高职高专“十一五”规划教材

Gailülun Yu Shulitongji

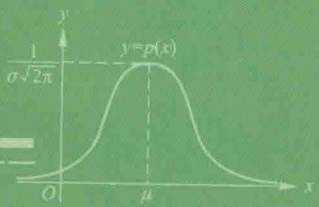
概率论与数理统计

主　编⊙董锦华
副主编⊙林汉燕　吴果林
周立新　黄国安

GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

概率论与数理统计

Gailülun
Yu Shulitongji



责任编辑⊙方奕华
责任技编⊙黄珊虎
装帧设计⊙广大迅风艺术
杨 琳

ISBN 978-7-5495-0024-6
9 787549 500246 >
定价：24.00元

高职高专“十一五”规划教材

Gailülun
Yu Shulitongji

概率论与数理统计

主　编⊙董锦华
副主编⊙林汉燕　吴果林
周立新　黄国安

GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社
·桂林·

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计／董锦华主编．—桂林：广西师范大学出版社，2010.9
ISBN 978-7-5495-0024-6

Ⅰ．概… Ⅱ．董… Ⅲ．①概率论—高等学校：技术学校—教材②数理统计—高等学校：技术学校—教材
Ⅳ．O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 179481 号

广西师范大学出版社出版发行
（广西桂林市中华路 22 号　邮政编码：541001
网址：http://www.bbtpress.com）
出版人：何林夏
全国新华书店经销
桂林日报印刷厂印刷
（广西桂林市八桂路 2 号　邮政编码：541001）
开本：720 mm × 960 mm　1/16
印张：14.5　　字数：276 千字
2010 年 9 月第 1 版　　2010 年 9 月第 1 次印刷
印数：0 001~4 000 册　　定价：24.00 元

内容提要

本书分为3个部分共9章。第一部分包括第一至第四章，主要介绍概率论的基本理论与方法，内容为：随机事件与概率，随机变量及其分布，随机变量的数学特征，大数定律与中心极限定理；第二部分包括第五至第八章，重点介绍统计的基本方法，内容有：样本及抽样分布，参数估计，假设检验，回归分析；第三部分为第九章，介绍一款常见的统计分析软件——Excel，即Excel在统计中的应用。前8章每小节都配有相当数量的习题，小结及复习题，书后附有习题与复习题参考答案。

本书可作为高职高专院校工科类与经济管理类各专业的概率论与数理统计课程教材，也可作为其他职业大学、继续教育学院、民办高校的概率论与数理统计课程教材或教学参考书。

前言

概率统计方法在自然科学、社会科学等几乎所有的领域都有广泛的应用．因此，“概率论与数理统计”课程在高等教育中毫无疑问是一门重要的基础课．为满足21世纪我国高等教育迅速发展的需要，编者结合多年从事概率论与数理统计课程教学的体会，借鉴国内现有许多优秀的教材，编写了这本《概率论与数理统计》教材．

在编写过程中，深入贯彻落实“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则，遵循高职高专的教学规律，结合学生的实际情况，力求做到通俗易懂，叙述及论证简明扼要、深入浅出．整个教材的内容安排侧重于应用，书中选用了许多在生产过程及经济活动中出现的实际问题作为例题，有助于增强学生对概率与统计理论知识的理解和掌握，提高学生分析问题和解决问题的能力．

全书共分为三个部分．第一部分（第一至第四章），主要介绍概率论的基本理论与方法；第二部分（第五至第八章），重点介绍统计的基本方法；第三部分为第九章，介绍一款常见的统计分析软件——Excel，即Excel在统计中的应用．

第三部分内容主要是让学生课后自行利用计算机进行，目的是为了提

高学生的学习兴趣与强化学生的计算机应用能力.本书第一章到第八章(加“*”除外)教学时间为40学时左右,有星号的内容由教师按不同的专业要求和学时的增加可自行选用.

本书由桂林航天工业高等专科学校高等数学教研室董锦华老师任主编,桂林航天工业高等专科学校高等数学教研室的林汉燕、吴果林、周立新、黄国安老师任副主编.全书由董锦华老师负责统一审核.

本书可作为高职高专院校工科类与经济管理类各专业的概率论与数理统计教材,也可作为其他职业大学 、继续教育学院、民办高校相应课程的教材或教学书.

在本书的编写过程中,得到了广西师范大学出版社的热情关怀和指导,以及桂林航天工业高等专科学校高等数学教研室其他同仁的大力支持,在此一并表示衷心的感谢.

由于编者的水平有限,书中不妥之处在所难免,恳请读者批评指正.

编 者

2010 年 7 月

目　录

CONTENTS

第一章　随机事件与概率 …… 1

1.1　随机事件 …… 1

1.2　事件的概率 …… 7

1.3　概率的加法公式 …… 10

1.4　概率的乘法公式 …… 13

1.5　事件的独立性 …… 16

1.6　全概率公式和逆概率公式 …… 20

本章小结 …… 24

复习题一 …… 24

第二章　随机变量及其分布 …… 26

2.1　离散型随机变量 …… 26

2.2　几种常用的离散分布 …… 31

2.3　连续型随机变量 …… 36

2.4　几种常用的连续分布 …… 39

2.5　分布函数 …… 41

2.6　正态分布 …… 48

*2.7　多维随机变量及其分布 …… 52

本章小结 …… 62

复习题二 …… 62

第三章　随机变量的数字特征 …… 65

3.1　数学期望 …… 65

3.2　方差 …………………………………………………………… 73
3.3　协方差与相关系数 ………………………………………… 80
本章小结………………………………………………………… 84
复习题三………………………………………………………… 84
第四章　大数定律与中心极限定理 …………………………… 86
4.1　大数定律 …………………………………………………… 86
4.2　中心极限定理 ……………………………………………… 89
本章小结………………………………………………………… 94
复习题四………………………………………………………… 94
第五章　样本及抽样分布 ……………………………………… 96
5.1　数理统计的几个基本概念 ………………………………… 96
5.2　常用统计分布 ……………………………………………… 100
本章小结 ……………………………………………………… 106
复习题五 ……………………………………………………… 107
第六章　参数估计 ……………………………………………… 109
6.1　点估计 ……………………………………………………… 109
6.2　区间估计 …………………………………………………… 117
本章小结 ……………………………………………………… 122
复习题六 ……………………………………………………… 122
第七章　假设检验 ……………………………………………… 124
7.1　假设检验的基本概念 ……………………………………… 124
7.2　单个正态总体均值的假设检验 …………………………… 127
7.3　单个正态总体方差的假设检验 …………………………… 131
*7.4　两个正态总体均值的假设检验 …………………………… 134
*7.5　两个正态总体方差的假设检验 …………………………… 139
本章小结 ……………………………………………………… 141
复习题七 ……………………………………………………… 141
第八章　回归分析 ……………………………………………… 143
8.1　回归分析的概念 …………………………………………… 143
8.2　一元线性回归分析方程的建立 …………………………… 144
*8.3　回归方程的检验假设 ……………………………………… 152

*8.4 线性回归分析的应用 …… 158
本章小结 …… 162
复习题八 …… 162
***第九章 Excel 在统计中的应用** …… 164
9.1 公式与函数 …… 164
9.2 简单统计量的计算 …… 168
9.3 常见概率分布的计算 …… 174
9.4 参数估计 …… 179
9.5 假设检验 …… 183
本章小结 …… 186

附录 …… 164
附表 1 标准正态分布表 …… 196
附表 2 泊松分布表 …… 198
附表 3 t 分布表 …… 202
附表 4 χ^2 分布表 …… 203
附表 5 F 分布表 …… 204

习题答案 …… 212
参考文献 …… 222

第一章

随机事件与概率

概率论与数理统计是从数量化的角度来研究现实世界中一类不确定现象(随机现象)及其规律性的一门应用数学学科,20 世纪以来,它在工业、国防、国民经济及工程技术等各个领域广泛应用.本章介绍的随机事件与概率是概率论中最基本、最重要的概念之一.

1.1 随机事件

1.1.1 随机现象

在现实世界中,我们经常遇到两类不同的现象.一类是确定性现象,即在一定条件下,必然会发生某一种结果或必然不发生某一种结果的现象;另一类是随机现象,即在同样条件下,多次进行同一试验,所得结果并不完全一样,而且事先不能预言将来会发生什么结果的现象.例如:

例 1.1 在标准大气压下,水加热到100℃ 一定沸腾.

例 1.2 太阳每天从东方升起,西边落下.

例 1.3 树上的苹果成熟后会往下掉.

例 1.4 抛一个硬币,必然往下落.

例 1.5 抛一个硬币,落下后可能正面朝上,也可能反面朝上.

例 1.6 从一批产品中随机抽取 1 件检验,可能合格,也可能不合格.

例 1.7 对飞机进行连续射击,可能击中,也可能没击中.

例 1.8 某电话交换台在上午 9 点钟内的呼唤次数.

例 1.9 从 0 ~ 9 十个数字中任取 1 个,可能取到的数字.

其中,例 1.1 ~ 例 1.4 是确定性现象,例 1.5 ~ 例 1.9 是随机现象.

现实生活中随机现象很多，我们几乎随时都能遇上. 正因为大量随机现象的存在，新鲜事物层出不穷，客观世界才显得丰富多彩. 随机现象是偶然性与必然性的辩证统一，偶然性表现在每一次试验前，不能准确地预言发生哪种结果；必然性表现在相同条件下进行大量重复试验时，结果呈现出统计规律性. 偶然性蕴含着必然性，必然性通过无数的偶然性表现出来. 概率论是一门研究随机现象统计规律性的数学学科. 它从表面上看起来错综复杂的偶然现象中，揭示出隐含的必然性来. 概率论在自然科学和社会科学的各个领域中应用十分广泛，是从事经济管理工作的必不可少的工具之一.

1.1.2　随机试验和随机事件

任一随机现象都与某一试验或观测相联系，随机现象是通过随机试验去研究的. 为了叙述方便，我们把对随机现象的一次试验或观测统称为随机现象的一个试验. 如果一个试验在相同的条件下可以重复进行，并且试验的所有结果明确不变，但每次试验的具体结果在试验前无法预知，这种试验称为随机试验，简称试验. 在一定条件下，如抛硬币、抽查产品、射击等，都是随机试验. 从理论上讲，它们可以在相同条件下，重复进行多次，各次试验的结果不一定相同.

在随机试验中，我们关心的是试验的结果，对一次试验结果可能出现也可能不出现，而在大量重复试验中却具有某种规律性的试验结果，称为此随机试验的随机事件，简称事件. 简单地说，随机试验的结果，就是随机事件. 随机事件用大写拉丁字母 A、B、C 等表示. 在随机试验中，每一个不能再分的最简单的结果称为基本事件. 如在例 1.5 中，“正面朝上”和“反面朝上”是两个基本事件. 一个试验所对应的基本事件的个数，可以是有限个，也可以是无穷多个. 由两个或两个以上基本事件组合而成的事件，称为复合事件. 如在例 1.9 中，“取到的数字不小于 8”的事件是一个复合事件. 由“取到 8”和“取到 9”两个基本事件组合而成.

在一定条件下，必然发生的事件，称为必然事件，记作 Ω. 如例 1.1 ～ 例 1.4，是必然事件. 在一定条件下，必然不发生的事件，称为不可能事件，记作 $\varnothing$. 如：“抛一枚硬币，落下后，正面朝上和反面朝上同时发生”，是不可能事件. 必然事件和不可能事件实质上都是确定性现象的表现. 为了便于讨论，通常把它们当作随机事件的两种极端情况来看待.

1.1.3　事件的关系和运算

在某些问题的研究中，我们讨论的往往不只是一个事件，而是几个事件，而

这几个事件之间存在着一定的联系.例如，在检验某些圆柱形产品时，要求它的长度和直径都符合规格才算合格.这时，要考虑"产品合格"、"直径合格"、"长度合格"等事件.显然，这些事件相互之间是有联系的.在研究随机现象的规律时，我们常通过对简单事件的了解去研究与其有关的较复杂的事件的规律.下面引进事件之间的几种主要关系以及作用在事件上的运算.

1.包含关系

如果事件 A 发生，必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，或称事件 A 被事件 B 包含，记作 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.例如，事件 A 表示"产品是一等品"，事件 B 表示"产品是合格品"，我们知道，一等品就一定是合格品，所以 $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

显然，包含关系具有以下性质：

(1) $A \subset A$;

(2) 若 $A \subset B, B \subset C$，则 $A \subset C$;

(3) $\varnothing \subset A \subset \Omega$.

2.相等关系

如果事件 B 包含事件 A，且事件 A 包含事件 B，即 $A \subset B$ 与 $B \subset A$ 同时成立，则称事件 A 与事件 B 相等，记作 $A=B$.例如，在例 1.8 中 事件 A 表示"呼唤次数为偶数"，事件 B 表示"呼唤次数能被 2 整除"，则 $A=B$.

3. 和

事件 A 和事件 B 至少有一个发生，这一事件称为事件 A 与事件 B 之和，记作 $A+B$.例如，在例 1.8 中，事件"呼唤次数小于 2"是事件"呼唤次数为 1"与事件"呼唤次数为 0"之和.

事件和的概念可以推广到 n 个事件的情形，事件 $A_1+A_2+\cdots+A_n$ 称为事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和，表示 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 至少有一个发生.

4.积

若事件 A 和事件 B 同时发生，则这一事件称为事件 A 与事件 B 之积，记作 AB.例如，在例 1.8 中，事件"呼唤次数是 6 的倍数"是事件"呼唤次数是 2 的倍数"与事件"呼唤次数是 3 的倍数"的积.

事件积的概念也可以推广到 n 个事件的情形，事件 $A_1A_2\cdots A_n$，称为事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的积，表示 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生.

5.差

若事件 A 发生而事件 B 不发生，则称此事件为事件 A 与事件 B 之差，记作 $A-B$.例如，在例 1.9 中，事件"取到数 8"是事件"取到的数是 2 的倍数"与事件

“取到的数不超过 7” 的差.

6. 互不相容关系

若事件 A 和事件 B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称事件 A 与 B 互不相容. 例如，事件“呼唤次数大于 10” 与事件“呼唤次数小于 10” 互不相容.

所谓 n 个事件互不相容，是指其中任意两个事件都是互不相容的.

7. 对立事件

若事件 A 和事件 B 满足

$$A+B=\Omega, AB=\varnothing,$$

则称事件 A 与事件 B 互为对立事件，记作 $B=\overline{A}$. 例如，事件“呼唤次数不超过 2” 与事件“呼唤次数大于 2” 互为对立事件.

显然，A 的对立事件 $\overline{A}$ 表示 A 不发生.

对立事件具有以下性质：

$\overline{\Omega}=\varnothing$；

$\overline{\varnothing}=\Omega$；

$\overline{\overline{A}}=A$.

由定义可知，对立事件一定互不相容，但互不相容事件不一定是对立事件.

例1.10 设 A、B、C 为三事件，试用事件的运算表示下列事件：

(1) A 发生，B、C 不发生；

(2) A、B、C 恰有一个发生；

(3) B、C 发生，A 不发生；

(4) A、B、C 恰有两个发生；

(5) A、B、C 都发生；

(6) A、B、C 至少有一个发生；

(7) A、B、C 都不发生；

(8) A 发生，B、C 中任意一个发生，但不同时发生.

解：(1) $A\,\overline{BC}$； (2) $A\,\overline{BC}+\overline{A}B\,\overline{C}+\overline{AB}C$；

(3) $\overline{A}BC$； (4) $\overline{A}BC+A\,\overline{B}C+AB\,\overline{C}$；

(5) ABC； (6) $A+B+C$；

(7) $\overline{ABC}$； (8) $A\,\overline{B}C+AB\,\overline{C}$.

1.1.4 事件的运算规律

为了对事件的运算式进行恒等变形和化简，现将事件的运算规律列表如下：