

普通高等教育“十二五”规划教材
电工电子基础课程规划教材

电路与信号分析

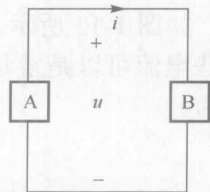
陈 亮 刘景夏 贾永兴 王丽娟 胡冰新 编著

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

思考与练习

1.2-1 图示电路中, 电压 u 、电流 i 参考方向是否关联?

1.2-2 有人说“电路中两点之间的电压等于该两点之间的电位差, 因这两点的电位数值随参考点不同而改变, 所以这两点间的电压数值亦随参考点的不同而改变”, 试判断其正误, 并给出理由。



练习题 1.2-1 图

1.3 基尔霍夫定律

电路是由一些元件相互连接构成的整体。电路中各个元件的电流和电压受到两类约束：一类约束来自元件的相互连接方式, 由基尔霍夫定律体现, 称为拓扑约束; 另一类约束来自元件的性质, 每种元件的电压、电流形成一个约束。例如, 线性电阻元件服从欧姆定律, 别无选择, 这种只取决于元件性质的约束, 称为元件约束。拓扑约束和元件约束合称为两类约束。

基尔霍夫定律是由德国物理学家基尔霍夫于 1845 年 (当时他还是一名大学生) 提出的, 它与欧姆定律一起奠定了电路理论的基础。该定律包括基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律, 它是分析一切集总参数电路的根本依据, 一些重要的定理、有效的电路分析方法, 都是以基尔霍夫定律为“源”推导、证明、归纳总结得出的。由于涉及元件的互联形式, 故先介绍电路模型中的几个名词, 然后再介绍基尔霍夫定律。

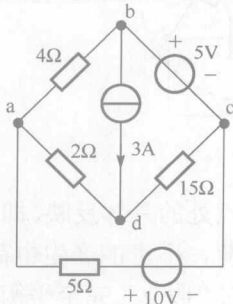


图 1-12

支路: 一个二端元件或若干个二端元件的串联构成的每个分支。为方便起见, 本书多用“若干个二端元件的串联构成的每个分支”作为支路, 如图 1-12 中共有 6 条支路: ab 、 bc 、 cd 、 ad 、 bd 、 ac 。

节点: 支路与支路的连接点。如图 1-12 所示电路中共有 4 个节点, 即 a 、 b 、 c 、 d 。

回路: 电路中任何一个闭合路径称为回路。如图 1-12 所示有 7 个回路, 即 $abda$ 、 $bcdb$ 、 $adca$ 、 $abca$ 、 $abcd$ 、 $abdca$ 、 $adbca$ 。

网孔: 内部不含支路的回路称为网孔。网孔一定是回路, 但回路不一定是网孔。图 1-12 中有 3 个回路是网孔: $abda$ 、 $bcdb$ 、 $adca$ 。

1.3.1 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律的内容是: 对于集总参数电路中的任意节点, 任一时刻流入或流出该节点电流的代数和为零。基尔霍夫电流定律也简称为 KCL。其数学表示式为

$$\sum_{k=1}^m i_k(t) = 0 \quad (1.3-1)$$

该式称为节点电流方程, 简称 KCL 方程。其中, m 为连接节点的电流总数, $i_k(t)$ 为第 k 条支路电流, $k = 1, 2, \dots, m$ 。其含义即把连接节点的支路电流都看成是流进 (或流出) 的话, 那么这些支路电流的代数和为零。因此, 必然要求为每个电流规定符号, 如假设流入该节点的电流取正号, 则流出该节点的电流取负号 (也可反过来规定)。

建立 KCL 方程时, 首先要设定每一支路电流的参考方向, 然后依据参考方向取号, 电流流入或流出节点可取正或取负, 但列写的同一个 KCL 方程中取号规则一致。

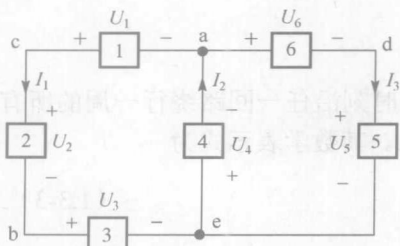


图 1-17

运用任意两点的电压计算的重要结论:

$$U_{bd} = -U_2 + U_1 - U_4 - U_5 = 3 + 1 + 4 - 7 = 1V$$

$$U_3 = -U_2 + U_1 - U_4 = 3 + 1 + 4 = 8V$$

$$U_6 = -U_4 - U_5 = 4 - 7 = -3V$$

计算 1、3、6 元件消耗的功率为

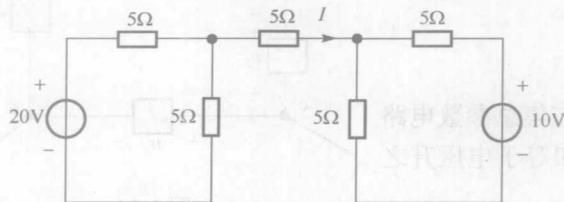
$$P_1 = -U_1 I_1 = -2 \times 1 = -2W \quad (\text{实为产生 } 2W \text{ 功率})$$

$$P_3 = U_3 I_1 = 8 \times 1 = 8W$$

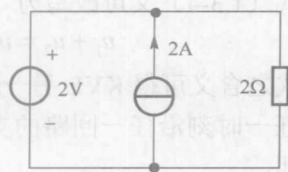
$$P_6 = U_6 I_3 = -3 \times 1 = -3W \quad (\text{实为产生 } 3W \text{ 功率})$$

思考与练习

- 1.3-1 试从物理原理解释基尔霍夫电流和电压定律的本质。
 1.3-2 如图所示电路中电流 I 为多少?
 1.3-3 试求电路图中各元件的功率, 并指出实际是吸收还是发出的。



练习题 1.3-2 图



练习题 1.3-3 图

1.4 电路基本元件

电路元件是组成电路模型的最小单元, 电路元件的特性由端口电压、电流关系来表征, 简称伏安特性, 简记为 VAR 或 VCR, 可用数学关系式表示, 也可描绘成 $u \sim i$ 平面曲线, 称为伏安特性曲线。

常用的电路元件包括电阻、电容、电感、电压源、电流源、受控源、运算放大器、耦合电感、变压器以及一些非线性元件等。电路元件根据其外接端钮的个数可以分为二端元件和多端元件。例如, 电阻元件、电感元件和电容元件等是二端元件, 三极管元件、受控源元件、运算放大器元件等是多端元件。此外, 还可以根据电路元件在工作时是否还需要外加电源才能工作将其分为有源元件和无源元件, 电阻、电容、电感等是无源元件, 运算放大器等是有源元件。

本章首先介绍构成电阻电路的四种常用元件: 电阻、电压源、电流源和受控源元件, 其他一些元件将在后续章节中陆续介绍。

1.4.1 电阻

电阻元件是从实际电阻器件抽象出来的理想模型, 它是表征电阻器对电流呈现阻碍作用、消耗电能的一种理想元件。

如果一个二端元件在任意时刻, 其伏安特性均能用 $u \sim i$ 平面上的一条曲线描述, 则称为

显然, 两种情况下, 功率的计算公式是一样的。观察功率计算公式可发现一个重要特点, 即当电阻为正值时, 电阻元件吸收功率是非负值, 即其只消耗功率, 而不可能产生功率, 此即电阻元件的耗能性质。从 t_0 到 t 时刻电阻元件所消耗或吸收的能量 $w(t_0, t)$ 为

$$w(t_0, t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t Ri^2(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t \frac{u^2(\xi)}{R} d\xi \quad (1.4-6)$$

需要注意的是, 有时也会遇到负电阻元件, 它是对某些复杂的有源电子电路或某些特殊器件(如隧道二极管)外部特性的一种抽象, 这样的器件会向外电路提供功率和能量, 不是耗能元件。

例 1-4 图 1-19 中, 已知电阻两端某瞬间电压 $u = 4V$, 且 $R = 2\Omega$, 试求流经电阻的电流 i 和该瞬间电阻的吸收功率 p 。

解: 在图示电路中, 电压和电流采用非关联参考方向, 欧姆定律应表示为

$$u = -Ri$$

故有

$$i = -\frac{u}{R} = -\frac{4}{2} = -2A$$

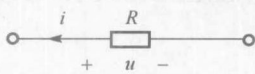


图 1-19

该瞬间电阻的吸收功率为: $p = -ui = 8W$ 。

理想电阻元件的伏安特性曲线是向两端无限延伸的, 意味着其电压电流可以不加约束地满足欧姆定律, 因而其功率值也可以为任意值。但电灯、电烙铁等实际电阻器件却不能对其电压、电流和功率不加限制。这是因为根据电流的热效应, 电阻器件有电流流过时不可避免地要产生热量, 而过大的电压和电流会使器件过热而损坏, 这个限额通常称为额定值, 如额定电压、额定电流、额定功率。实际电阻器件使用时不得超过其规定的额定值, 以保证安全工作。

1.4.2 电压源与电流源

电路中提供功率和能量的元件是电源元件, 通常包括电压源和电流源两类。其中电压源是对外电路提供电压的实际电源的抽象, 例如干电池、稳压电压源、交流电源等。电流源是对外电路提供电流的实际电源的抽象, 例如光电池、恒流源等。

1. 电压源

如果一个二端元件不论其上流过的电流大小和方向如何, 其两端的电压始终保持恒定的值或一定的时间函数(例如正弦波形), 则称其为电压源元件。

电压源的电路模型如图 1-20(a)、(b)所示, 其中图 1-20(a)可表示直流或时变电压源, 图 1-20(b)仅用以表示直流电压源。电压源的伏安特性曲线如图 1-20(c)所示。

电压源的伏安特性可以表示为

$$\begin{cases} u = u_s \\ i = \text{任意值} \end{cases} \quad (1.4-7)$$

观察电压源的伏安特性曲线, 可知:

(1) 在任意时刻, 电压源的伏安特性曲线是平行于 i 轴、其值为 $u_s(t_1)$ 的直线。

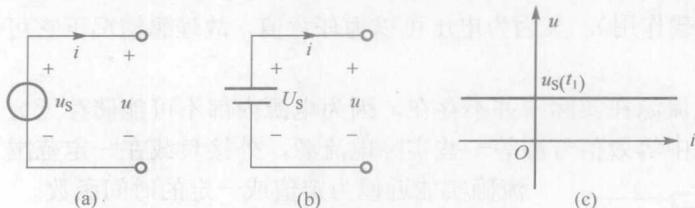


图 1-20

(2) 若 $u_S(t_1) = 0$, 则伏安特性曲线是 i 轴, 在 t_1 时刻它相当于短路。

(3) 电压源两端的电压与流过它的电流无关。这意味着其流过的电流值和方向可以是任意的。当电压源接在电路中时, 流经它的电流值将由电压源和外电路共同确定。根据不同的外电路, 电流可以不同方向流过电源, 因此理想电压源可对电路提供能量 (起激励作用), 也可从外电路接受能量 (起负载作用)。又因为电流可以为任意值, 故理想情况下它可供出或吸收无穷大的能量。

理想电压源实际并不存在, 因为电源内部不可能储存无穷大的能量。但对一些实际电源来说, 当外接负载在一定范围之内变化时确实能近似为定值或一定的时间函数。这种情况下, 把这些实际电源看成理想电压源在工程计算中是允许的。即使在有些条件下不能把实际电压源看作理想电压源, 亦可用理想电压源串联一适当电阻作为实际电压源的模型。

2. 电流源

如果一个二端元件不论其两端的电压大小和方向如何, 其电流始终保持恒定值或一定的时间函数 (例如正弦波形), 则称其为电流源元件。

电流源的电路模型如图 1-21(a)所示, 电流源的伏安特性曲线如图 1-21(b)所示。

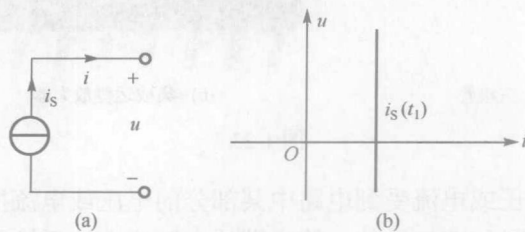


图 1-21

电流源的伏安特性可以表示为

$$\begin{cases} i \equiv i_S \\ u = \text{任意值} \end{cases} \quad (1.4-8)$$

观察电流源的伏安特性曲线, 可知:

(1) 在任意时刻, 电流源的伏安特性曲线是平行于 u 轴 (垂直于 i 轴)、其值为 $i_S(t_1)$ 的直线。

(2) 若 $i_S(t_1) = 0$, 则伏安特性曲线是 u 轴, 在 t_1 时刻它相当于开路。

(3) 电流源输出的电流与其两端的电压无关, 这意味着其两端的电压值和方向可以是任意的。当电流源接在电路中时, 其两端电压将由电流源和外电路共同确定。根据不同的外电路, 电压可以有不同的极性, 因此理想电流源可对电路提供能量 (起激励作用), 也可从外电

路接受能量（起负载作用）。又因为电压可以为任意值，故理想情况下它可供出或吸收无穷大的能量。

同样，理想电流源在实际中并不存在，因为电源内部不可能储存无穷大的能量。但对于光电池或电子线路中等效信号源等一些实际电流源，外接负载在一定范围之内变化时输出电

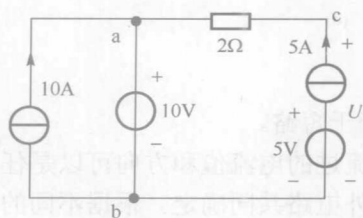


图 1-22

流确实能近似为定值或一定的时间函数。

例 1-5 求图 1-22 所示电路中的电压 U 。

解： 由 KVL 方程： $U = U_{ca} + U_{ab}$

$U_{ab} = 10\text{V}$ （仅取决于 10V 电压源）

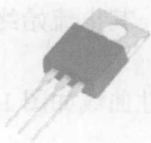
$U_{ca} = 2 \times 5 = 10\text{V}$ （欧姆定律，2Ω 电阻与 5A 电流源串联，

故其电流为 5A）

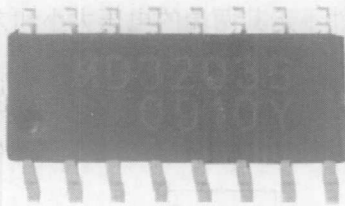
故： $U = U_{ca} + U_{ab} = 10 + 10 = 20\text{V}$

1.4.3 受控源

前面讨论的电压源和电流源，由于电压源供出的电压和电流源供出的电流均由其内部特性决定，独立于电路的其他部分，因此均可称为独立电源。电路中还存在另一种电源，它供出的电压或电流由其他部分的电压或电流决定或控制，因而称为受控源。受控源是由一些电子器件抽象而来的一种模型。一些电子器件如晶体管、运算放大器（见图 1-23）等均具有输入端电流（或电压）能控制输出端电流（或电压）的特点，于是提出了受控源元件。



(a) 三极管



(b) 集成运算放大器

图 1-23

受控源定义为输出电压或电流受到电路中某部分的电压或电流控制的电源。受控源有输入和输出两对端钮，因此又称双口元件。输出端的电压或电流受输入端所加的电压或电流的控制，按照控制量和被控制量的组合情况，理想受控源（线性）分为四种：电压控制电压源（VCVS）、电压控制电流源（VCCS）、电流控制电压源（CCVS）、电流控制电流源（CCCS），如图 1-24 所示。

图中的比例系数 μ 、 γ 、 g 、 β 是反映每种受控源控制关系的一个关键参数。其中 μ 和 β 是没有量纲的， γ 和 g 则分别具有电阻和电导的量纲。

受控源与独立源（电压源和电流源）虽然同为电源，但却有本质的不同。独立源在电路中可对外独立提供能量，直接起激励作用，因为有了它才能在电路中产生响应；而受控源则不能直接起激励作用，它的电压或电流受电路中其他电压或电流的控制。控制量存在，则受控源就存在，当控制量为零时，则受控源也为零。需要说明的是，受控源的这种“控制”与“被控制”关系，是电路内部一种物理现象而已。

例 1-6 计算图 1-25 中各元件的功率，并说明是吸收的还是产生的。

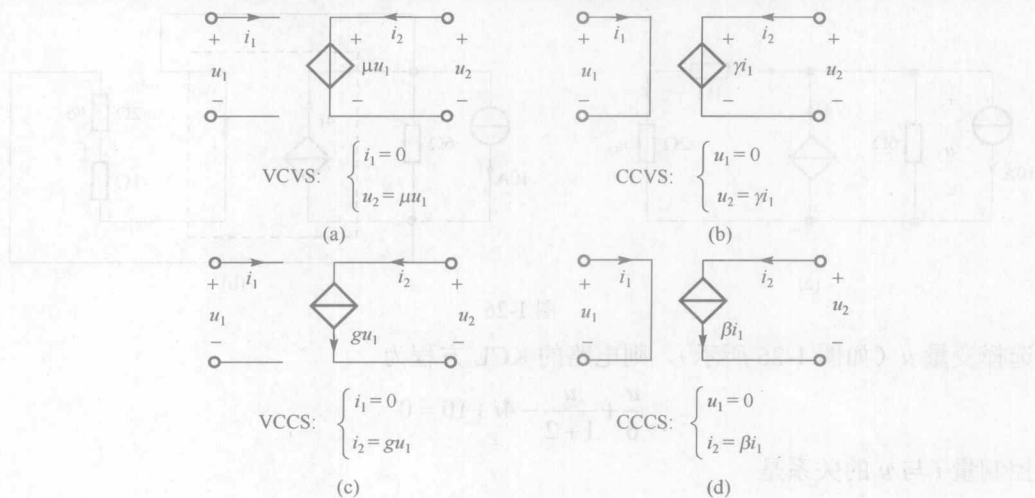


图 1-24

解：根据图中各元件的电压电流关系以及发出或吸收功率的定义来求解。

对于 20V 电压源，电压电流参考方向为非关联，可直接计算其发出功率为

$$P_{20V} = 20 \times 5 = 100W$$

对于电阻 R_1 ，其上电压和电流参考方向为关联的，可直接计算其吸收功率为

$$P_{R_1} = 12 \times 5 = 60W$$

对于电阻 R_2 ，其两端电压 u 可根据 KVL 求得

$$u = 20 - 12 = 8V$$

故图中电阻 R_2 上电压和电流参考方向关联，其吸收的功率可直接计算

$$P_{R_2} = 8 \times 6 = 48W$$

最后计算受控电流源 (CCCS) 上的功率。其电压 u 与电流 $0.2I$ 参考方向为关联的。考虑受控源为理想的，其功率即为受控支路的功率，将条件 $I = 5A$ 代入，可得受控源发出功率为

$$P_{0.2I} = 8 \times 0.2I = 8 \times (0.2 \times 5) = 8W$$

显然，有

$$P_{R_1} + P_{R_2} = P_{20V} + P_{0.2I} = 108W$$

即电路中产生的总功率等于吸收的总功率，符合能量守恒定律。

例 1-7 含 CCCS 电路如图 1-26(a)所示，试求电压 u_0 。

解：图 1-26(a)是含受控源电路的简化图，若为了显现受控源的控制和受控支路的电路图，则可画为图 1-26(b)所示。今后常见的电路图一般为简化图。

在列写 KCL、KVL 方程时，应注意两点：①可把受控源暂时看作独立源；②列出方程后，必须找出控制量与列方程所选变量的关系。

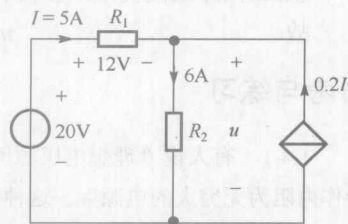


图 1-25

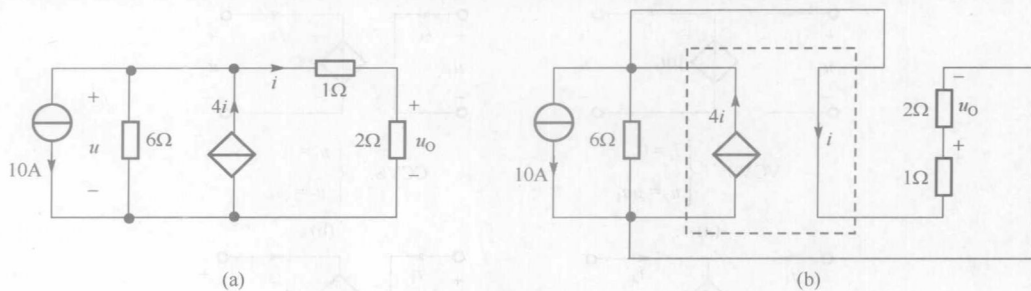


图 1-26

选择变量 u (如图 1-26 所示), 则电路的 KCL 方程为

$$\frac{u}{6} + \frac{u}{1+2} - 4i + 10 = 0$$

控制量 i 与 u 的关系是

$$i = \frac{u}{3}$$

联立求解上两方程式, 得: $u = 12\text{V}$, $i = 4\text{A}$ 。

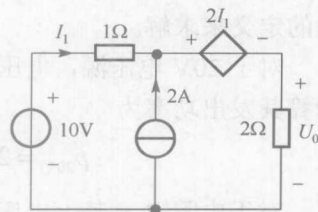
故 $u_0 = 2i = 8\text{V}$

思考与练习

1.4-1 有人说“理想电压源可看作内阻为零的电源, 理想电流源可看作内阻为无穷大的电源”。这种说法对吗? 为什么?

1.4-2 试阐述独立源与受控源的异同。

1.4-3 试求电路图中电压 U_0 的值。



练习题 1.4-3 图

1.5 简单电路分析

当元件相互连接组成一定几何结构形式的电路后, 电路中出现了节点和回路, 其各部分的电压、电流将为两类约束所支配。电路分析的任务即是在给定电路的结构、元件特性以及电源条件下, 求出电路中所有支路电压和电流或某些指定的支路电压、电流等。根据两类约束总能列出所需的方程组, 从而解出所需的未知量。因此, 两类约束是解决集总参数电路问题的基本依据。

本节讨论利用两类约束来分析两类简单电路: 单回路电路和单节点偶电路。

1.5.1 单回路电路分析

单回路电路即只有一个回路的电路, 通常以回路电流为变量, 列一个 KVL 方程, 求得回路电流后可再求其他响应。

例 1-8 求图 1-27 所示单回路电路中电阻和受控源的功率, 说明其是产生的还是吸收的。

解: 根据电路列出回路 KVL 方程如下

$$3I_1 + 2I_1 - 5 = 0$$

解得: $I_1 = 1\text{A}$ 。

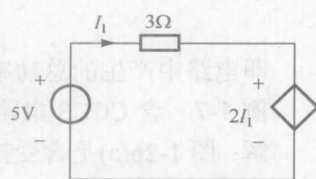


图 1-27

单回路电路和单节点偶电路) 中求出该支路响应, 且对于求任何外接电路的响应均不受影响呢? 回答是肯定的。

1.6.1 电路的等效概念

在电路分析中, 可以把一组相互连接的元件作为一个整体来看待, 若这个整体只有两个端钮可与外部电路相连接, 则称该整体为二端网络。一个典型的二端网络如图 1-30(a)虚线框内所示。如果将二端网络看成一个广义节点, 则根据广义 KCL 可得到结论: 进出二端网络两个端钮的电流是同一个电流。如果一个二端网络 N 的内部结构和参数未知, 则常用图 1-30(b) 来表示。

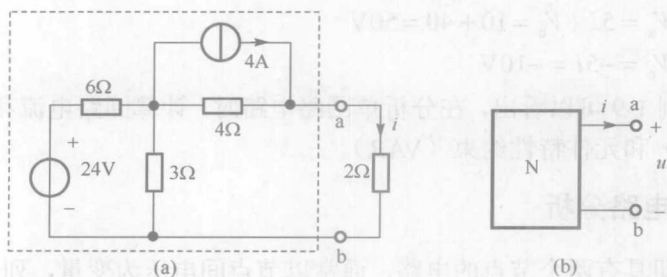


图 1-30

在图 1-30(a)所示的电路中, 要求计算 2Ω 电阻支路上的电流 i 。对 ab 以左虚线框内的二端网络, 如何用一个简单的电路来替代而不影响电流 i 的值呢?

这里首先给出电路等效的定义: 两个二端网络 N_1 和 N_2 , 如果它们的端口伏安关系完全相同, 则 N_1 和 N_2 是等效的, 或称 N_1 和 N_2 互为等效电路, 如图 1-31 所示。也就是说, 二端网络 N_1 和 N_2 可以互为替代。

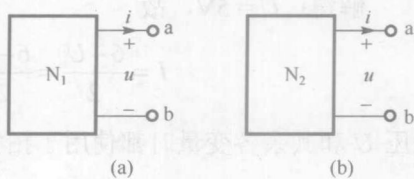


图 1-31

在上述电路等效定义的要求下, 可以证明, 两个二端网络 N_1 和 N_2 , 若分别连接到同一个任意的二端网络 M 时不会影响到 M 内的电压和电流值, 如图 1-32 所示。因此, 又可得到等效的另一定义: 两个二端网络 N_1 和 N_2 , 若能分别连接到同一个任意的二端网络 M 而不致影响到 M 内的电压和电流值, 则 N_1 和 N_2 是等效的。

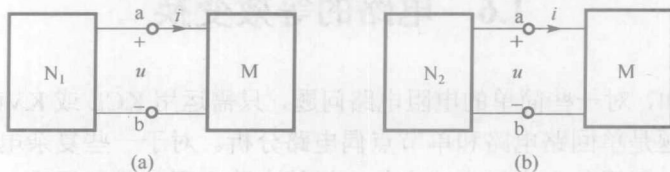


图 1-32

可见,只要 N_1 和 N_2 端口的伏安关系完全相同,则两个网络端口以外的变量 u 、 i 即相同,或者说,这两个网络互为替代后对求端口以外的电路变量不受影响。

在介绍了电路等效概念后,若要求解某支路电压或电流,则可先把该支路以外的电路进行化简,用简单网络替代原来复杂的二端网络,从而把原电路转化为单回路电路或单节点偶电路,这样求解就大大方便了。

下面根据等效的定义来求解电路问题,其步骤为:

- (1) 计算断开待求支路后余下的二端网络的端口伏安关系;
- (2) 将求得的端口伏安关系用一个最简等效电路来表示;
- (3) 将待求支路与最简等效电路相联接,在得到的简单电路中解出待求变量。

例 1-11 利用等效概念求图 1-33(a)所示电路中的电流 i 。

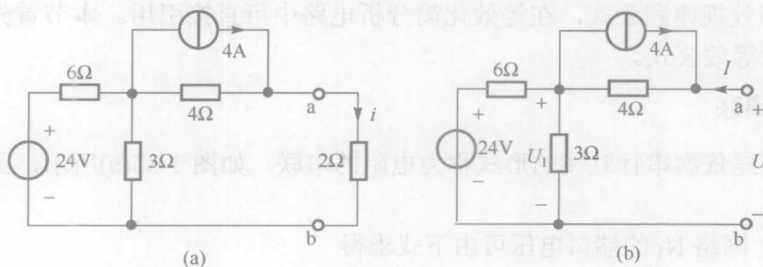


图 1-33

解: 将待求支路断开,余下的电路如图 1-33(b)所示。假设其端口电压为 U , 端口电流为 I , 则根据两类约束可列写方程为

$$\begin{cases} 4(4+I)+U_1=U \\ \frac{24-U_1}{6}+I=\frac{U_1}{3} \end{cases}$$

消去中间变量 U_1 , 可得图 1-33(b)所示电路的端口伏安关系如下

$$U=24+6I$$

该式可看成一条支路的 KVL 方程,故其所对应的最简等效电路如图 1-34(a)所示。

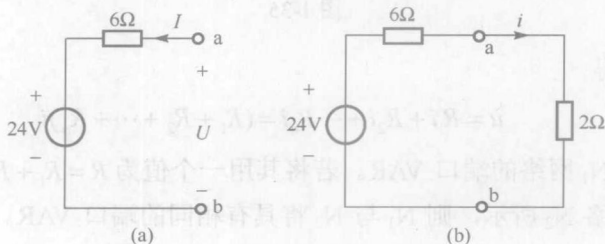


图 1-34

将待求变量支路接上,可得图 1-34(b)所示的单回路电路。从中解得待求变量为

$$i = \frac{24}{6+2} = 3\text{A}$$

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u$$

$$\vdots$$

$$u_n = \frac{R_n}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u$$

可见, 其中任意一个电阻 R_k 的电压为

$$u_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u \quad (1.6-2)$$

式(1.6-2)称为分压公式, 即每个电阻上的分压与其在串联总电阻中所占的比例成正比。工程实际中, 常用串联电阻作为分压装置, 电阻值越大, 分配的电压也越大。

对于两个电阻 R_1 和 R_2 串联的情况, 分压公式为

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u, \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

2. 电阻的并联

多个电阻首尾分别并接在一起的形式称为电阻的并联。如图 1-36(a)所示, 图中假设有 n 个电阻相并联。由于电阻的并联等效公式用电导来推导较为方便, 因此图中所有电阻均用其电导值来表示。

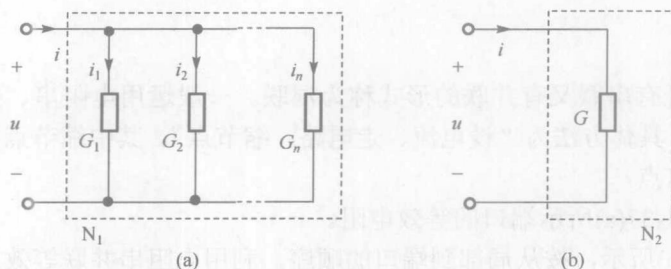


图 1-36

根据 KCL, 网络 N_1 的端口电流可由下式求得

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

根据欧姆定律可得

$$i = G_1 u + G_2 u + \cdots + G_n u = (G_1 + G_2 + \cdots + G_n) u \quad (1.6-3)$$

式(1.6-3)即为 N_1 网络的端口 VAR。若将其用一个值为 $G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$ 的电导来替换, 如图 1-36(b)中网络 N_2 所示, 则 N_1 与 N_2 将具有相同的端口 VAR。故并联等效电导为

$$G = G_1 + G_2 + \cdots + G_n$$

每个电导上的分流可由下列公式求得

$$i_1 = G_1 u = G_1 \frac{i}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n} i$$

$$R_0 = (5//3) + (5//7) = 4.8\Omega$$

则接上 10Ω 电阻后,原电路等效为图 1-71(c)。

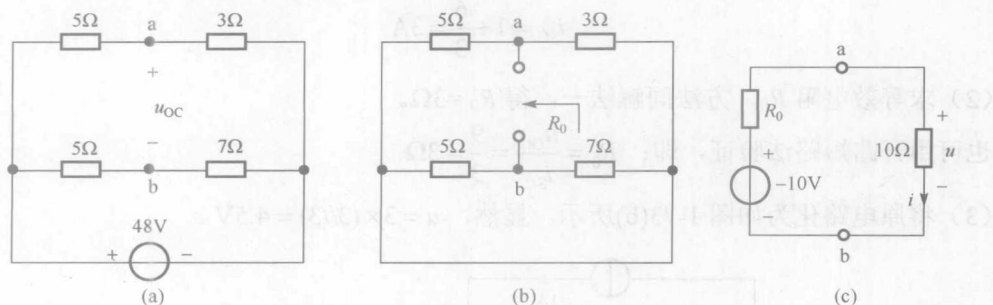


图 1-71

从而可得支路电流 $i = \frac{-10}{4.8+10} = -0.68\text{A}$ 。

例 1-31 用等效电源定理求电路图 1-72(a)中的负载电压 u 。

解法一: 戴维南定理求解。

(1) 断开负载 3Ω 电阻, 如图 1-72(b)所示。求开路电压 u_{OC} 为

$$u_{OC} = 3 \times 1 + 6 = 9\text{V}$$

(2) 把独立源置为零, 得图 1-72(c)所示电路。求等效电阻 R_0 为

$$R_0 = 3\Omega$$

(3) 接上负载, 原电路可简化为如图 1-72(d)所示。

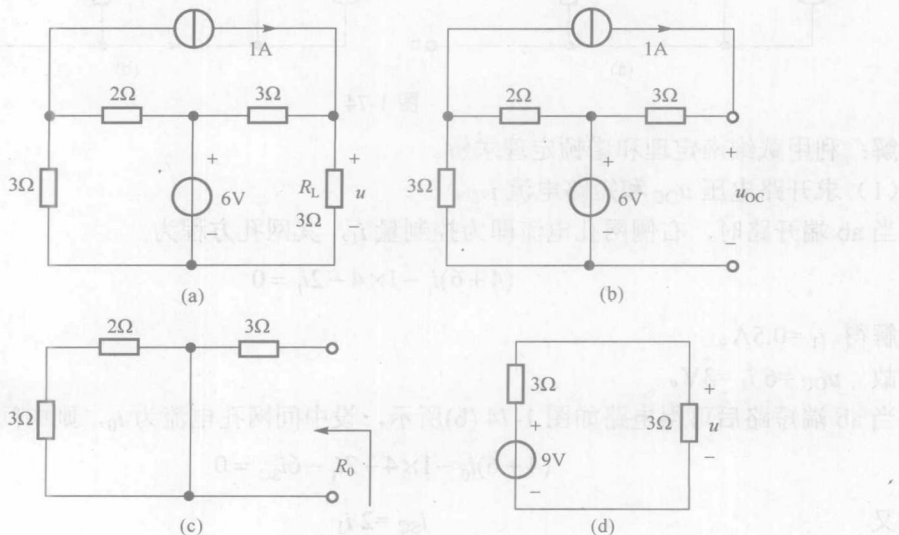
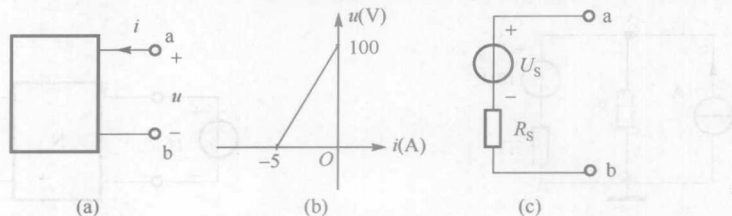


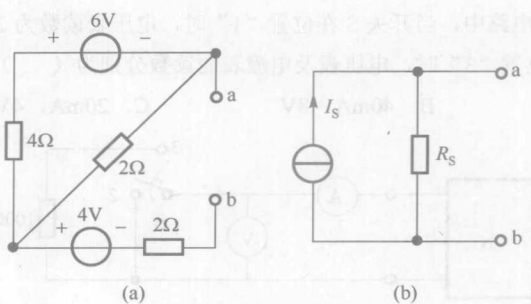
图 1-72

由分压公式可得

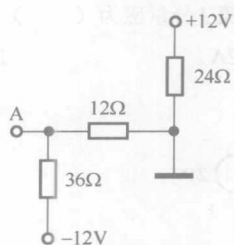
$$u = 4.5\text{V}$$



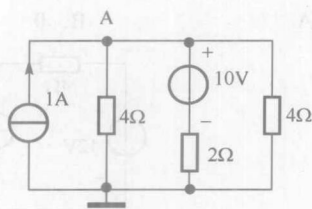
题 1-2 (3) 图



题 1-2 (4) 图



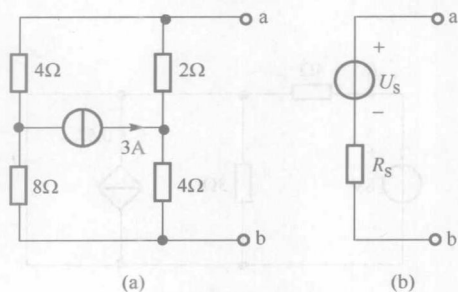
题 1-2 (5) 图



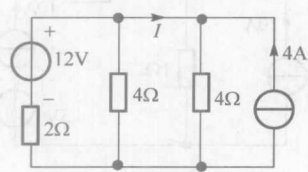
题 1-2 (6) 图

(7) 题 1-2 (7) 图所示电路中图(a)端口等效为图(b)时, 则 $U_s =$ _____, $R_s =$ _____。

(8) 题 1-2 (8) 图所示电路中, 电压源单独作用时 $I =$ _____, 电流源单独作用时 $I =$ _____。



题 1-2 (7) 图



题 1-2 (8) 图

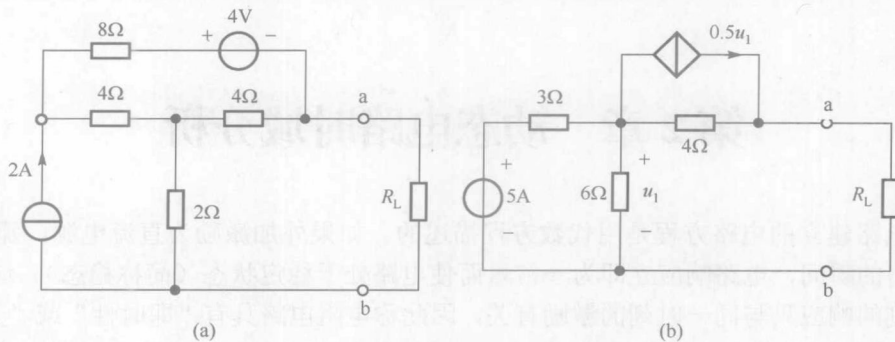
(9) 题 1-2 (9) 图所示电路中, 若开关 S 在位置“1”时, $I = 3A$ 。则开关在位置“2”时, $I =$ _____。

(10) 题 1-2 (10) 图所示电路中 $R =$ _____ 时可获得最大功率。

1-3 题 1-3 图是电路中的一条支路, 其电流、电压参考方向如图所示。

(1) 如果 $i = 2A$, $u = 4V$, 求元件吸收功率;

(2) 如果 $i = 2mA$, $u = -5mV$, 求元件吸收功率;



题 1-31 图

习 题 1-1

1-1-1 求元件功率

如图 1-1-1 所示电路，求元件功率。



图 1-1-1

1-1-2 求电压 u 和功率 P

如图 1-1-2 所示电路，求电压 u 和功率 P 。



图 1-1-2

1-1-3 求电压 u 和功率 P

如图 1-1-3 所示电路，求电压 u 和功率 P 。



图 1-1-3

第2章 动态电路时域分析

电阻电路建立的电路方程是用代数方程描述的。如果外加激励为直流电源，那么在激励作用到电路的瞬间，电路响应立即为一常量而使电路处于稳定状态（简称稳态）。这就是说，在任一时刻的响应只与同一时刻的激励有关，因此称电阻电路具有“即时性”或“无记忆性”特点。但当电路中含有电感元件或电容元件时则不然。比如，当 RC 串联电路与恒压源接通后，电容元件被充电，其电压逐渐增长，要经过一个暂态过程才能达到稳定值。这种现象是由电感元件或电容元件的性质决定的，因为这类元件的电压、电流关系涉及对电流、电压的微分或积分，称为动态元件。含动态元件的电路称为动态电路。

由于动态元件压流关系为微积分关系，建立的电路方程将用微分方程描述，这就决定了动态电路在任一时刻的响应与激励的全部历史有关，并且将使电路产生暂态过程或过渡过程。例如，一个动态电路，尽管已不再作用，但仍有输出，因为输入曾经作用过，我们称这种电路具有“记忆性”特点。

本章主要利用两类约束研究暂态过程或过渡过程中响应随时间而变化的规律。首先介绍两个动态元件，随后主要介绍直流一阶电路的零输入响应、零状态响应和全响应，以及一阶电路的三要素法等。

研究暂态过程的目的是：认识和掌握这种客观存在的物理现象和规律，既要充分利用暂态过程的特性，同时也必须预防它所产生的危害。例如，在工程应用中常利用电路中的暂态过程来改善波形和产生特定波形。但某些电路在与电源接通或断开的暂态过程中会产生过电压或过电流，从而使电气设备或器件遭到损坏。

2.1 动态元件

2.1.1 电容元件

电容器是最常用的电能储存器件。用介质（如云母、绝缘纸、电解质等）把两块金属极板隔开即可构成一个电容器，如图 2-1 所示。

在电容器两端加上电源，两块极板能分别聚集等量的异性电荷，在介质中建立电场并储存电场能量。电源移去后，这些电荷由于电场力的作用而互相吸引，但却被介质所绝缘而不能中和，因而极板上的电荷能长久地储存起来，所以电容器是一种能够储存电场能量的实际器件。

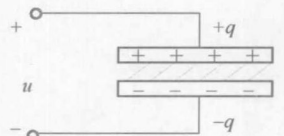


图 2-1

应用电荷、电压关系 $q \sim u$ （称为库伏特性）表征电容器的外特性，经理想化处理，可建立电容元件的模型。

一个二端元件，在任意时刻，其电荷 q 、电压 u 关系能用 $q \sim u$ 平面上的曲线确定，则称此二端元件为电容元件，简称电容。

若电容元件在 $q \sim u$ 平面上的曲线是通过原点的一条直线，且不随时间变化，则称为线性

时刻, 电容吸收的能量为

$$\begin{aligned} w_C(t) &= \int_{-\infty}^t p d\xi = \int_{-\infty}^t Cu(\xi) \frac{du(\xi)}{d\xi} d\xi = \int_{u(-\infty)}^{u(t)} Cu(\xi) du(\xi) \\ &= \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(-\infty) \end{aligned}$$

设 $u(-\infty)=0$, 则意味着电容在任一时刻储存的能量等于它吸收的能量, 即电容储能公式为

$$w_C(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t) \quad (2.1-6)$$

式 (2.1-6) 表明, 电容在任何时刻的储能只与该时刻的电压有关, 而与通过的电流大小无关。只要电压存在, 即使没有电流 (如断开与它相连接的电路) 也有储能。因此电容元件是储能元件, 电容吸收的能量以电场能量形式储存在元件的电场中。

在电容电流是有限值时, 电容电压不能跃变, 实质上也就是电容的储能不能跃变的反映。如果电容储能跃变, 则功率将是无限大, 当电容电流是有限值时, 这种情况实际是不可能的。

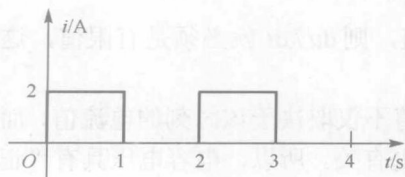
例 2-1 电容元件如图 2-2(a) 所示, 已知 $C = 1F$, $t = 0$ 以前无初始储能。若其电流 i 为如图 2-3(a) 所示的波形, 试作出其电压 u 的波形图。

解: 由图 2-3(a) 所示波形可知, 电流 i 的表达式为

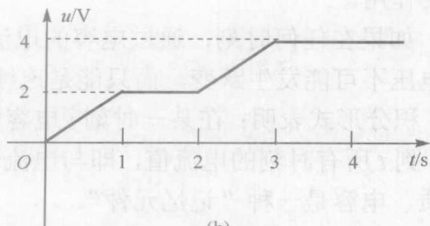
$$i(t) = \begin{cases} 2A & 0 < t < 1s, 2s < t < 3s \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$t = 0$ 以前无初始储能。故根据电容元件伏安关系积分形式, 有

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi + \int_0^t i(\xi) d\xi \\ &= \begin{cases} \int_0^t 2d\xi = 2tV, & 0 \leq t \leq 1s \\ u(1) + \int_1^t 0 \times d\xi = 2V, & 1s \leq t \leq 2s \\ u(2) + \int_2^t 2d\xi = 2t - 2V, & 2s \leq t \leq 3s \\ u(3) = 4V, & t \geq 3s \end{cases} \end{aligned}$$



(a)



(b)

图 2-3

据此, 可画出电压波形图如图 2-3(b) 所示。

实际的电容器除了有储能作用外, 还会消耗一部分电能。主要原因是由于介质不可能是

理想的,其中多少存在一些漏电流。由于电容器消耗的功率与所加电压直接相关,因此可用电容与电阻的并联电路模型来表示实际电容器,如图2-4所示。

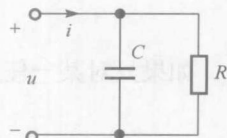


图2-4

另外,每个电容器所能承受的电压是有限的,电压过高,介质就会被击穿,从而丧失电容器的功能。因此,一个实际的电容器除了要标明电容量外,还要标明其额定工作电压,使用电容器时不应高于它的额定工作电压。

2.1.2 电感元件

用导线绕制成空芯或具有铁芯的线圈即可构成一个电感器或电感线圈。线圈中通以电流 i 后将产生磁通 Φ_L , 在线圈周围建立磁场并储存磁场能量,所以电感线圈是一种能够储存磁场能量的实际器件。

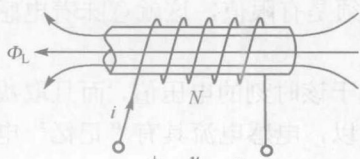


图2-5

如果磁通 Φ_L 与线圈的 N 匝都交链,则磁链 $\Psi_L = N\Phi_L$ (无漏磁时),如图2-5所示。 Φ_L 和 Ψ_L 都是由线圈本身的电流产生的,称为自感磁通和自感磁链。

应用磁链、电流关系 $\Psi_L \sim i$ (称为韦安特性) 表征电感器的外特性,经理想化处理,可建立电感元件的模型。

一个二端元件,在任意时刻,其磁链 Ψ_L 、电流 i 关系能用 $\Psi_L \sim i$ 平面上的曲线确定,则称此二端元件为电感元件。

若电感元件 $\Psi_L \sim i$ 平面上的曲线是通过原点的一条直线,且不随时间变化,则称为线性时不变电感元件。设电感上磁通 Φ_L 的参考方向与电流 i 的参考方向之间满足右手螺旋定则,则任何时刻线性电感的自感磁链 Ψ_L 与其中电流 i 的关系为

$$\Psi_L = Li \quad (2.1-7)$$

式中, L 称为电感量,单位为亨利 (H),简称亨。另外也常用 mH (10^{-3}H) 和 μH (10^{-6}H) 等单位。其电路模型及韦安特性如图2-6所示。本教材主要讨论线性时不变电感元件。

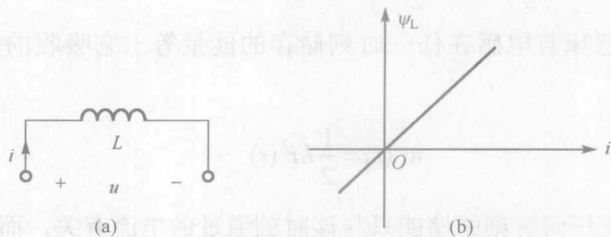


图2-6

在电路分析中,同样更关注的是电感元件的伏安关系和储能情况等。当电感电流发生变化时,自感磁链也相应地发生变化,于是该电感上将出现感应电压 u 。根据电磁感应定律,在电感电流与自感磁链的参考方向符合右手螺旋定则、电压和电流参考方向关联时,有

$$u = \frac{d\Psi_L}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (2.1-8)$$

写成积分形式: