街 44 号

邮编: 100044

印刷者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 185 × 260 印张: 12 字数: 285 千字

版 次: 2011 年 12 月第 1 版 2011 年 12 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978 - 7 - 5121 - 0811 - 0/TB · 29

印 数: 1 ~ 3 000 册 定价: 22.00 元

本书如有质量问题, 请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评, 我们表示欢迎和感谢。

投诉电话: 010 - 51686043, 51686008; 传真: 010 - 62225406; E-mail: press@bjtu.edu.cn。

全国高职高专教育精品 规划教材丛书编委会

主任：曹 殊

副主任：武汉生（西安翻译学院）

朱光东（天津冶金职业技术学院）

何建乐（绍兴越秀外国语学院）

文晓璋（绵阳职业技术学院）

梅松华（丽水职业技术学院）

王 立（内蒙古建筑职业技术学院）

文振华（湖南现代物流职业技术学院）

叶深南（肇庆科技职业技术学院）

陈锡畴（郑州旅游职业学院）

王志平（河南经贸职业学院）

张子泉（潍坊科技职业学院）

王法能（青岛黄海学院）

邱曙熙（厦门华天涉外职业技术学院）

逯 侃（步长集团陕西国际商贸学院）

委员：黄盛兰（石家庄职业技术学院）

张小菊（石家庄职业技术学院）

邢金龙（太原大学）

孟益民（湖南现代物流职业技术学院）

周务农（湖南现代物流职业技术学院）

周新焕（郑州旅游职业学院）

成光琳（河南经贸职业学院）

高庆新（河南经贸职业学院）

李玉香（天津冶金职业技术学院）

邵淑华（德州科技职业学院）

刘爱青（德州科技职业学院）

宋立远（广东轻工职业技术学院）

孙法义（潍坊科技职业学院）

颜 海（武汉生物工程学院）

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，其根本任务是培养生产、建设、管理和服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的应用型专门人才，所培养的学生在掌握必要的基础理论和专业知识的基础上，应重点掌握从事本专业领域实际工作的基础知识和职业技能，因此与其对应的教材也必须有自己的体系和特点。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教育改革和教材建设的需要，在教育部的指导下，我们在全中国范围内组织并成立了“全国高职高专教育精品规划教材研究与编审委员会”（以下简称“教材研究与编审委员会”）。“教材研究与编审委员会”的成员所在单位皆为教学改革成效较大、办学实力强、办学特色鲜明的高等专科学校、成人高等学校、高等职业学校及高等院校主办的二级职业技术学院，其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证精品规划教材的出版质量，“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“全国高职高专教育精品规划教材编审委员会”（以下简称“教材编审委员会”）成员和征集教材，并要求“教材编审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师和专家。此外，“教材编审委员会”还组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选，对所列选教材进行审定。

此次精品规划教材按照教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”而编写。此次规划教材按照突出应用性、针对性和实践性的原则编写，并重组系列课程教材结构，力求反映高职高专课程和教学内容体系改革方向；反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养；在兼顾理论和实践内容的同时，避免“全”而“深”的面面俱到，基础理论以应用为目的，以必要、够用为尺度；尽量体现新知识和新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式与创新能力的培养。

此外，为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性，我们真心希望全国从事高职高专教育的院校能够积极参与到“教材研究与编审委员会”中来，推荐有特色、有创新的教材。同时，希望将教学实践的意见和建议及时反馈给我们，以便对出版的教材不断修订、完善，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多、更新的与高职高专教育配套的高质量教材。

此次所有精品规划教材由全国重点大学出版社——北京交通大学出版社出版。适合于各类高等专科学校、成人高等学校、高等职业学校及高等院校主办的二级技术学院使用。

全国高职高专教育精品规划教材研究与编审委员会
2011年12月

总 序

历史的年轮已经跨入了公元2011年，我国高等教育的规模已经是世界之最，2010年毛入学率达到26.5%，属于高等教育大众化教育阶段。根据教育部2006年第16号《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》等文件精神，高职高专院校要积极构建与生产劳动和社会实践相结合的学习模式，把工学结合作为高等职业教育人才培养模式改革的重要切入点，带动专业调整与建设，引导课程设置、教学内容和教学方法改革。由此，高职高专教学改革进入了一个崭新阶段。

新设高职类型的院校是一种新型的专科教育模式，高职高专院校培养的人才应当是应用型、操作型人才，是高级蓝领。新型的教育模式需要我们改变原有的教育模式和教学方法，改变没有相应的专用教材和相应的新型师资力量的现状。

为了使高职院校的办学有特色，毕业生有专长，需要建立“以就业为导向”的新型人才培养模式。为了达到这样的目标，我们提出“以就业为导向，要从教材差异化开始”的改革思路，打破高职高专院校使用教材的统一性，根据各高职高专院校专业和生源的差异性，因材施教。从高职高专教学最基本的基础课程，到各个专业的专业课程，着重编写出实用、适用高职高专不同类型人才培养的教材，同时根据院校所在地经济条件的不同和学生兴趣的差异，编写出形式活泼、授课方式灵活、满足社会需求的教材。

培养的差异性 is 高等教育进入大众化教育阶段的客观规律，也是高等教育发展与社会发展相适应的必然结果。只有使在校学生接受差异性的教育，才能充分调动学生浓厚的学习兴趣，才能保证不同层次的学生掌握不同的技能专长，避免毕业生被用人单位打上“批量产品”的标签。只有高等学校的培养有差异性，其毕业生才能有特色，才会在就业市场具有竞争力，从而使高职高专的就业率大幅度提高。

北京交通大学出版社出版的这套高职高专教材，是在教育部“十一五规划教材”所倡导的“创新独特”四字方针下产生的。教材本身融入了很多较新的理念，出现了一批独具匠心的教材，其中，扬州环境资源职业技术学院的李德才教授所编写的《分层教学》，教材立意新颖，独具一格，提出以生源的质量决定教授数学课程的层次和级别。还有无锡南洋职业技术学院的杨鑫教授编写的一套《经营学概论》系列教材，将管理学、经济学等不同学科知识融为一体，具有很强的实用性。

此套系列教材是由长期工作在第一线、具有丰富教学经验的老师编写的，具有很好的指导作用，达到了我们所提倡的“以就业为导向培养高职高专学生”和因材施教的目标要求。

教育部全国高等学校学生信息咨询与就业指导中心择业指导处处长
中国高等教育学会毕业生就业指导分会秘书长
曹 殊 研究员

前 言

随着职业教育在我国的不断深化,各高职高专院校在人才培养和课程建设方面,越来越注重培养学生的职业能力。这就需要使所教授的课程在保证知识体系相对完整性的同时,改变知识的理解方式,让学生在项目任务的认识、分析和完成过程中,掌握知识与技术的应用。

本书在编写过程中,按照专业及课程的建设与改革要求,打破以往教材的编写思路,立足应用型人才的培养目标,努力做好以下几点。

(1) 突出高职教学特点。在编写上以技术应用为主线,突显了高职高专的特点,注重对知识的应用和实践能力的培养。注意结合实际,精心设计教学内容。

(2) 实现教材体例创新。本书在体例上,超越传统教材模式,进行新的尝试,以项目为基础开展对整个章节内容的设计,设计思路基本如下:① 提出项目教学目标;② 提出与本项目内容相关的实际任务;③ 对实际任务进行分析;④ 介绍解决任务所需的知识点;⑤ 解决任务。

(3) 注重学生自我能力的培养。为进一步强化、巩固学生的知识,每个任务后面都列出了与任务相关的拓展训练;同时还给出了知识拓展部分,以新知识或前沿知识的补充、重点难点、训练任务等为主,让学生自己去查找相关知识,培养学生主动学习的能力,以适应终身学习和可持续发展能力的培养要求。

(4) 有利于活跃课堂气氛。在教材使用上,以完成某个项目为教学目标,师生双方互动,理论和实践交互。突出学生动手能力和专业技能的培养,有利于充分调动和激发学生的学习兴趣,实现教、学、练的紧密结合。

全书共分3个学习情境:情境1为构件的静力学分析;情境2为构件的承载能力计算;情境3为构件的运动学分析。

本书是在作者多年教学实践基础上而编写的,由邢艳玲、赵海燕任主编,茆琦任副主编,参加本书编写的还有张亚琴、杜洁等。其中邢艳玲编写了学习情景1中的任务1~4;赵海燕编写了学习情景2中的任务1~5;茆琦编写了学习情景1中的任务5;张亚琴编写了学习情景2中的任务6和学习情景3中的任务2;杜洁编写了学习情景3中的任务1。许正清老师、施雄泉副教授审阅了全书,并提出了许多宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢。此外,在本书的编写过程中,还得到了苏州市职业大学教务处、机电工程系领导的大力支持,在此一并表示衷心的感谢!

尽管我们在教材编写的过程中做出了许多努力,但由于编者水平有限,书中存在疏漏及不足之处在所难免,恳请广大师生、读者批评指正,提出宝贵意见,以便下次修订时改进。

编者

2011年11月

目 录

| | |
|-----------------------------------|-------|
| 学习情境 1 构件的静力学分析 | (1) |
| 任务 1.1 刚体的受力分析 | (2) |
| 任务 1.2 平面汇交力系平衡问题的求解 | (13) |
| 任务 1.3 平面力偶系的平衡问题的求解 | (27) |
| 任务 1.4 物体系统平衡问题的求解 | (32) |
| 任务 1.5 空间任意力系的平衡问题的求解 | (49) |
| 学习小结 | (63) |
| 学习情境 2 构件的承载能力计算 | (67) |
| 任务 2.1 杆件的轴向拉伸与压缩变形时的承载能力计算 | (68) |
| 任务 2.2 剪切与挤压变形时的承载能力计算 | (85) |
| 任务 2.3 圆轴扭转变形时的承载能力计算 | (92) |
| 任务 2.4 弯曲变形时的承载能力计算 | (101) |
| 任务 2.5 组合变形的强度计算 | (122) |
| 任务 2.6 压杆稳定性分析 | (134) |
| 学习小结 | (141) |
| 学习情境 3 构件的运动学分析 | (144) |
| 任务 3.1 点的运动分析 | (144) |
| 任务 3.2 刚体的运动分析 | (157) |
| 学习小结 | (168) |
| 附录 A 型钢表 | (172) |
| 参考文献 | (179) |

学习情境 1

构件的静力学分析



学习目标

在本学习情境中主要研究物体或物体系统在力系作用下的平衡规律。重点解决刚体在满足平衡条件的基础上如何求解未知力的问题。通过静力学分析，逐渐培养学生能从工程实际出发，结合生产实践，分析出不同情况下机械零件或构件的受力情况。具体掌握以下内容。

基本概念和受力分析

1. 掌握静力学的基本概念、静力学公理和推论的内容及适用范围。
2. 学习工程中常见的几种约束类型及其受力特点。
3. 分析物系内每个物体的受力情况，注意作用力与反作用力定律的应用。
4. 能找出物系中的二力构件。

分析简单力系

1. 应用力的三角形法则、多边形法则，确定平面汇交力系的合力。
2. 理解平面汇交力系平衡的几何条件及解析条件。
3. 应用平面汇交力系平衡方程解决工程实际问题。
4. 掌握力偶的概念和性质。

分析平面任意力系

1. 理解力线平移定理的内容及应用。
2. 能将平面任意力系简化为一个平面汇交力系和一个平面力偶系。
3. 掌握解决平面力系平衡问题的方法。
4. 应用平面任意力系的平衡方程解决工程实际问题。

分析空间力系

1. 掌握空间力系在轴上的投影，尤其是二次投影法的应用。
2. 理解空间力对轴之矩的概念，掌握将空间力系问题转化为平面力系问题的分析方法。
3. 掌握空间力对点之矩与空间力对轴之矩的关系。
4. 将空间力系平衡问题分解为三个平面力系平衡问题求解。
5. 掌握形心和重心的概念。

任务 1.1 刚体的受力分析

任务描述

现有一曲柄冲压机构如图 1-1-1 所示。设带轮 A 的重力为 G ，其他构件的重力及冲头 C 所受的摩擦力略去不计，冲头 C 受工作阻力 F 的作用。试画出带轮 A 、连杆 BC 和冲头 C 的受力图。

任务分析

这个任务是典型的刚体受力分析的问题，涉及知识点很多。首先明确研究对象，接着运用基本概念、基本公理等知识分析出每个研究对象的受力情况，最后画出受力图。要解决这些问题，需要具备以下知识。

知识准备

1. 基本概念

1) 刚体的概念

刚体是指，在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体。简单说是在力的作用下永不变形的物体。这是一个理想化的力学模型，实际物体在力的作用下都会产生不同程度的变形。但是，如果这些微小的变形对研究物体的平衡问题不起主要作用，可以略去不计。因此可以将结构构件和机械零件抽象为刚体，这样可使问题的研究大为简化。

在静力学中所研究的物体只限于刚体，故又称刚体静力学。由若干个刚体组成的系统称为物体系统，简称物系。

注意：在研究物体的平衡时，将受力的物体假想为刚体，当研究构件的强度、刚度和稳定性问题的时候，必须把它看成是**变形体**。例如，在研究一根平衡横梁所受的外力时，要把横梁看成刚体；在研究横梁的内力、变形及强度等问题时，则必须把它看成变形体。

2) 质点的概念

在静力学中除了刚体这个力学模型之外，还有另外一种理想模型，即质点。**质点**是指具有一定质量而形状与大小可以忽略不计的物体。当研究物体的运动的时候，它的大小和形状不影响所研究问题的性质，可将该物体简化为质点。

3) 力的概念

力是物体间相互的机械作用，它具有两种效应：① 可以使物体的运动状态发生变化，如人用手推车，使车的运动状态发生变化，这种效应称为力的**运动效应或外效应**，人和推车之间有相互作用力；② 可以使物体产生变形，如弹簧的拉力使弹簧伸长，这种效应称为力的**变形效应或外效应**。

按照力的相互作用的范围来分，力可以分为集中力与分布力两类。**集中力**是指作用于物

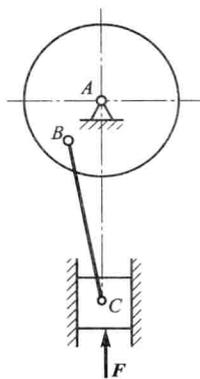


图 1-1-1 曲柄冲压机构

体某一点上的力，这是一个抽象出来的概念，任何两物体之间的相互作用不可能局限于无面积大小的一个点上，只不过当这种作用面积与物体尺寸相比较很小时，可以近似认为作用在一个点上。分布力是指作用在构件整个或部分长度或面积上的力。沿长度分布的力称为分布力的集度，其大小用符号 q 表示。如果力是均匀分布的，则称为均布力。

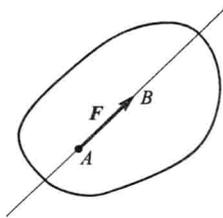


图 1-1-2 力的 3 个要素

实践表明，力对物体的效应取决于 3 个要素：力的大小、力的方向及力的作用点。可以用一个矢量来表示力的 3 个要素，如图 1-1-2 所示。线段的长度按一定比例表示力的大小，箭头的指向表示力的方向。在本书中，用黑体大写字母 F 表示力矢量，用普通字母 F 表示力的大小，在书写中，通常在大写字母上加箭头作为力的矢量符号，如 \vec{F} 。在国际单位制中，力的单位为牛顿，简写牛（N）；或千牛顿，简写千牛（kN）。

4) 平衡的概念

所谓平衡，是指物体相对于惯性参考系保持静止或做匀速直线运动。在工程问题中，平衡通常是指物体相对地球静止或做匀速直线运动，也就是将惯性参考系固连在地球上，这时作用于物体上的力系称为平衡力系。实际上，物体的平衡总是暂时的、相对的，永久的、绝对的平衡是不存在的。研究物体的平衡问题，就是研究物体在各种力系作用下的平衡条件，并应用这些平衡条件解决工程技术问题。为了便于寻求各种力系对物体作用的总效应和力系的平衡条件，需要将力系进行简化，使其变换为另一个与其作用效应相同的简单力系。这种等效简化力系的方法称为力系的简化。所以，在静力学中主要研究以下 3 个问题：物体的受力分析、力系的简化、力系的平衡条件及其应用。

2. 基本公理

公理是人们在生活与生产中长期观察与实践所总结出的结论，可以认为它是真理而不需要证明，在一定范围内它正确反映了事物最基本、最普遍的客观规律。静力学公理是对力的基本性质的概括和总结，是静力学全部理论的基础，是解决力系的简化、平衡条件以及物体的受力分析等问题的关键。

1) 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力的作用点也在该点，大小和方向由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，即合力矢等于两分力矢的矢量和，如图 1-1-3 (a) 所示。此性质称为力的平行四边形法则，它表明力的合成符合矢量求和规则，它是复杂力系简化的基础。

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1-1-1)$$

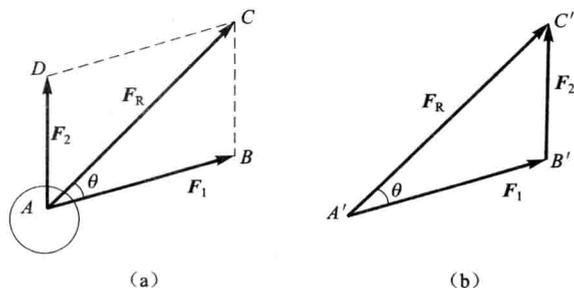


图 1-1-3 合力矢等于两分力矢的矢量和

在实际应用中，为了简便，可以用力平行四边形的一半来表示这一合成过程，如图 1-1-3 (b) 所示，依次将 F_1 和 F_2 首尾相接，最后，三角形的封闭边即为此二力的合力 F_R ，这称为力的三角形法则。力三角形法则与绘制二分力的次序无关，但要注意各分力均应按比例画出。

利用力的平行四边形法则也可将一个力分解成作用于同一点的两个分力。显然，一个力可以沿任意两个方向分解，在工程问题中，常将力沿互相垂直的两个方向分解，这种分解称为正交分解。

2) 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力，使刚体保持平衡状态的充要条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上，简称等值、反向、共线，如图 1-1-4 所示。

需要强调的是，本公理只适用于刚体，对于刚体，等值、反向、共线作为二力平衡条件是必要的，也是充分的；但对于变形体，这个条件是不充分的。例如，软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡，而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件或二力杆。二力构件平衡时，二力必在经过作用点的连线上，且两作用力的大小相等、方向相反。如图 1-1-5 所示的杆 CD ，若杆自重不计，即是一个二力杆。

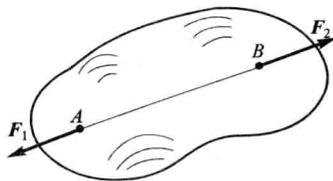


图 1-1-4 刚体平衡

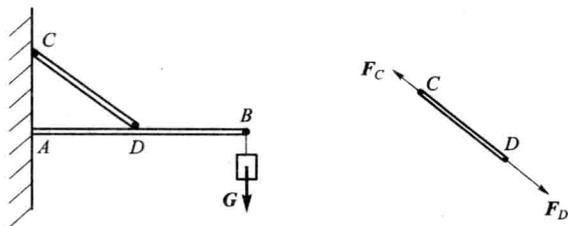


图 1-1-5 二力杆

3) 加减平衡力系公理

在给定力系上增加或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。这个公理是研究力系等效变换的重要依据。

根据上述公理可以导出下列推论。

推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用效应。

证明：设有力 F 作用于刚体上的 A 点，如图 1-1-6 (a) 所示。根据加减平衡力系公理，可在力的作用线上任取一点 B ，并加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 ，使 $F = F_2 = -F_1$ ，如图 1-1-6 (b) 所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系，故可除去，这样只剩下一个力 F_2 ，如图 1-1-6 (c) 所示。于是，原来的这个力 F 与力系 (F, F_1, F_2) 以及力 F_2 互等，而力 F_2 就是原来的力 F ，只是作用点移到了点 B 。

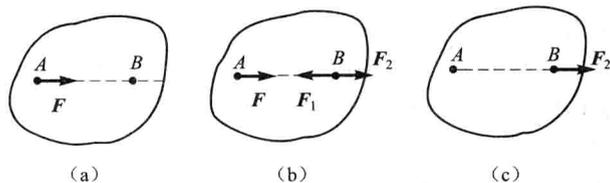


图 1-1-6 力的可传性原理

由此可见，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效应的要素，它已被作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，这种矢量称为滑动矢量，但此结论不适用于变形体。对于变形体，力的作用效果与作用点密切相关。

推论 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上 3 个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此 3 个力必在同一平面内，且第 3 个力的作用线必通过汇交点。

证明：

(1) 设 3 个力 F_1 、 F_2 和 F_3 分别作用于刚体上的 A 、 B 、 C 点，使刚体处于平衡，如图 1-1-7 所示，且 F_1 、 F_2 的作用线交于点 O 。

(2) 根据力的可传递性原理，将力 F_1 、 F_2 沿各自的作用线移到两作用线的交点 O ，并按力的平行四边形法则将它们合成 F_R ，则 $(F_R, F_3) = (F_1, F_2, F_3)$ 。

(3) 此时刚体上只有两个力 F_3 与 F_R 的作用，且已知刚体处于平衡状态，根据二力平衡条件 F_3 与 F_R 必定共线，即 F_3 的作用线必通过点 O 且与 F_R 共线，从而与 F_1 、 F_2 共面。

利用三力平衡汇交定理可以确定刚体在三力作用下平衡时未知力的方向。

4) 作用力和反作用力公理

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在的，且两力的大小相等、方向相反，沿着同一直线分别作用在两个相互作用的物体上。此公理是研究两个或两个以上物体系统平衡的基础。

注意：作用力与反作用力虽等值、反向、共线，但并不构成平衡，因为此二力分别作用在两个物体上，这是与二力平衡公理的本质区别之处。

如图 1-1-8 所示，起吊一重物， G 为重物所受的重力， T 为钢丝绳作用于重物上的拉力。因为 G 与 T 都作用在重物上而使重物保持静止，所以它们构成二力平衡。至于拉力 T 和重力 G 的反作用力在哪里，则首先要弄清哪个是受力物体，哪个是施力物体，也就是要分清是“谁对谁”的作用。由于拉力 T 是钢丝绳拉重物的力，所以 T 的反作用力一定是重物拉钢丝绳的力 T' ，它与 T 大小相等、方向相反、作用在同一条直线上。

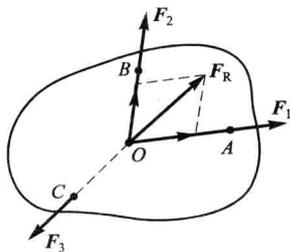


图 1-1-7 三力平衡汇交

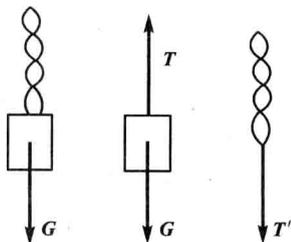


图 1-1-8 作用力与反作用力

由此可见，力总是成对地以作用力与反作用力的形式存在于物体之间，有作用力必有反作用力，它们同时出现、同时消失，分别作用在两个相互作用的物体上。应用作用力与反作用力公理，可以把一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。

3. 约束与约束反力

如果物体在空间的位置不受任何限制，则称其为**自由体**。例如，飞行的飞机、炮弹和火箭等。工程中的大多数物体往往受到一定限制而使其某些运动不能实现，这样的物体称为**非自由体**。例如，钢轨上行驶的火车、安装在轴承中的转轴等，都是非自由体。限制物体自由运动的条件称为**约束**。这些限制条件总是由被约束物体周围的其他物体构成的。为了方便起见，构成约束的物体统称为**约束**。在上述例子中，钢轨是对火车的约束，轴承是对转轴的约束。约束对非自由体的作用力称为**约束反作用力**，简称**约束反力**或**反力**，亦称**约束力**。由约束反力的性质可知，约束反力阻碍物体的运动，其方向必与物体的运动方向相反。

与约束反力相对应，凡能主动引起物体运动或使物体有运动趋势的力，称为**主动力**。例如，结构的自重、风载等。在工程中，主动力有时又称为**载荷**。通常主动力是已知的，约束反力是未知的。

非自由体所受的力可分为两类：约束反力及主动力。对受约束的非自由体进行受力分析时，主要的工作多是分析约束反力。实际工程中的约束多种多样，甚至十分复杂，但经过简化，均可抽象成一些理想的约束模型。

下面介绍常见的约束和约束反力的性质。

1) 柔性体约束

将柔软的、不可伸长的约束物体称为**柔性体约束**，如绳索、链条、皮带等。如无特别说明，这类约束物的横截面尺寸及质量一律不计。柔性体只能承受拉力，而不能抵抗压力和弯曲。当物体受到柔性体的约束时，柔性体只能限制物体沿柔性体伸长方向的运动。因此，柔性体对物体的约束反力作用在接触点，方向沿着柔性体背离物体，如图 1-1-9 所示。

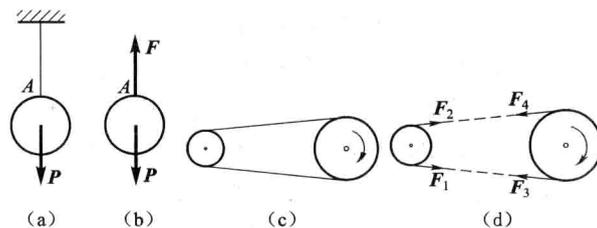


图 1-1-9 柔性体对物体的反作用力

2) 光滑接触面约束

当两物体的接触表面为可忽略摩擦阻力的光滑平面或曲面时，一物体对另一物体的约束就是光滑面约束。这类约束只能限制被约束物体沿接触处的公法线并指向约束物体方向的相对运动，故其约束反力作用在接触点处，方向沿接触点处的公法线并指向被约束的物体，这种约束反力称为**法向反力**。当接触面为平面或直线时，约束反力为均匀或非均匀分布的同向平行力系，常用其合力表示，如图 1-1-10 所示。

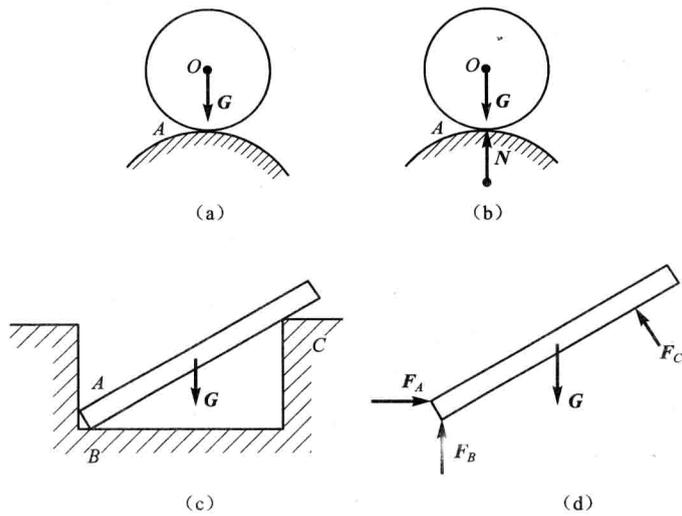


图 1-1-10 光滑接触面约束

3) 光滑铰链约束

光滑铰链约束也称为圆柱铰链约束，包括中间铰链约束、固定铰链支座和活动铰链支座。

(1) 中间铰链约束。在机器中，经常用圆柱形销轴将两个带孔零件连接在一起，如图 1-1-11 (a)、(b) 所示。这种铰链只能限制物体间的相对径向移动，而不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动，图 1-1-11 (c) 是中间铰链的简化示意图。由于圆柱销轴与圆柱孔是光滑曲面接接触，则约束力应在沿接触线上的一点到圆柱销轴中心的连线上，且垂直于轴线，如图 1-1-12 (a) 所示。因接触线的位置不能事先确定，通常把它分解为两个互相垂直的约束力 F_x 、 F_y ，作用在圆心上，如图 1-1-12 (b) 所示。

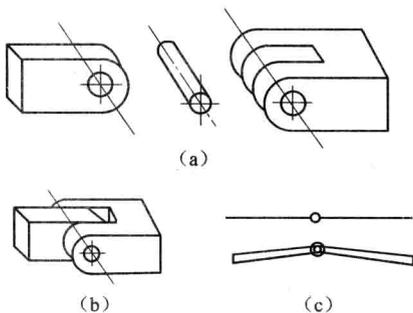


图 1-1-11 中间铰链示意图

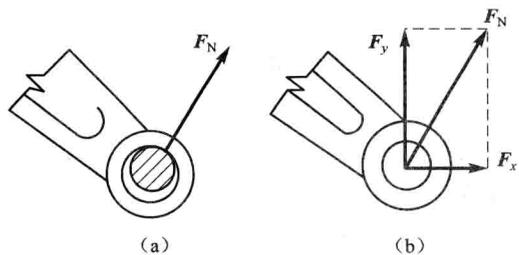


图 1-1-12 圆柱销轴约束力及分解

(2) 固定铰链支座。如果将用中间铰链相连的两构件之一固定在支承物上，则这种约束称为固定铰链支座，简称固定铰支，如图 1-1-13 (a) 所示。这种支座的简图如图 1-1-13 (b) 所示。固定铰链支座的约束力作用在垂直于圆柱销轴线的平面内，通过圆柱销的中心，方向不能确定。通常用互相垂直的两个分力 F_x 、 F_y 表示，如图 1-1-13 (c) 所示。

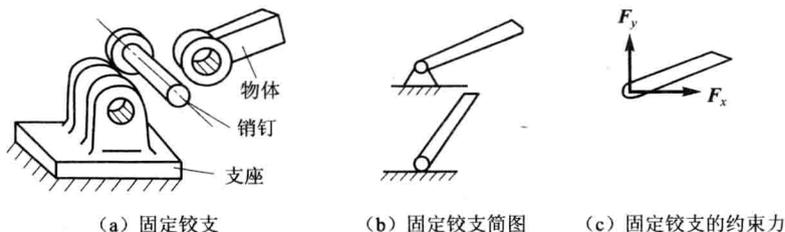


图 1-1-13 固定铰链支座及其约束力

(3) 活动铰链支座。在桥梁、屋架等结构中经常采用活动铰链支座。活动铰链支座是在固定铰链支座与支承面之间装上一排滚轮，如图 1-1-14 (a) 所示，其简图如图 1-1-14 (b) 所示。如果略去摩擦，这种支座不限制物体沿支承面的运动，而只阻止垂直于支承方向的运动。因此，活动铰链支座的约束反力必垂直于支承面，且通过铰链中心，如图 1-1-14 (c) 所示。 F_N 为活动铰链支座的反力。

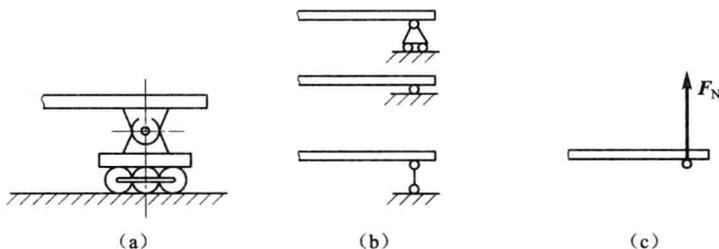


图 1-1-14 活动铰链支座及其约束力

常见的约束除上述以外，还有固定端等其他类型，将在以后相关章节陈述。

4. 刚体的受力分析

解决工程实际问题时，一般情况下要根据已知力，利用平衡条件来求解未知力。因此首先要确定物体受到哪些力的作用及力的作用位置、作用方向，此过程称为刚体的受力分析。

在进行刚体受力分析时，为了清楚地表示物体的受力情况，需要把受力物体从周围物体中分离出来，单独画出它的简图，这个步骤称为取研究对象或取分离体。然后把物体所受的所有力（包括主动力和约束力）全部画出来。这种表示物体受力情况的简明图形，称为受力图。在静力学中，恰当选取研究对象、正确画出物体受力图是解决问题的关键，也是解决静力学问题的关键所在。

具体进行受力分析时要注意以下几个问题。

(1) 确定研究对象。应根据求解的需要，取单个物体或由几个物体组成的系统作为研究对象。不同的研究对象，其受力图是不同的。

(2) 在分离体的简图上画出全部主动力和约束力，明确力的数量，不能多画，也不能少画。

画约束反力时应注意：一个物体往往同时受到几个约束的作用，这时应分别根据每个约束本身的特性来确定其约束反力的方向，不能凭主观任意猜测。由于力是物体之间相互的机械作用，因此，对于研究对象所受的每一个力都应明确它是由哪一个施力物体施加的，决不

能凭空产生,同时,也不能漏掉任何一个力。一般可先画已知的主动力,再画约束反力。

(3) 当分析两物体间相互的作用力时,应遵循作用力与反作用力定律。作用力的方向一经假定,反作用力的方向则与之相反,而且两力的大小相等。当画整个系统的受力图时,由于内力成对出现,组成平衡力系,因此不必画出,只需画出全部外力。

例 1-1-1 重力为 G 的梯子 AB , 搁在水平地面和铅直墙壁上。在 D 点用水平绳索 DE 与墙相连, 如图 1-1-15 (a) 所示。若略去摩擦, 试画出梯子的受力图。

解 (1) 取分离体。这里取梯子 AB 为分离体, 除去约束并画出其简图。

(2) 画主动力。梯子的主动力有重力 G , 作用于其重心, 方向铅垂向下。

(3) 画约束反力。梯子搁在光滑的地面和墙壁上, 根据光滑接触面约束的特点, 地面和墙壁作用于梯子的反力 F_{NA} 和 F_{NB} 应分别垂直于地面和墙壁。梯子在 D 点用绳索与墙壁相连, 则绳索作用于梯子的反力 F_D 是沿着 DE 方向的拉力。

梯子的受力图如图 1-1-15 (b) 所示。

例 1-1-2 如图 1-1-16 (a) 所示的三铰拱, 由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计, 在拱 AC 上作用有载荷 P 。试分别画出拱 AC 和 CB 的受力图。

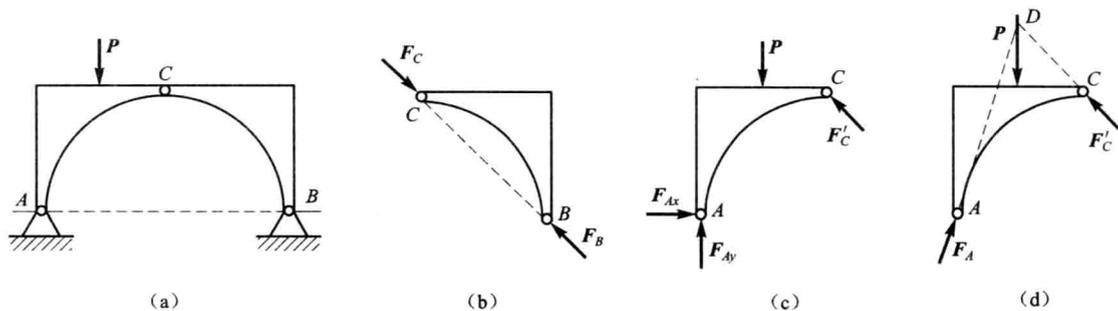


图 1-1-15 例 1-1-1 图

解 (1) 取拱 BC 为研究对象。由于拱 BC 自重不计, 且只在 B 、 C 两处受到铰链约束, 因此拱 BC 为二力构件。在铰链中心 B 、 C 处分别受 F_B 、 F_C 两力的作用, 且 $F_B = -F_C$, 这两个力的方向如图 1-1-16 (b) 所示。

(2) 取拱 AC 为研究对象。由于自重不计, 因此主动力只有载荷 P 。拱在铰链 C 处受拱 BC 给它的约束反力 F'_C 的作用, 根据作用力和反作用力定律, $F'_C = -F_C$ 。拱在 A 处受固定铰支撑给它的约束反力 F_A 的作用, 由于方向未定, 可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 来代替, 拱 AC 的受力图如图 1-1-16 (c) 所示。

进一步可知, 由于拱 AC 在 P 、 F'_C 和 F_A 3 个力作用下平衡, 故可根据三力平衡汇交定理确定铰链 A 处约束反力 F_A 的方向。点 D 为力 P 和 F'_C 作用线的交点, 当拱 AC 平衡时, 反力 F_A 的作用线必通过点 D , 如图 1-1-16 (d) 所示; 至于 F_A 的指向, 暂且假定如图, 可由平衡条件确定。