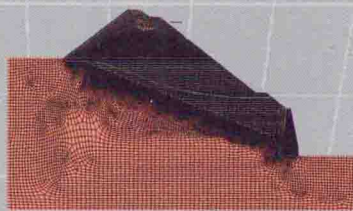
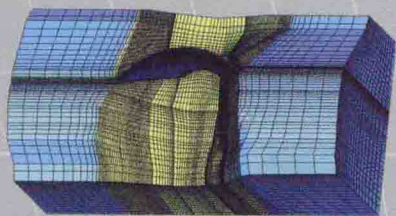


结构可靠度 理论、方法及应用

武清玺 著



科学出版社

结构可靠度理论、 方法及应用

武清玺 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统介绍了结构可靠度分析的理论、方法和工程应用；着重阐述了结构可靠度分析的随机有限元法，导出了计算列式；给出了平面问题随机有限元计算程序、使用说明和算例，源程序可在出版社网站上下载 (<http://www.abook.cn>)。本书工程实例丰富，土建、水利特色鲜明。

全书分为十章，内容包括：随变量、随机过程及随机场的基本知识，结构可靠度概念及可靠指标的涵义，结构可靠度计算方法，结构体系可靠度计算，随机有限元的理论、方法及工程应用，随机有限元程序设计，随机有限元程序及使用说明，结构可靠度分析专题等。

本书既可作为高等院校工科有关专业的研究生和高年级本科生的教学用书，也可作为有关工程技术人员的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

结构可靠度理论、方法及应用/武清玺著. —北京：科学出版社，2014

ISBN 978-7-03-040511-1

I. ①结… II. ①武… III. ①结构可靠性-研究 IV. ①TB114.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 085821 号

责任编辑：童安齐 王 钰 闫洪霞 / 责任校对：刘玉靖

责任印制：吕春珉 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014年6月第 一 版 开本：B5 (720×1000)

2014年6月第一次印刷 印张：15 1/2

字数：300 000

定价：70.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换<双青>)

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137026 (BZ08)

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

前 言

工程结构的分析和设计方法始终与科学技术的发展联系在一起。传统的结构分析和设计是采用确定性方法,也就是说,在结构分析和设计中涉及的参量均取为确定值,得到的计算结果也是确定值。事实上,在结构分析和设计中涉及的参量几乎都是随机变量,采用确定性方法进行结构分析和设计显然不尽合理,而应该采用概率与统计的方法,对结构进行可靠性分析和可靠度设计。正是由于上述原因,结构可靠性理论在最近几十年得到迅速发展并成为一门新兴的学科。目前,结构可靠性研究的范围已经涉及结构分析和设计的各个领域,研究的深度和广度正在不断发展。

我国自 20 世纪 70 年代中期有计划地开展结构可靠性方面的研究工作以来,已取得了显著的成绩。除了在房屋建筑、铁路、公路、港口和水利水电工程等行业普遍施行可靠度设计以外,还通过国家科技攻关项目和国家自然科学基金项目开展一些专门研究,以提高这一领域的研究水平。为了便于学习和应用结构可靠性方面的知识,国内外已出版了一些专著,但无论对于初学者还是对于工程技术人员来说,仍然感到供学习和参考的书籍不足。基于此,作者在总结自己 30 余年教学和科研工作的基础上成就了本书。本书作为本科生、研究生教材和工程技术人员的参考书,在编写中遵循了以下原则:

1. 加深、拓宽基础

工程结构可靠度分析是一门年轻的学科,它是由多学科交叉形成的新兴学科。它不仅涉及固体力学、流体力学、断裂力学、结构力学、弹性力学、岩石力学、土力学、概率与统计、随机过程、随机场、计算数学、优化方法、非线性理论等大量数学、力学知识,还涉及工程地质、工程结构、建筑材料、工程荷载、系统论、控制论等大量工程设计与控制方面的知识。为了推动工程结构可靠度分析这一学科的深入发展,迫切需要加深和拓宽这一学科基础理论方面的学习和研究,为此,本书在第 2 章、第 3 章增加(或加深)了关于随机向量、随机过程和随机场的论述,揭示了它们的区别和联系,并结合实际介绍了它们的工程应用。

2. 通用性、实用性兼顾

由于结构可靠性分析是几个工程领域的基础学科,在撰写时加强了基本概念、基本理论和基本方法的阐述,以增加本书的通用性。同时,结构可靠性分析又是一门应用性很强的工程学科,它具有明确的应用领域,即工程结构的可靠度分析。为了突出本书的实用性,增加或加强了以下两方面的内容:一是在介绍基本方法的基础上,给出了大量的工程算例,其中包括梁、柱、刚架、桁架、挡土墙、重力坝和拱坝等;二是在阐述平面和空间随机有限元法的基础上,详细介绍了随机有限元的程序设计,并给出了完整的源程序和使用说明,供读者学习和使用。

3. 充实内容、理顺体系

本书第2章至第5章为结构可靠性分析的基本内容,按照先阐述基本概念、基本理论和基本方法,然后介绍工程应用的次序编写;在此基础上,第6章依次介绍结构体系可靠度的概念和计算模型,静定与超静定结构体系可靠度计算方法,杆件与杆系结构体系可靠度分析实例等;第7章至第9章介绍结构可靠度分析的随机有限元法,在内容编排上,先介绍几种常用的随机有限元方法,然后由浅入深地介绍平面和空间问题的程序设计,给出了平面随机有限元可靠度分析程序及使用说明,并附有若干工程实例的计算和分析;为了突出结构可靠度分析理论和随机有限元法的工程应用,第10章介绍了结构可靠度分析领域的若干研究专题,供读者学习、研究时参考。

4. 融入现代、趋向前沿

随着现代科学技术的发展,各工程应用领域不断提出新问题、新要求,促使结构可靠度分析以及相关学科的研究不断发展。因此,本书特别注重将现代科学知识融入到结构可靠性分析的前沿研究中,并通过“结构可靠度分析专题”介绍学术前沿的研究领域,给读者以启迪和思考。

本书的部分内容反映了在承担国家自然科学基金重大项目和国家“八五”、“九五”科技攻关课题研究中获得的新成果。本书的出版得到国家重点学科“河海大学工程力学学科”建设基金的大力支持,作者在此致以深切的谢意。

限于作者水平,书中难免有疏漏与不妥之处,敬请读者批评指正。

武清玺

2013年12月于南京

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 结构的随机力学模型	1
1.2 结构可靠性研究历史简介	2
1.3 随机有限元法的发展概况	4
1.4 结构可靠性分析的方法、步骤	6
参考文献	7
第 2 章 随机变量及其统计特征	8
2.1 概率的基本概念	8
2.2 随机变量及其分布	11
2.3 随机变量的数字特征	15
2.4 结构可靠度分析中常用的概率分布	17
2.5 n 维随机向量及其数字特征	22
习题	24
参考文献	25
第 3 章 随机过程和随机场	26
3.1 随机过程及其分布函数	26
3.2 随机过程的数字特征	27
3.3 随机场的概念	31
3.4 随机场的数字特征	32
3.5 随机场的局部平均理论	33
3.6 随机场的离散	35
参考文献	38
第 4 章 结构可靠度与可靠指标	39
4.1 结构可靠度与失效概率	39
4.2 结构可靠度与可靠指标	42
4.3 可靠指标的几何含义	44
4.4 计算可靠指标 β 的两个常用公式	46
4.5 可靠指标与安全系数的关系	49
4.6 可靠指标与分项系数的关系	51
习题	54
参考文献	55

第 5 章 结构可靠度计算方法	56
5.1 一次二阶矩法	56
5.2 梯度优化法	64
5.3 非正态分布变量和统计相关变量条件下可靠指标的计算	68
5.4 蒙特卡罗法	74
5.5 响应面法	80
5.6 结构的可靠度设计	84
习题	87
参考文献	89
第 6 章 结构体系可靠度计算	91
6.1 结构体系可靠度的概念	91
6.2 静定与超静定结构体系的可靠度	92
6.3 结构体系中功能函数的相关性	96
6.4 结构体系可靠度的常用计算方法	98
6.5 杆件及杆系结构可靠度计算实例	105
6.6 重力坝、挡土墙可靠度计算实例	111
习题	115
参考文献	116
第 7 章 随机有限元法	117
7.1 概述	117
7.2 摄动随机有限元法	118
7.3 纽曼随机有限元法	119
7.4 验算点展开随机有限元法	120
7.5 蒙特卡罗随机有限元法	122
参考文献	123
第 8 章 平面问题的随机有限元法及程序设计	124
8.1 平面问题随机有限元的计算列式	124
8.2 偏导数劲度矩阵和偏导数荷载向量	126
8.3 随机有限元法计算结构可靠度的程序设计	131
8.4 源程序及其使用说明	138
8.5 程序算例	183
参考文献	193
第 9 章 空间问题的随机有限元法及程序设计	194
9.1 强度准则及功能函数	194
9.2 功能函数的偏导数	195

9.3 空间问题随机有限元的计算列式	196
9.4 程序设计框图	197
9.5 计算实例	199
参考文献	201
第 10 章 结构可靠度分析专题	202
专题一:拱坝结构的动力可靠度	202
专题二:拱坝坝肩的整体稳定可靠度	206
专题三:隧洞结构的截面与体系可靠度	211
参考文献	216
附录 常用数表	218
附表 1 标准正态概率分布函数表	218
附表 2 标准正态概率密度函数表	225
附表 3 Γ 函数表	229
附表 4 χ^2 分布表	231
附表 5 t 分布的双侧分位数(t_α)表	233
附表 6 $K-S$ 检验临界值 $D_{n\alpha}$ 表(参数已知)	235
附表 7 $K-S$ 检验临界值 $D_{n\alpha}$ 表(参数未知)	236
部分习题参考答案	237

第 1 章 绪 论

1.1 结构的随机力学模型

工程结构分析与设计的基本目的，是使所设计的结构在设计基准期内，经济合理地满足下列功能要求^[1-3]：

- (1) 能承受正常施工和使用期间可能出现的各种作用（包括荷载及外加变形）。
- (2) 在正常使用时具有良好的工作性能。
- (3) 在正常维修和保护下，具有足够的耐久性。
- (4) 在偶然事件（如地震、爆炸、撞击、龙卷风等）发生时及发生后，能保持必需的整体稳定性。

上述要求的第（1）、（4）项，关系到人身安全，属于结构的**安全性**；第（2）项是指结构的**适用性**；第（3）项是指结构的**耐久性**。结构的**安全性**、**适用性**和**耐久性**总称为结构的**可靠性**。用来度量安全性的指标称为**安全度**，度量可靠性的指标称为**可靠度**。

自然界中的事物是复杂多样的、变化的，而且具有不确定性。工程中的不确定性大致分为三种，即随机性、模糊性和未确知性。由于事件发生的条件不充分，使得条件与事件之间不能出现必然的因果关系，从而事件的出现与否表现出不确定性，这种不确定性称为**随机性**。例如，掷一枚硬币，事先不能肯定出现的是正面还是反面，是随机的；但掷后出现的是正面或反面，则是明确而不含糊的。事物本身的概念是模糊的，即一个对象是否符合这个概念是难以确定的，如“高个子与矮个子”、“多云与少云”等都难以明确地划定界限，事物表现出的这种不确定性称为**模糊性**。所谓**未确知性**是指由信息、数据的不全面、不完整而导致的不确定性。例如，由于测量过程中存在困难，不能获得所需的足够的资料；或者由于科学技术发展水平的限制，不能掌握所需的全部信息等。目前工程中遇到较多、研究相对也比较成熟的是事物的随机性。如无特别声明，本书所述的不确定性是指随机性。

随着科学技术的发展和人们对客观世界认识的深入，工程结构分析与设计的理论、方法也将随之改变。一般来说，按照事物发生的因果关系，结构分析可分为两类力学模型：具有确定性因果关系的模型称为**确定性力学模型**；具有不确定性因果关系的模型称为**不确定性力学模型**或**随机力学模型**。

传统的结构分析,通常采用确定性力学模型进行。在这类模型中,所采用的结构计算参数是一些确定的数值,得到的是一些确定的计算结果。也就是说,在这类模型中,不承认或完全忽略了实际结构在工作中所承受的种种不确定性因素(如荷载的不确定性、材料性能的不确定性以及结构的变异性等)。在具体的分析与计算过程中,各参数计算值的确定,本质上是取实验或量测得到的该参数的平均值,有时还要根据经验进行调整。现有的研究表明,只有当结构计算参数的变异性较小时,上述分析才能给出较为符合实际的结果。在以往的工程设计与建设中,为了保证工程结构的安全性,长期使用大于1的安全系数。但由于实际结构的计算参数一般都存在较大的变异性,使得科学合理地确定结构安全系数十分困难。而且,对于工程结构出现的许多破坏现象,这一计算模型也无法给出科学的解释。

结构的随机力学模型一般包括以下方面的不确定性:

(1) 计算模型的不确定性。对于工程结构的描述总是在一定的条件下进行的,因此客观结构在主观世界中被描述为一个理想系统。理想系统对于客观结构表现出的一种不可精确预测的偏离,称为**计算模型的不确定性**。

(2) 材料特性的不确定性。由于制造环境、技术条件、材料的多相特征等因素影响,工程材料的弹性模量、泊松比、质量密度等具有的不确定性。

(3) 结构承受作用的不确定性。结构在施工和使用期间受到各种可能的作用,如自重、变温、地震、外荷载、外加变形等,这些作用均具有不确定性。

(4) 几何尺寸的不确定性。由于制造、安装或施工误差而使结构或构件的几何尺寸(如梁或柱的长度、横截面尺寸,板的厚度等)具有不确定性。

对于上述不确定性因素,一般用随机变量、随机过程或随机场等概率模型描述。

1.2 结构可靠性研究历史简介

以概率论与数理统计为基础的可靠性分析方法可以追溯到20世纪30年代,当时主要是针对飞机航行的安全性进行研究。在第二次世界大战中,德国曾用可靠性方法分析过火箭的发射,美国也曾对B-29飞机的航行进行过可靠性分析。20世纪50年代初,美国国防部成立了可靠性研究机构——电子设备可靠性咨询组(AGREE),对可靠性问题进行专门研究,促进了空间技术的发展。

结构可靠性问题的研究始于20世纪40年代^[1]。1946年美国的Freudenthal发表了题为《结构的安全度》的论文。1947年苏联有关学者提出了一次二阶矩的基本概念,而后提出了计算结构失效概率的方法和计算可靠指标的公式。

美国混凝土学会(ACI)于1964年成立了“结构安全度委员会”,系统地

研究结构安全度问题。美国伊利诺斯 (Illinois) 大学的洪华生发展了佛罗伊詹特的工作, 对各种结构的不确定性做了分析, 提出了广义可靠性的概念; 他与邓汉忠合著的《工程规划和设计中的概率概念》一书, 在国际上颇有影响, 对结构可靠度方面的研究贡献较大。在总结前人研究成果的基础上, 1969 年美国的 Cornell 提出用可靠指标 β 作为度量结构安全度的统一标准, 并建立了计算结构安全度的“二阶矩模式”, 在结构可靠性理论的实际应用方面做出了贡献。

1971 年加拿大的 Lind 通过分离函数将可靠指标 β 表达成设计人员习惯采用的分项系数形式, 以便与设计规范联系起来, 使结构可靠性分析的理论和方法达到实用阶段。1971 年有关国际组织联合成立了“结构安全度联合委员会”(JC-SS), 专门研究结构安全度和设计方法的改进, 通过广泛的国际合作, 编制了《结构统一标准规范的国际体系》。国际标准化组织“建筑结构设计依据委员会”(ISO/TC98) 编制了《结构可靠度设计总原则》(JSO2394 修正草案)。1975 年加拿大的 Allen 发表了《极限状态设计——概率的研究》, 阐明了加拿大制订的新规范的极限状态设计法的原则和依据, 并针对新的极限状态设计准则和以前的设计标准, 提出了安全度水平比较的概率研究结果。

1976 年, 国际“结构安全度联合委员会”(JCSS) 采用了 Rackwitz 和 Fiessler 等提出的“当量正态化”方法, 以考虑随机变量的实际分布。至此, “二阶矩模式”的结构可靠度表达式和设计方法逐步达到了完善。北欧五国(丹麦、冰岛、瑞典、芬兰和挪威)于 1978 年编制了《结构荷载与安全设计规程建议》。

我国从 20 世纪 50 年代开始, 有关高等院校和科研单位开展了极限状态设计法的研究和讨论, 并用数理统计的方法研究荷载、材料强度的概率分布等。70 年代, 我国在制订《工业与民用建筑结构设计规范》、《水利水电工程设计规范》、《港口设计规范》、《公路桥梁和铁路桥梁等设计规范》时, 也对结构安全度问题做了大量的调查研究工作, 并提出了两个急需解决的问题, 即一是改进结构可靠度的分析方法和表达形式, 二是使各种结构的设计原则统一化。国家建委于 1976 年下达了研究“建筑结构安全度及荷载组合”的任务, 于 1979 年又下达了编制《统一标准》的任务。在总结我国多年来科研成果和工程实践经验的基础上, 参考了有关的国际标准, 于 1983 年完成了《统一标准》的编制工作。《统一标准》的编制, 标志着我国在结构可靠度理论研究和实际应用方面提高到一个新的水平。

20 世纪 80 年代以来, 我国学者在结构可靠性理论研究和工程应用方面取得了长足进展。他们在这一领域的研究成果, 为我国结构设计理论、方法的改革奠定了基础。由中国建筑科学研究院会同房屋建筑、铁路、公路、港口及水利水电工程结构可靠度设计统一标准的各主编单位, 于 1992 年编制了属于第一层次

的《工程结构可靠度设计统一标准》(GB 50153—1992)。之后,上述五大部门又各自编制了适合本系统、本专业的结构可靠度设计统一标准^[4-8],修订了有关的设计规范,使我国的工程结构设计水平迈上新台阶。

1.3 随机有限元法的发展概况

实际工程问题往往十分复杂,人们难以获得问题的精确解答,因此经常设法寻求解决问题的近似方法。在众多的近似方法中,有限单元法无疑是最具吸引力的方法。有限单元法最初是用于复杂航空结构的应力分析,之后很快推广到工程计算的各个领域,现在已广泛地应用于各类科学技术问题的理论研究和实际计算之中。

在各类工程问题中,存在着很多不确定性因素的影响,诸如材料的物理性质、结构的几何尺寸、承受的外来作用(如风、雪、波浪、地震荷载,水压力、扬压力)等,都呈现出明显的随机性。随着科学技术的发展和计算水平的提高,人们已不满足传统的确定性分析方法的结果,于是用于结构可靠度分析的随机有限元法应运而生。随机有限元法是在传统有限元法的基础上发展起来的数值分析方法,它是随机分析理论与有限元法相结合的产物^[9-21]。

随机有限元法(SFEM)诞生于20世纪70年代。对于具有随机参数的结构系统,特别是对于非线性问题,蒙特卡罗(Monte-Carlo)法无疑是最有效的可靠度分析方法。Shinozuka和Astill于1972年首先将Monte-Carlo法引入结构的随机有限元分析,随后他们的工作又推动了这一方法在该领域的应用。众所周知,Monte-Carlo法是一种统计方法,必须通过大量的随机抽样才能得到较好的统计结果。对于每一次抽样,都要对结构系统进行一次确定性有限元分析,以得到系统的随机响应。由此可见,**Monte-Carlo 随机有限元法**(也称为**概率有限元法**)的计算工作量非常巨大。为了减少计算工作量,许多学者提出了改进的Monte-Carlo法,期望达到事半功倍的效果。但是,由于该方法本身的特点,这一方法在大型结构可靠度分析中的应用受到限制。

Hart和Collins于1970年首先研究了随机有限元模型;Handa于1975年首先采用随机有限元法对结构进行静力分析;随后Nakagiri和Hisada于1981年提出了基于摄动技术的随机有限元法,即**摄动随机有限元法**(PSFEM),Handa和Anderson将其用于框架结构内力、位移的响应分析,Hisada和Nakagiri则将其用于多种复杂结构的内力、位移的随机性分析。我国的陈虬、刘先斌则研究了摄动的变分列式解的存在性与唯一性,并给出明确的误差界。由于该方法要求随机扰动量是微小的,限制了摄动随机有限元法的使用范围。

Shinozuka和Yamagaki于1987年将算子的Neumann级数展开式引入随机有

限元的计算列式, 并与 Monte-Carlo 随机有限元法相结合, 提出计算精度和效率均较好的纽曼展开随机有限元法 (NSFEM)。此法和摄动随机有限元法一样, 也要求随机扰动量是微小的, 但其优点是在微小扰动下可以得到近似解的高阶统计量。

Vanmarke 从 20 世纪 70 年代起开始研究随机场理论, 并对岩土材料的随机场特性做了精辟论述^[22]。Shinozuka 也较早地研究了混凝土材料的随机场特性。1983 年, 由 Vanmarke 撰写的第一部关于随机场的专著《随机场: 分析与综合》(*Random Fields: Analysis and Synthesis*) 问世。为了将随机场的理论应用于随机有限元法, 他提出了随机场的局部平均理论。局部平均理论是用随机场函数在各个离散单元上的局部平均的随机变量近似地代表该单元的统计规律。由于局部平均后得到的随机向量的各个分量具有对原随机场函数的相关性不敏感的特点, 基于局部平均理论的随机有限元法只要求给定原随机场的均值、方差和相关偏度, 便可进行随机有限元分析, 从而降低了对原随机场信息的输入要求, 使这一方法达到实用化。除了随机场的局部平均理论以外, Liu 提出了随机场的插值法; Takada 和 Shinozuka 等提出了随机场的加权积分法; Spanos 和 Ghanem 等则提出了随机场的正交展开法; 等等。我国的彭大鹏、高大钊等对随机场的理论及应用也开展了较深入的研究; 朱位秋、刘先斌、陈虬等对随机场的离散也做了很好的研究工作。

随机有限元法经历了 20 多年的研究和发展过程, 从仅考虑随机变量模型开始, 直到可以考虑随机过程和随机场模型, 才实现了真正意义上的随机有限元法。Ghanem 和 Spanos 于 1990 年出版的《随机有限元: 一个谱方法》(*Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*) 是这一领域的第一部专著。之后, Kleiber 和 Hien 于 1992 年出版了《随机有限元法》(*The Stochastic Finite Element Method*) 一书, 全面地阐述了确定性有限元与随机有限元之关系, 并以随机变分原理为基础, 详细讨论了静力、动力随机有限元法和随机灵敏度分析。至此, 随机有限元法才有了较完整的理论体系。

1985 年之前的随机有限元研究, 几乎都是以得到结构响应的一阶、二阶统计量为前提, 但这并不是结构可靠度分析的最终目的, 因为只知道结构响应的一阶、二阶统计量还不能直接判断出结构的可靠度。美国加州大学 Berkeley 分校的 Kiureghian 和 Ke 于 1985 年首先提出了基于有限元的结构可靠度分析方法, 导出了随机有限元的计算列式, 并计算了框架结构的可靠度。他们的这一研究成果, 导致以结构可靠度分析为目的的另一类随机有限元研究的开始。本书作者首先将该方法推广到二维块体结构, 并分析了我国某重力坝的可靠度问题; 随后, 人们将该方法推广到三维块体结构, 并用于水工结构的可靠度分析。由于这一方法是在验算点处将结构功能函数进行泰勒级数展开, 并通过随机有限元法计算结

构的可靠度，故称为**验算点展开随机有限元法**。

纵观随机有限元法的发展历程可以看出，关于随机有限元的研究主要围绕两个问题：一是随机算子和随机矩阵的求逆问题；二是随机场的离散化问题。不同的随机算子和随机矩阵的求逆方法，得到不同的随机有限元列式，从而形成不同的随机有限元法；与其类似，不同的随机场处理方法，也形成了不同的随机场近似方法，如中心点法、局部平均法、插值法、正交展开法和加权积分法等。归根结底，随机有限元（包括随机场）的研究总是围绕提高计算精度和计算效率而展开。

1.4 结构可靠性分析的方法、步骤

结构设计的基本目的，是使所设计的结构在设计基准期内满足安全性、适用性和耐久性，亦即使结构具有足够的可靠性。结构可靠性的概率度量称为**结构的可靠度**。对结构进行可靠度分析，可遵循如下的方法、步骤：

(1) 确定结构可靠性分析中涉及的随机变量，搜集各随机变量的观测值或实验资料，用数理统计的方法进行统计分析，求出其分布规律及有关的统计特性。一般来说，涉及的随机变量很多，但大致可分为三类，即结构的几何尺寸、材料的物理性质和结构受到的外来作用（如荷载、变温等）。比较多的随机变量服从正态分布、对数正态分布和极值 I 型分布，随机变量的统计特性一般是指其均值、方差或变异系数。

(2) 确定结构失效的判别准则，建立相应的极限状态，并以数学方程的形式表示。无论是考虑结构的强度失效、刚度失效还是稳定失效，都需要对结构进行力学分析，即计算结构由于荷载作用而产生的效应，然后与结构的抵抗能力进行比较，以判断结构是否安全。结构的荷载效应一般是指结构的内力、应力、位移和变形等；结构的抗力是指结构抵抗破坏或变形的能力，如结构的屈服极限、强度极限、容许变形或位移等。

不同的结构类型、不同的结构材料有不同的失效准则，结构失效的判别准则一般根据结构的设计规范或科学研究的新成果确定。

(3) 以概率理论为基础，进行结构可靠度设计或分析结构的可靠度水平。目前我国已建立了一整套简便可行的可靠度设计方法，颁布了相应的可靠度设计规范，并在工程结构设计中普遍采用可靠度设计。对于重要或复杂的工程结构，可靠度分析问题已受到高度重视，许多行业部门通过科技攻关等措施，组织人员进行可靠度理论、方法和工程应用方面的研究，取得了丰富的成果，大大提高了我国在这一领域的研究水平。

参 考 文 献

- [1] 吴世伟, 结构可靠度分析. 北京: 人民交通出版社, 1990.
- [2] 黄兴棣. 工程结构可靠性设计. 北京: 人民交通出版社, 1989.
- [3] 武清玺, 结构可靠性分析及随机有限元法, 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [4] 中华人民共和国国家标准. 建筑结构可靠度设计统一标准 (GB 50068—2001). 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.
- [5] 中华人民共和国国家标准. 港口工程结构可靠度设计统一标准 (GB 50158—1992). 北京: 中国计划出版社, 1992.
- [6] 中华人民共和国国家标准. 水利水电工程结构可靠度设计统一标准 (GB 50199—1994). 北京: 中国计划出版社, 1994.
- [7] 中华人民共和国国家标准. 铁路工程结构可靠度设计统一标准 (GB 50216—1994). 北京: 中国计划出版社, 1994.
- [8] 中华人民共和国国家标准. 公路工程结构可靠度设计统一标准 (GB/T 50283—1999). 北京: 中国计划出版社, 1999.
- [9] Roger G Ghanem, Pol D Spanos. Stochastic Finite Elements. New York: Springer-Verlag, 1990.
- [10] Michael Kleiber, Tran Duong Hien. The Stochastic Finite Element Method. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- [11] Handa K, Anderson K. Application of finite element methods in statistical analysis of structures. In: Proc 3rd Int Conf on Structure Safety and Reliability. Nroway: Trondheim, 1981: 409-417.
- [12] Hisada T, Nakagiri S. Stochastic finite element method developed for structures. Safety and reliability. In Proc 3rd Int Conf on Structure Safety and Reliability. Nroway: Trondheim. 1981: 395-408.
- [13] Nakagiri S, Hisada T. Stochastic finite element method applied to structure analysis with uncertain parameters. In: Proc Int Conf on FEM. Australia, 1982: 206-211.
- [14] Hisada T, Nakagiri S. Role of the stochastic finite element method in structures. safety and reliability. In: Proc. 4th Int Conf on Struct Safety and Reliability. Japan: Kobe, 1985: 213-219.
- [15] Yamazaki F, Shinozuka M, Dasgupta G. Neumann expansion for stochastic finite element analysis. J of Eng Mech., 1987. 114 (8): 1335-1354.
- [16] Shinozuka M, Deodatis G. Response variability of stochastic finite element systems. J. of Eng. Mech., 1988, 114 (3): 499-519.
- [17] Der Kiureghian Armen, Ke Jyh-Bin. Finite-element based reliability analysis of frame structures. Proc. of 4th Int. Conf. on Structural Safety and Reliability, IASSAR, Japan, 1985.
- [18] 武清玺, 吴世伟, 吕泰仁. 随机有限元法分析重力坝可靠度初探. 力学与实践, 1989, 11 (6): 29-32.
- [19] 武清玺, 吴世伟, 吕泰仁. 基于有限元法重力坝可靠度分析. 水利学报, 1990, (1): 58-64.
- [20] 刘宁. 三维可分向量随机场局部平均的三维随机有限元及可靠度计算. 水利学报, 1995, 6: 75-82.
- [21] 陈虬, 刘先斌. 随机有限元法及其工程应用. 成都: 西南交通大学出版社, 1993.
- [22] Erik Vanmarcke. Random Fields: Analysis and Synthesis. Cambridge: The MIT Press, 1983.

第 2 章 随机变量及其统计特征

2.1 概率的基本概念

1. 概率的定义

对于随机事件 A , 用概率 $P(A)$ 描述该事件发生的可能性的较大是比较恰当的, 下面给出度量事件发生可能性大小的概率的定义。

设 E 是随机试验, S 是它的样本空间, 对于 E 的每一事件 A 赋予一实数, 记为 $P(A)$, 称为事件 A 的概率, 如果它满足下列条件:

- (1) 对于每一事件 A , 有 $0 \leq P(A) \leq 1$;
- (2) $P(S) = 1$;
- (3) 对于两两互不相容的事件 $A_k (k=1, 2, \dots)$, 有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) \quad (2-1)$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) + \dots \quad (2-2)$$

2. 概率的基本性质

- (1) 设 \bar{A} 是 A 的对立事件, 则

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad (2-3)$$

- (2) 空集 φ 的概率为零, 即 $P(\varphi) = 0$ 。

- (3) 设 A, B 为两个事件, 则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \quad (2-4)$$

对于三个事件的情况, 有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1A_2) - P(A_1A_3) - P(A_2A_3) + P(A_1A_2A_3) \quad (2-5)$$

式 (2-4) 可以推广到 n 个事件的情况, 设 A_1, A_2, \dots, A_n 是 n 个事件, 则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j=2}^n P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k=3}^n P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n) \quad (2-6a)$$

如果各事件是互不相容的, 式 (2-6a) 可化为

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \quad (2-6b)$$

(4) 设 A 、 B 为二事件, 若 $A \subset B$, 则

$$P(A) \leq P(B) \quad (2-7)$$

3. 条件概率

设 A 、 B 为随机试验 E 的两个事件, 且 $P(A) > 0$, 在“事件 A 已经发生”条件下, “事件 B 发生”的**条件概率** $P(B|A)$ 定义为

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad (2-8)$$

计算条件概率 $P(B|A)$ 有两种方法:

(1) 在样本空间 S 的缩减样本空间 S_A 中计算 B 事件发生的概率, 就得到 $P(B|A)$ 。

(2) 在样本空间 S 中, 先计算 $P(AB)$ 、 $P(A)$, 再按式 (2-8) 求得 $P(B|A)$ 。

由式 (2-8) 即可得到**概率的乘法定理**。设 $P(A) > 0$, 则有

$$P(AB) = P(B|A)P(A) \quad (2-9)$$

利用这个定理可以计算事件 A 、 B 同时发生的概率 $P(AB)$ 。

如果两事件 A 、 B 中任一事件的发生不影响另一事件发生的概率, 则称此二事件是相互独立的。于是得到

$$P(AB) = P(A)P(B) \quad (2-10)$$

一般地, 设 A_1, A_2, \cdots, A_n 是 n 个相互独立的事件, 则有

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2) \cdots P(A_n) \quad (2-11)$$

4. 全概率公式

由概率的有限可加性和条件概率的定义可以导出计算事件概率的全概率公式。

设试验 E 的样本空间为 S , A 为 E 的事件, B_1, B_2, \cdots, B_n 为 S 的一个划分, 且 $P(B_i) > 0 (i=1, 2, \cdots, n)$, 则

$$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \cdots + P(A|B_n)P(B_n) \quad (2-12)$$

式 (2-12) 称为**全概率公式**。

5. 贝叶斯 (Bayes) 公式

全概率公式给出了一个实际计算某些事件概率的公式。只要知道了在各事件