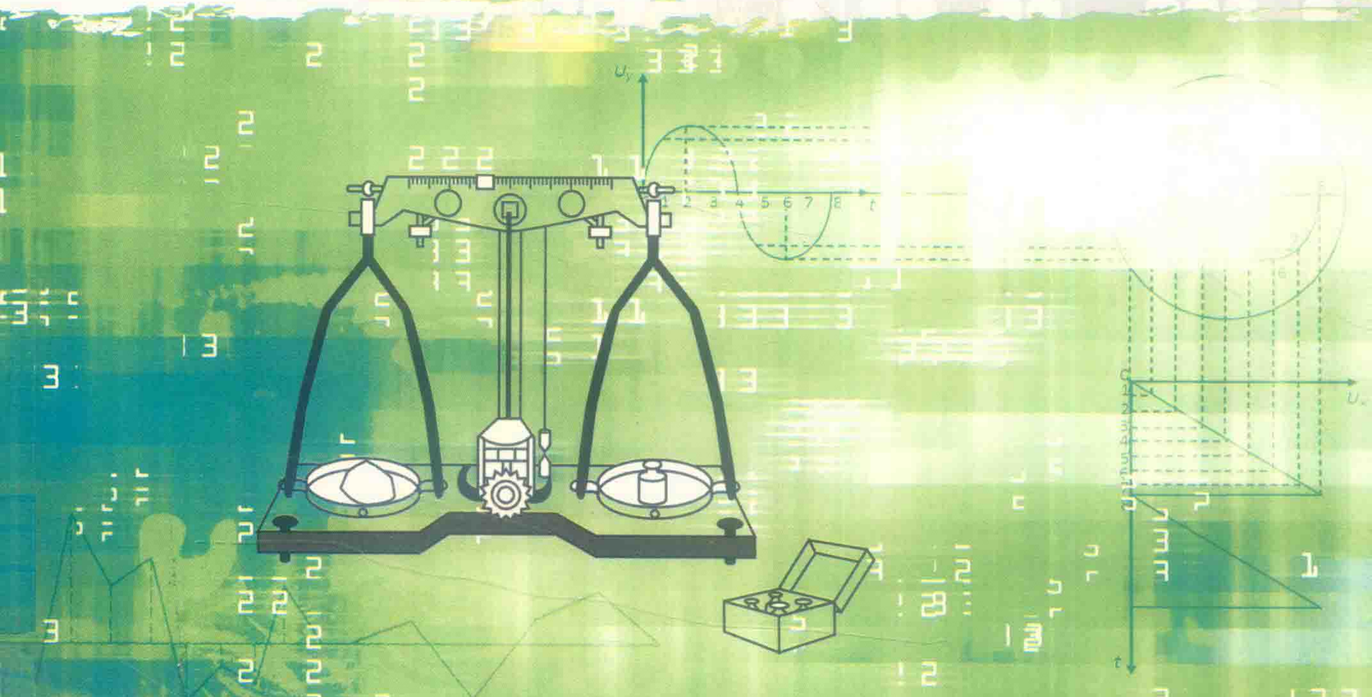
新世纪应用型高等教育
实验类课程规划教材

大学物理实验

新世纪应用型高等教育教材编审委员会 组编
主 编 韩芍娜



大连理工大学出版社

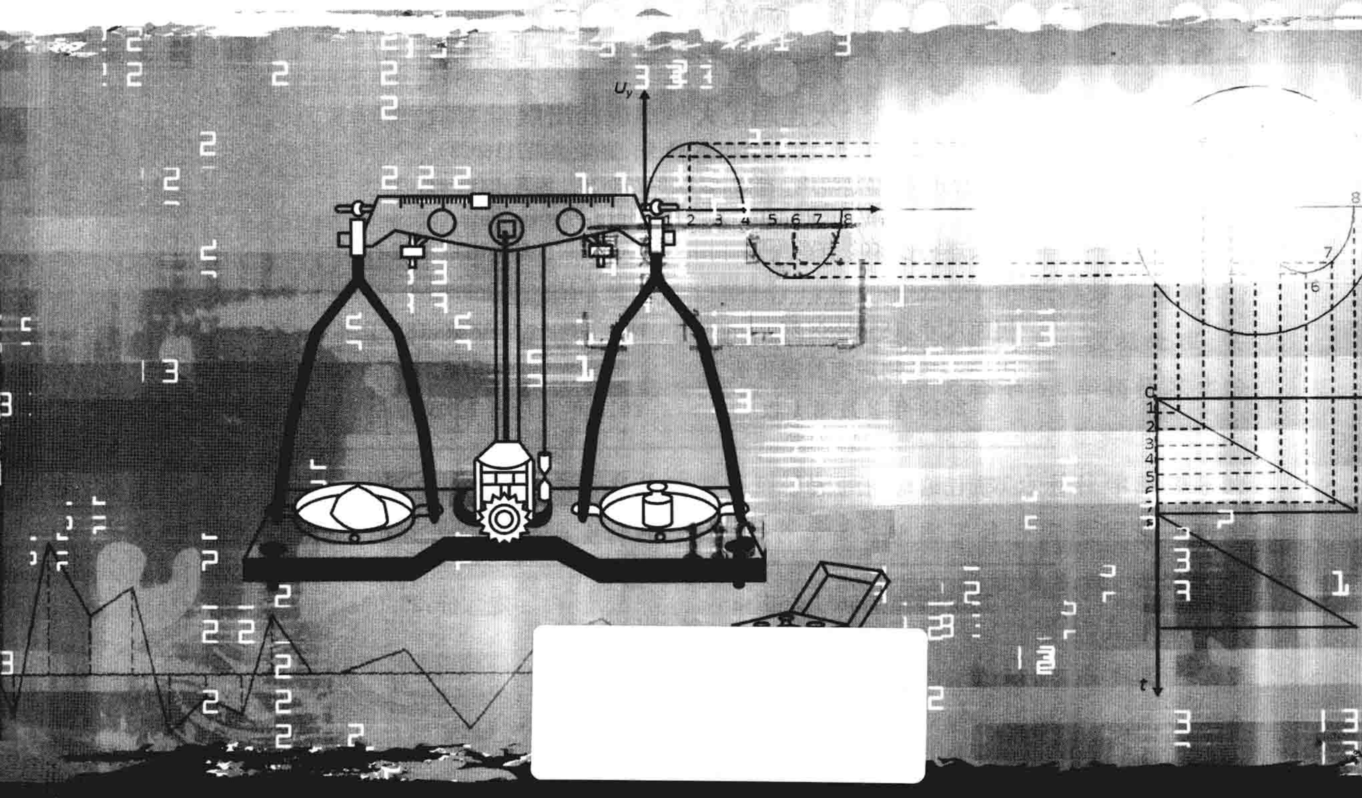
新世纪应用型高等教育
实验类课程规划教材

新世纪

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

新世纪应用型高等教育教材编审委员会 组编
主编 韩芍娜
参编 李 娟 李 娇



大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 韩芍娜主编. 一 大连：大连理工大学出版社，2013.2

新世纪应用型高等教育实验类课程规划教材

ISBN 978-7-5611-7657-3

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①韩… Ⅲ. ①物理学一实验一高等学校一教材 Ⅳ. ①04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 029553 号

大连理工大学出版社出版

地址：大连市软件园路 80 号　邮政编码：116023

发行：0411-84708842　邮购：0411-84703636　传真：0411-84701466

E-mail：dutp@dutp.cn　URL：http://www.dutp.cn

大连力佳印务有限公司印刷　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸：185mm×260mm　印张：8　字数：183 千字

附件：大学物理实验报告册　印数：1～2000

2013 年 2 月第 1 版　2013 年 2 月第 1 次印刷

责任编辑：潘弘喆　责任校对：范美林

封面设计：张　莹

ISBN 978-7-5611-7657-3　定　价：25.00

前　言

“大学物理实验”课程是对理工类学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端，是理工科类各专业（非物理类）对学生进行科学实验训练的重要基础。本课程按照循序渐进的原则，通过物理实验知识、方法和技能的训练，使学生了解科学实验的主要过程与基本方法，为今后的学习和工作奠定良好的实验基础。

《大学物理实验》是根据国家教委颁发的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》，结合河南理工大学万方科技学院的专业设置特点和实验设备的具体情况，在多年教学实践的基础上编写而成的。在编写过程中，力求做到实验目的具体、突出，要求明确；实验原理叙述清楚；实验内容和步骤详尽，方便学生学习。全书由绪论、测量误差与数据处理、实验部分三部分组成，共 20 个实验项目，内容涉及力学、热学、电磁学、光学、近代物理等方面。本书在实验选题上注重基础性、应用性和拓展性，力求达到培养具有创新精神和实践能力的应用型人才的教学目标。

本书由河南理工大学万方科技学院韩芍娜主编，负责实验设计，全书整体构思和定稿工作，李娟、李娇参与编写。编写分工如下：韩芍娜执笔绪论、测量误差与数据处理、实验一至实验三、实验六、实验九至实验十五，李娟执笔实验四、实验五、实验七、实验八，李娇执笔实验十六至实验二十。

本书的编写得到了河南理工大学万方科技学院领导的大力支持和帮助，他们对本书提出了许多宝贵的意见和建议，并组织专家进行修改和审定。范修道教授、胡国驹教授、肖绍武教授、许永安教授、王建定讲师等认真细致地审阅了原稿，并提出了许多改进意见。同时，本书参阅了兄弟院校的相关教材，借鉴了一些宝贵的教学经验，在此一并表示感谢！

新世纪

由于编者水平有限，教材中难免存在错误和不妥之处，敬请广大读者和专家批评指正。

编　者

2013 年 2 月

所有意见和建议请发往：dutpbk@163.com
欢迎访问教材服务网站：http://www.dutpbook.com
联系电话：0411-84707492 84706104

目　　录

绪　论

一、物理实验的地位和作用

物理学从本质上说是一门实验科学，物理规律的研究都以严格的实验事实为基础，并且不断受到实验的检验。科学技术越进步，科学实验就显得越重要，任何一种新技术、新材料、新工艺、新产品都必须通过实验才能获得。由实验观察到的现象和测出的数据，加以总结和抽象，找出内在的联系和规律就得到理论，实验是理论的源泉，理论一旦提出，又必须借助实验来检验其是否具有普遍意义，实验是检验理论的手段，是检验理论的裁判。麦克斯韦提出的电磁理论（他预言电磁波存在），只有当赫兹做出电磁学实验后才被人们公认；杨振宁、李政道在 1956 年提出基本粒子在“弱相互作用下的宇称不守恒”的理论，只有当实验物理学家吴健雄用实验验证后，才被同行学者承认，从而才有可能获得诺贝尔奖。然而，人们掌握理论的目的在于应用它来指导生产实际，促进科学进步，推动社会前进。当理论在实际中应用时，仍必须用到实验，实验是理论和应用的桥梁。任何一门科学的发展都离不开实验，这就使实验物理课有了充实的教学内容。物理实验是主要基础课程之一。

二、大学物理实验课的目的和任务

大学物理实验是工科院校的一门基础实验课程，是学生进入大学后接受系统、全面实验技能训练的开端，也是后续实验课程的重要基础。其教学目的和基本任务是：

(1) 通过系统的物理实验训练，使学生具有一定的物理实验基础知识和基本技能，通过实验要求学生做到：弄懂实验原理，了解一些物理量的测量方法，熟悉常用仪器的基本原理和性能，掌握其使用方法，能够正确记录、处理实验数据，分析判断实验结果，并能写出比较完备的实验报告。

(2) 培养和提高学生的观察与分析实验现象的能力以及理论联系实际的独立工作能力，通过实验中的观察、测量和分析，加深对物理概念、物理规律的理解。

(3) 培养安装、调整实验装置的技能，培养设计实验方案和实验步骤、选取实验条件、分析实验故障等方面的能力，逐步建立创新意识。

(4) 培养学生严肃认真的工作作风与实事求是的科学态度。

三、大学物理实验课的三个主要教学环节

物理实验是在教师和教材的指导下，由学生独立进行的课程。为达到物理实验课程的目的，完成物理实验课程的任务，必须充分发挥学生的主动精神，调动学生的学习积极性，使他们自觉地、创造性地获得知识和技能。为此，应当高度重视物理实验课程所特有的三

个基本教学环节,即实验预习、实验操作和实验报告。

(1) 实验预习

仔细阅读实验教材或有关资料,明白实验的目的要求、原理和方法,初步了解有关测量仪器的主要性能、使用方法和注意事项。在此基础上写出预习报告,预习报告应简明扼要地写出:实验名称;实验任务;测量公式(包括公式中各物理量的含义和单位);原理图、线路图或光路图;关键实验步骤(提纲性的)等内容,并单独用一张实验报告纸做好原始数据记录表格。

(2) 实验操作

在动手实验之前,要先认识和清点所用仪器、装置和器具,了解其主要功能、量程、级别、操作方法和注意事项,不要急于实验。

实验时,要有目的、有计划地进行操作。首先是布置、安装(或接线)和调试仪器。仪器的布局要合理,以方便操作和读数,特别要考虑到实验者和仪器的安全。合理选择仪器量程,严格遵守使用说明和操作规程,细致、耐心地把仪器调整到最佳工作状态。测量时,要把原始数据整齐地记录在预习时已经准备好的数据处理表格中,注意数据的有效数字和单位。不要用铅笔记录,也不要先草记在另外的纸上再誊写在数据表格中,这样容易出错,况且这已经不再是第一手的"原始记录"了。如果记录的数据有错误,可用一斜线轻轻划掉,把正确的原始数据写在其旁,但不得涂改数据。要永远记住,原始数据是实验最珍贵的资料。实验完毕,数据应交教师审查签字,在将仪器、凳子归整好以后,才能离开实验室。

(3) 实验报告

实验报告是对所做实验的系统总结,是学生表达能力和信息交流能力的集中体现,也是交流实验成果的媒介。

实验报告的内容一般如下:

① 实验者姓名。

② 实验的环境条件。

③ 实验名称。

④ 实验目的。

⑤ 实验仪器。主要包括型号、编号、量程、精度、最小分度值等。

⑥ 实验原理。在对实验原理充分理解的基础上,用实验者自己的语言简要叙述有关的物理内容(包括电路图、光路图、原理和实验装置示意图),测量和计算所依据的主要公式,式中各量的物理含义、单位以及公式成立必须满足的实验条件等。

⑦ 实验内容和步骤。除概括地写出实验进行的主要程序之外,还应包括实验中观察了哪些物理量,测量了哪些物理量,调节的要领和技巧,以便必要时重复或检验已经完成的实验。

⑧ 数据处理。在数据处理中要完成计算、作图、误差估算及结果表达等工作。要把原始数据按有效数字列成科学的表格,使阅读者能纵观全局,一目了然。在数据处理和误差运算中,应有主要过程,做到言之有据、结果可信。实验结果的表达,不仅要指出测量值的大小,还需按要求用误差范围的估算或不确定度来评定测量结果。

⑨ 分析讨论。分析讨论的内容相当广泛,可以深入探讨实验现象或进一步进行误差

分析，也可以对实验本身的设计思想、实验仪器、实验方法的改进写出自己的心得体会或建设性意见，甚至是根本不同的意见。通过对分析讨论题的回答，还可以进一步深入理解物理实验的理论。分析讨论将为学生在更高层次上发挥自己的聪明才智提供一个自由思考的广阔空间。

以上只是提供了实验报告的一般格式。一份成功的实验报告，就是一篇科学论文的雏形，应力求用严谨的结构、流畅的文笔、清晰的思路和个性化的色彩，简洁地描述实验的内容、方法和步骤，表达实验所阐明的物理思想和概念，给出可信的明确结论。实验报告的撰写可以培养和提高学生的分析、表达和信息交流的能力。

模块一 测量误差与数据处理

目标导航

在科学实验的观测中，由于实验方法、实验设备、实验条件等种种因素的局限，测量结果总存在着误差。进行误差分析对科学实验有两方面的指导作用：其一是通过分析误差产生的原因及其具有的性质，采用合理的方法减少或消除误差的影响，并对测量结果作出合理的评价；其二是优化实验设计，根据实验结果的误差要求，选择测量方法、测量器具和测量条件，以最经济的方式，获得合理的实验结果。因此，进行数据处理和误差分析是物理实验和许多科学实验中必不可少的工作。

内容解读

本篇仅介绍误差分析和实验数据处理的初步知识，给出一些结论和简化的计算方法。这些知识在物理实验课程学习和今后科学研究工作中都会用到，希望同学们认真学习，学会正确地进行实验数据处理。

Ⅰ.测量与误差

1.测量及其分类

测量就是通过一定的实验方法、借助一定的实验器具将待测量与选作标准的同类量进行比较的实验过程。测量结果应包括数值、单位以及结果可信赖的程度(不确定度)三部分。

按照测量方法来划分，测量分为直接测量和间接测量。

直接测量是指可以用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量。如用米尺测长度，用温度计测温度，用电表测电流、电压等都是直接测量。

间接测量是指通过一个或几个直接测得量，利用已知函数关系计算出物理量的测量。如用单摆法测量重力加速度g时，$g=4\pi^2L/T^2$，周期T、摆长L是直接测量值，而g是间接测量值。

随着实验技术的进步，很多原来只能间接测量的物理量，现在也可以直接测量，例如电功率、速度等量的测量。

按照测量条件来划分，测量又可分为等精度测量和不等精度测量。

等精度测量是指在相同的测量条件下对同一物理量进行的多次测量。例如，同一个人、用同样的方法、使用同样的仪器对同一待测量进行多次重复测量。尽管每次的测量值可能不相等，但每次测量的可靠性都是一样的，没有理由认为哪一次(或几次)的测量值更可靠或更不可靠。

不等精度测量是指不同的测量条件(如使用仪器的不同、测量方法的改变或者测试人员的变更)对同一物理量的多次测量。不等精度测量的每次测量结果的可靠性都不同。

实际上,一切物质都在运动中,没有绝对不变的人和事物,只要其变化对实验的影响很小乃至可以忽略,就可以认为是等精度测量。本书提到对一个量的多次测量,如无另加说明,都是指等精度测量。

2. 误差及其分类

物理实验就是对一些物理量进行测量、数据处理以及给出结论的过程。任何待测的物理量在一定的客观条件下总存在着一个真实的值,称之为该物理量的真值。但是,由于理论公式的近似性、实验仪器灵敏度和分辨能力的局限性、环境的不稳定性等因素的影响,待测量的真值实际上是不可能通过测量准确复现的,我们永远无法准确得知。测量结果和真值之间总有一定的差异,这种差异定义为测量误差。测量误差可以用绝对误差表示,也可以用相对误差表示。设测量值 x 的真值为 a,则

$$\text{绝对误差}(\delta) = x - a \tag{1}$$

$$\text{相对误差}(E_r) = \frac{|\text{绝对误差}(\delta)|}{\text{真值}(a)} \times 100\% \tag{2}$$

因为真值是不能确知的,所以测量值的误差也不能确切知道,因此测量的任务就是给出被测真值的最佳估计值,并估算出这种最佳估计值的可靠程度。

根据误差的性质和产生原因将误差分为系统误差、随机误差和异常值三种。

(1) 系统误差

系统误差(systematic error) 是指在等精度的重复测量中误差保持恒定,或以可预知的方式变化的误差。

系统误差的来源主要有以下几方面:

① 由于仪器本身的缺陷或没有按规定的条件使用仪器而造成的误差。例如,仪器的零点不准造成的误差;等臂天平两臂不等长造成的误差;在 20℃ 的条件下标定的标准电阻在 30℃ 的条件下使用造成的误差等。

② 由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或实验条件不能达到理论公式所规定的要求,或测量方法所带来的误差。例如,利用单摆测量重力加速度 g,所依据的公式为 $g = 4\pi^2 L/T^2$,此公式成立的条件是单摆的摆角趋于零,而在测量周期时又必须要求有一定的摆角,这就决定了测量结果中必然含有系统误差。

③ 由于测量者本人的生理或心理特点所造成的误差。例如,测量时间时,测量者可能有计时超前或落后的偏好;在对准标志时,可能存在总是偏左或偏右的习惯。

系统误差通常是实验误差的主要来源。在测量条件不变时,系统误差基本上具有确定的大小和方向。当测量条件改变时,系统误差通常会按照一定的规律变化。增加测量次数并不能减小系统误差。我们一般不能发现系统误差是否存在。但是,在一些测量过程中,我们可以根据系统误差的性质,选择适当的测量方法,使测量值中的系统误差得到校正,从而消除系统误差对测量结果的影响。例如,天平只有在两臂严格等长时,砝码的质量才等

于被测物体的质量。而事实上不可能做到天平两臂的严格等长。为了消除这种系统误差，可以采用所谓复称法称衡，从而抵消天平两臂不等长引起的系统误差。

(2) 随机误差

随机误差(random error)是指在相同的测量条件下，多次测量同一物理量时，误差时大时小，时正时负，以不可预定的方式变化着的误差。它是由人的感官灵敏度和仪器精度的限制、周围环境的干扰以及一些偶然因素的影响而产生的，其典型的特征是随机性。例如，用毫米刻度的米尺去测量某物体的长度时，往往将米尺去对准物体的两端并估读到毫米的下一位读数值，这个估读出的数值就存在着一定的随机性，也就带来了随机误差。虽然随机误差无法控制和排除，但是，当在相同的实验条件下，对被测量进行多次测量时，其大小的分布却服从一定的统计规律，可以利用这种规律对实验结果的随机误差作出估算，这就是在实验中往往对某些物理量要进行多次测量的原因。

(3) 异常值

异常值(outlier)又称为粗大误差或过失误差，是由于观测者不正确地使用仪器，观察错误或记录错数据等不正常情况下引起的误差。它会明显地歪曲客观现象，在数据处理中应将其剔除。所以，在作误差分析时，要估算的误差通常只有系统误差和随机误差。

3. 误差的相关概念

(1) 精密度

精密度是指重复测量所得的结果相互接近(或离散)的程度，它的高低反映偶然误差的大小。即精密度越高，数据越接近，偶然误差越小；反之偶然误差就越大。

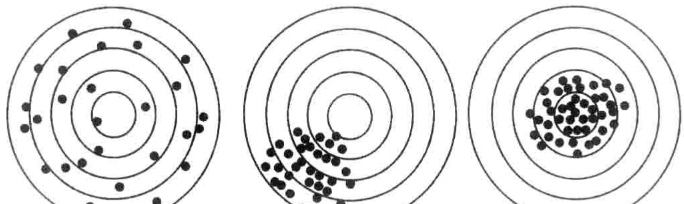
(2) 正确度

正确度是指测量值或实验结果与真值的符合程度，它的高低反映系统误差的大小。即正确度越高，测量值越接近真值，系统误差就越小；反之，系统误差就越大。

(3) 准确度

准确度(又称精确度)是精密度和正确度的综合反映。当偶然误差小到可以忽略不计时，准确度等于正确度；当系统误差小到可以忽略或得到修正消除时，准确度等于精密度。精密度和正确度两者都高，准确度就高；两者之一低或都低，则准确度低。

它们之间的关系可以通过打靶形象地表示出来，如图 1 所示。



(a) 正确度高　　(b) 精密度高　　(c) 准确度高

图 1　误差的几个相关概念示意图

Ⅱ. 误差处理

1. 随机误差

(1) 直接测量的随机误差处理

① 算术平均值(最佳值)与算术平均偏差

在相同的测量条件下，对某一物理量 x 进行 n 次重复测量。假设系统误差已被减弱到可以被忽略的程度，由随机误差的存在得到包含 n 个测量值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的一个测量列。因为是等精度测量，我们无法断定哪个值更可靠，但当测量次数足够多时，随机误差为正的数据与随机误差为负的数据可大致抵消，算术平均值(arithmetic mean) 可作为被测量的最佳估计值。

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{3}$$

算术平均值并不是真值，但它比任意一次测量值的可靠性都高，因此，在大学物理实验中，我们总是用多次测量结果的算术平均值来表示被测物理量的量值。

设 n 次测量各测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的偏差为 $\Delta x_i (i = 1, 2, \cdots, n)$，即

$$\Delta x_1 = x_1 - \bar{x}, \Delta x_2 = x_2 - \bar{x}, \cdots, \Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

算术平均偏差：

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n}(|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \cdots + |\Delta x_n|) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\Delta x_i| \tag{4}$$

在有限次测量时，算术平均偏差常用下式计算：

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}|\Delta x_i| \tag{5}$$

② 标准偏差与高斯分布

算术平均值代表了测量结果的最佳估算值，但不能说明测量结果的分散性或重复性。表征测量值的分散程度要引入实验标准偏差(experiment standard deviation，常用 s 或 σ 来表示) 的概念，实验标准偏差可由贝塞尔(Bessel) 公式计算得到：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{6}$$

σ 的值代表了随机误差的分布特征，σ 大表示测量值分散，随机误差大，σ 小表示测得的值很密集，随机误差小，测量准确。

必须注意，算术平均偏差和标准偏差反映的都是同一测量列数据的精密程度即随机误差，因此，就这个意义上来说，不论用哪一种方式表示误差的大小都是可以的，由于算术平均偏差的计算比较简单，容易被初学者掌握，因此在以后的教学中选取此方法进行误差分析。标准偏差能较好地反映测量数据的分散程度，它对测量值中较大误差或较小误差的出现比较敏感，因此在科学文献报告中，往往采用标准偏差。

当测量次数很大时，例如测量次数趋于无穷多时，绝对误差 $\delta = x - \bar{x}$ 的概率为一连续曲线，其数学形式为

$$f(\delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{7}$$

概率密度分布如图 2 所示，横坐标为绝对误差 δ，纵坐标为绝对误差密度分布函数 $f(\delta)$。概率密度分布函数的意义为在误差 δ 值附近，单位误差间隔内误差出现的概率。式中的 σ 就是标准偏差，这种分布称为高斯分布或正态分布。

正态分布具有以下特点：

A. 对称性：无论比平均值大或小，其差值的绝对值相等时，出现的概率相等。

B. 单峰性：与平均值相差越大出现的概率就越小。

C. 有界性：非常大的正误差或负误差出现的可能性几乎为零。

D. 抵偿性：当测量次数非常多时，正误差和负误差相互抵消，误差的代数和趋向于零。

按照概率理论，任何一次测量值与平均值之差 δ 出现在区间 $(-\infty,+\infty)$ 的事件是一个必然事件，即 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(\delta)\mathrm{d}\delta=1$，表示概率分布曲线与横轴所包围的面积恒等于 1，当 $\delta=0$ 时，由式(7) 得

$$f(0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \tag{8}$$

若测量列的标准差 σ 很小，则必有 $f(0)$ 很大，即测量值的离散性小，重复测量所得的结果接近，测量结果的精密度高；相反，如果 σ 很大，则测量值的离散性大，测量结果的精密度低。这两种情况的正态分布曲线如图 3 所示。

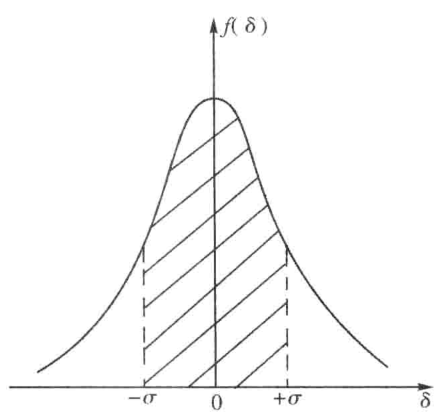


图 2　正态分布曲线

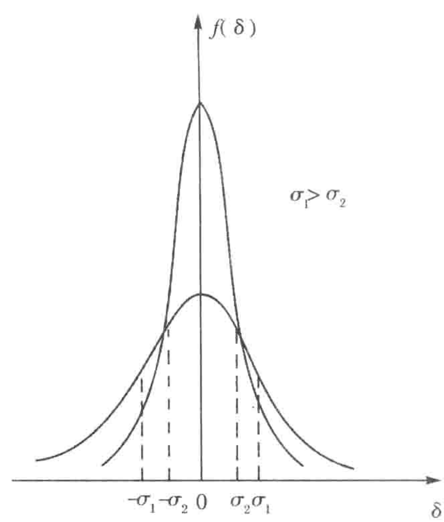


图 3　不同 σ 值所对应的正态分布曲线

$f(\delta)\mathrm{d}\delta$ 表示测量的随机误差出现在小区间 $(\delta,\delta+\mathrm{d}\delta)$ 的概率，则测量值误差出现在区间 $(-\sigma,\sigma)$ 的概率是

$$P(-\sigma<\delta<\sigma)=\int_{-\sigma}^{\sigma}f(\delta)\mathrm{d}\delta=\int_{-\sigma}^{\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\delta=68.3\%$$

这说明如果测量次数足够多，对任何一次测量，其测量误差出现在 $-\sigma$ 到 σ 区间内的概率为 68.3%，也就是说假如我们进行了 1 000 次测量，那么测量值误差可能有 683 次落在 $-\sigma$ 到 σ 区间内。P 称为置信概率，相应的区间称为置信区间。可以证明算数平均偏差与标准偏差的关系为

$$\Delta\overline{x} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma = 0.797\ 9\sigma$$

算术平均偏差的物理意义为如果多次测量的随机误差遵从高斯分布，那么，任意一次测量值的误差落在 $-\Delta\overline{x}$ 到 $\Delta\overline{x}$ 区间内的概率为 $0.797\ 9 \times 68.3\%$，即 54.5%。

③ 平均值的标准偏差

平均值的标准偏差表示测量列算术平均值的随机误差的大小程度，数理统计理论可以证明算术平均值 $\overline{x}$ 的标准偏差 $\sigma_{\overline{x}}$ 为

$$\sigma_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{9}$$

由上式可知，$\sigma_{\overline{x}}$ 随着测量次数的增加而减小，似乎 n 越大，算术平均值越接近于真值。实际上，在 $n > 10$ 以后，$\sigma_{\overline{x}}$ 的变化相当缓慢，另外测量精度主要还取决于仪器的精度、测量方法、环境和测量者等因素，因此，在实际测量中，单纯地增加测量次数是没有必要的，在本课程中一般取 $6 \sim 10$ 次。

④ 粗大误差的剔除

可以证明置信区间 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 内的置信概率约为 99.7%，也就是说在 1 000 次测量中，随机误差超过 $\pm 3\sigma$ 置信区间的测量数据只有 3 次左右，即几乎不可能落在区间之外，故通常把置信区间 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 作为误差界限。对于误差超过这个区间的数据要进行舍弃，在后续的数据处理中被剔除的数据将不能参与数据处理过程。

例如：对某一长度量进行了 20 次等精度测量，测量数据列表如下，试根据 3σ 准则判断其中是否有异常数据需剔除。

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L/cm	2.20	2.25	2.30	2.10	2.10	2.15	2.25	2.15	2.20	2.20
次数	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
L/cm	2.20	2.10	2.20	2.20	2.15	2.20	2.25	2.15	3.50	2.25

解：首先求出平均值

$$\overline{L} = \sum_{i=1}^{20} L_i/20 = 2.255 \approx 2.26\ \text{cm}$$

计算测量值的标准偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{20}(L_i - \overline{L})^2}{20-1}} \approx 0.3\ \text{cm}$$

应用 3σ 准则，因为 $\overline{L} + 3\sigma = 3.16\ \text{cm} < 3.50\ \text{cm}$，所以数据 3.50 cm 应该舍去。舍去后再重新计算测量数据，得

$$\overline{L} = \sum_{i=1}^{19} L_i/19 \approx 2.19\ \text{cm}, \sigma = 0.06\ \text{cm}, 3\sigma = 0.18\ \text{cm}$$

在这19个数据中，没有一个测量值与平均值的偏差大于此3σ，所以这19个数据中没有异常数据。

对于初学者来说，主要是树立误差的概念和对实验进行粗略的简明分析，所以可采用算术平均偏差来进行误差分析和估算，这样就简要得多了。

严格来讲，误差和偏差是有区别的。但测量次数很多时，多次测量的平均值最近似于真值，因此，偏差也就接近于误差。这样，我们以后就不区分误差和偏差的细微差别，而用偏差代替误差。

由于误差本身是一个估算值，其结果一般只取一位或两位有效数字。

例如：用一般的毫米尺测量某圆柱的直径5次，其测得值分别为3.42 cm、3.43 cm、3.44 cm、3.45 cm和3.46 cm，求其算术平均值、算术平均误差与标准误差。

解：算术平均值为

$$\overline{D} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i = \frac{1}{5}(3.42 + 3.43 + 3.44 + 3.45 + 3.46) = 3.44\ \text{cm}$$

算术平均误差为

$$\Delta\overline{D} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} |D_i - \overline{D}| = \frac{1}{4}(0.02 + 0.01 + 0 + 0.01 + 0.02) = 0.015\ \text{cm}$$

标准误差为

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(D_i - \overline{D})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{4}[(-0.02)^2 + (-0.01)^2 + (0.00)^2 + (0.01)^2 + (0.02)^2]}$$
$$= 0.0158113 \approx 0.016\ \text{cm}$$

(2) 间接测量的随机误差处理

间接测得量是由直接测得量根据一定的数学公式计算出来的，这样一来，直接测得量的误差就必然影响到间接测得量，这种影响的大小也可以由相应的数学公式计算出来，这就是误差传递。

① 间接测量误差传递的基本公式

设间接测得量N是独立的直接测得量$x, y, z, \cdots$的函数，即$N = f(x, y, z, \cdots)$。对N求全微分得

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{10}$$

此式表示当$x, y, z, \cdots$有微小改变$\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z, \cdots$时，$N$改变为$\mathrm{d}N$。通常误差远小于测量值。因此把$\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z, \cdots$看作误差，该式就看成是误差的传递公式了。

对N取对数后再全微分，即$\ln N = \ln f(x, y, z, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln f}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{11}$$

式(10)和式(11)就是误差传递公式，其中$\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x, \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y, \frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z, \cdots$与$\frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x, \frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y,$