

科學圖書大庫

彈性體力學原理

譯者 張善仿

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

彈性體力學原理

譯者 張 善 仿

江苏工业学院图书馆
藏 书 章

徐氏基金會出版

美國徐氏基金會科學圖書編譯委員會

科學圖書大庫

監修人 徐銘信 科學圖書編譯委員會主任委員
編輯人 林碧鏗 科學圖書編譯委員會編譯委員

版權所有

不許翻印

中華民國五十八年十二月一日初版

中華民國六十一年五月十五日再版

彈性體力學原理

定價 新台幣 40 元 港幣 6 元

譯者 張善仿 台灣省公路局副工程司

內政部內版臺業字第1347號登記證

出版者 財團法人臺北市徐氏基金會出版部 臺北郵政信箱53002號 電話 783686號

發行人 財團法人臺北市徐氏基金會出版部 林碧鏗 郵政劃撥帳戶第15795號

印刷者 長歌印刷有限公司 排版者 長歐打字有限公司

我們的工作目標

文明的進步，因素很多，而科學居其首。科學知識與技術的傳播，是提高工業生產、改善生活環境的主動力，在整個社會長期發展上，乃人類對未來世代的投資。從事科學研究與科學教育者，各就專長，竭智盡力，發揮偉大功能，共使科學飛躍進展，同把人類的生活，帶進更幸福、更完善之境界。

近三十年來，科學急遽發展之成就，已超越既往之累積，昔之認為絕難若幻想者，今多已成爲事實。人類一再親履月球，是各種科學綜合建樹與科學家精誠合作的貢獻，誠令人有無限興奮！時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就科學人才，促進科學研究與發展，允爲社會、國家的基本任務。培養人才，起自中學階段，學生對普通科學，如物理、數學、生物、化學，漸作接觸，及至大專院校，便開始專科教育，均仰賴師資與圖書的啓發指導，不斷進行訓練。從事科學研究與科學教育的學者，志在貢獻研究成果與啓導後學。旨趣崇高，至足欽佩！

科學圖書是學人們研究、實驗、教學的精華，明確提供科學知識與技術經驗，本具互相啓發作用，富有國際合作性質，歷經長久的交互影響與演變，遂產生可喜的收穫。我國民中學一年級，便以英語作主科之一，然欲其直接閱讀外文圖書，而能深切瞭解，並非數年所可苛求者。因此，本部編譯出版科學圖書，引進世界科技新知，加速國家建設，實深具積蘊意義。

本基金會由徐銘信氏捐資創辦，旨在協助國家發展科學知識與技術，促進民生樂利。民國四十五年四月成立於美國紐約。初由旅美學人胡適博士、程其保博士等，甄選國內大學理工科優秀畢業生出國深造，前後達四十人，返國服務者十不得一。另贈國內大學儀器設備，輔助教學頗收成效；然審度衡量，仍嫌未能普及，乃再邀承國內外權威學者，設置科學圖書編譯委員會，主持「科學圖書大庫」編譯事宜。主任委員徐銘信氏爲監修人，編譯委員林碧鐸氏爲編輯人，各編譯委員擔任分組審查及校閱。「科學圖書大庫」首期擬定二千冊，凡四億言，叢書百種，門分類別，細大不捐；分爲叢書，合則大庫。從事翻譯之學者五百位，於英、德、法、日文中精選最新基本或實

II

用科技名著，譯成中文，編譯校訂，不憚三復。嚴求深入淺出，務期文圖並茂，供給各級學校在校學生及社會大眾閱讀，有教無類，效果宏大。賢明學人同鑑及此，毅然自公私兩忙中，撥冗贊助，譯校圖書，心誠言善，悉付履行，感人至深。其旅居國外者，亦有感於為國人譯著，助益青年求知，遠勝於短期返國講學，遂不計稿酬菲薄，費時又多，迢迢乎千萬里，書稿郵航交遞，報國熱忱，思源固本，僑居特切，至足欽慰！

今科學圖書大庫已出版七百餘冊，都一億八千餘萬言；排印中者，二百餘冊，四千餘萬字。依循編譯、校訂、印刷、發行一貫作業方式進行。就全部複雜過程，精密分析，設計進階，各有工時標準。排版印製之衛星工廠十餘家，直接督導，逐月考評。以專業負責，切求進步。校對人員既重素質，審慎從事，復經譯者最後反覆精校，力求正確無訛。封面設計，納入規範，裝訂注意技術改善。藉技術與分工合作，建立高效率系統，縮短印製期限。節節緊扣，擴大譯校複核機會，不斷改進，日新又新。在翻譯中，亦三百餘冊，七千餘萬字。譯校方式分為：(1)個別者：譯者具有豐富專門知識，外文能力強，國文造詣深厚，所譯圖書，以較具專門性而可從容出書者屬之。(2)集體分工者：再分為譯、校二階次，或譯、編、校三階次，譯者各具該科豐富專門之知識，編者除有外文及專門知識外，尚需編輯學驗與我國文字高度修養，校訂者當為該學門權威學者，因人、時、地諸因素而定。所譯圖書，較大部頭、叢書、或較有時間性者，人事譯務，適切配合，各得其宜。除重質量外，並爭取速度，凡美、德科學名著初版發行半年內，本會譯印之中文本，賡即出書，欲實現此目標，端賴譯校者之大力贊助也。

謹特掬誠呼籲：

自由中國大專院校教授，研究機構專家、學者，與從事科學建設之工程師；

旅居海外從事教育與研究學人、留學生；

大專院校及研究機構退休教授、專家、學者。

主動地精選最新、最佳外文學名著，或個別參與譯校，或聯袂而來譯校叢書，或就多年研究成果，撰著成書，公之於世。本基金會樂於運用基金，並藉優良出版系統，善任傳播科學種子之媒介。祈學人們，共襄盛舉是禱！

譯 序

這本彈性體力學原理的編撰，十分簡要。著者於序言中，再三說明：這本書是引導課程，教授基礎知識，而將過去“材料力學”中的資料堆雜，基礎觀念支離破碎等缺點，一掃而空。事實上，大學二年級學生是剛踏進專門學科的領域，最需要引導性的基礎知識，以後還有漫長歲月，還有許多工程課程必須學習。如果對大二學生將結構學，機械原理，機械設計，工程材料，以及材料試驗等中的資料，盡量搜集納入這門課程之中，並用一二度空間的觀念解析問題，確有堆棧、雜燴、支離破碎之嫌。這點未經點穿迷津之前，還可以沾沾自詡資料豐富，解法簡單。現在著者已清晰闡明一種新觀念，我們如能冷靜的想想，稍作比較，就會覺得大有道理，而贊成換用這本書作大專二年級的教科書。

四五年前採用這本書，實不無顧慮。那時高中及大學一年級的數學課程，是平面幾何，平面三角，大代數，平面解析幾何，微積分的內容百分之九十以上是平面的東西；理化教科書中也很少三度空間的教材。如果冒然改用這本書教學，必定遭遇基本觀念與數學方面困難。然而，現在却已毫無這種障礙。因為高中的新數學，已將很強的空間觀念，注入學生的腦海中，並已教授向量及矩陣，微積分中也增加許多三度空間的問題，只要在這四年中，學習數學能達到中等水準，就足夠學習本書需要了。所以，譯者誠懇建議改用本書作大專教本；有志於工程學術的自修人士，也應該精讀這本書。

本書內的習題分量甚大，學習時，除熟讀課文外，應多作習題。這是大家皆知，已毋庸贅述。

本書名詞採用教育部公佈機械工程名詞翻譯。算式中的單位，多

VI

爲英文縮寫，或代表符號，如 $\mu\text{in}/\text{in}$ 等，如翻譯成中文，甚爲累贅，甚至有碍運算，故未翻譯。書中錯訛之處，請賜指教。

原 序

工程與工藝需要加強基本觀念與原理，而非解答特殊問題的引導課程，已是時代要求，無庸贅述。本書就是以這種精神編撰的。過去，研討彈性固體對力系反應的引導課程，稱為“材料力學”。“材料力學”中論述的題材，通常限於一度與二度空間的解析。然因實際問題十分複雜，如此簡化的解析，僅能產生簡單的有用結果。但是在這些解析中，很難捉摸到基本觀念與原理，而在必須學習彈性理論中的精確觀念與原理時，材料力學中的某些過分簡化的定義，或者障礙多於幫助。筆者相信，（許多其他力學教師也一樣），改進學生們的數學準備，就可在彈性體力學的引導課程中，介紹精確的應力和應變的觀念，及彈性的基本定律。

在本書內，假定學生們已熟習向量運算。第1章介紹應力張量的觀念與它的基本運算。應變張量與彈性靜力學的一些定律，分別在第2章及第3章中敘述。在前三章的全部理論演進中，處處加強張量的各觀念，並且普遍使用矩陣記法。對矩陣運算不熟習的學生，在開始學習第1章前，應先研讀本書附錄：矩陣。矩陣記法比指標記法優良，筆者覺得它可幫助初學者，掌握代表物理量的元集合觀念。下三章中，用反求法求得純張力，扭力，及純彎曲等問題的正确解答。重要工程問題的解析法，都有列舉，並附有解答。最後一章論及柱的不穩定性。前面已說明，本書強調基本的觀念與原理，並未意圖概括普通“材料力學”內的全部工程方法與細節。這些應留給以後的特別課程，以及某範圍的學生選修。本著作中包含的材料，實可視為理工科學生們的基礎知識。

本教材已採用於蘭塞拉爾工藝學院二年級兩學期4小時的課程中。

在這一年的課程中，包含靜力學，彈性體力學原理及動力學，並按此順序授課。如在靜力學與動力學課程修習之後，力學教師採用本書作一學期三小時課程的教本，也不會發覺有任何困難。

筆者惠蒙本校同仁福斯、凌及賽都斯凱諸教授，及美國天主教會大學的奧司哥教授，給與提示與批評，特致謝忱。也感謝杜西小姐於準備原稿時，給與很多幫助。

紐約，儲義
1965，6月

賴偉
賽白爾

目 錄

譯序 原序 導言

第一章 應力

1.1 在平面上一點的應力向量·····	3
1.2 在一點的應力矩陣·····	4
1.3 在一點的應力狀態·····	5
1.4 應力矩陣的對稱性·····	7
1.5 關於其他直交坐標的應力矩陣·····	10
1.6 數學不變量觀念——張量·····	11
1.7 轉軸矩陣·····	12
1.8 直交張量的變換律·····	13
1.9 張量觀念的重要·····	16
1.10 張量演算·····	17
1.11 主應力·····	19
1.12 應力張量的三個無向不變量·····	22
1.13 主方向的直交性質·····	22
1.14 主應力是垂直應力的極限值·····	23
1.15 最大剪應力·····	27
1.16 二度空間問題的主方向·····	29

第二章 應變

2.1	應變矩陣·····	39
2.2	應變張量·····	41
2.3	在一點的應變狀態·····	44
2.4	應變張量的主應變與無向不變量·····	45
2.5	立體膨脹·····	45
2.6	二度空間問題的主應變·····	46
2.7	適當性方程式·····	51

第三章 彈性靜力方程式

3.1	平衡微分方程式·····	59
3.2	應力張量的邊界條件·····	60
3.3	均質彈性材料的應力 - 應變關係·····	61
3.4	虎克定律·····	62
3.5	彈性靜力問題·····	64
3.6	重疊原理·····	70
3.7	應變能·····	71
3.8	可能應力狀態·····	73
3.9	聖萬能德原理·····	74

第四章 單純伸長

4.1	單純伸長·····	85
4.2	拉伸試驗圖·····	87
4.3	拉伸與壓縮的靜力不定問題·····	89
4.4	應變能解法·····	92
4.5	最小功原理·····	95

4.6	三度相互垂直方向內的拉力與壓力	96
4.7	純剪力	97

第五章 扭力

5.1	圓棒的扭力	103
5.2	受扭力圓棒內的極大法線應力與剪應力	106
5.3	受扭力圓棒的變形	107
5.4	中空圓棒的扭力	110
5.5	橢圓棒的扭力	111
5.6	用橢圓界面的空橢圓軸	115
5.7	薄管形軸的扭力	116

第六章 梁

6.1	梁承受純彎矩時的應力狀態	123
6.2	純彎曲梁的變形	127
6.3	兩端的軸向力與一主平面上的彎力偶共同作用於梁	131
6.4	同面力系作用於梁	132
6.5	負荷強度，剪力與彎矩間的關係	136
6.6	剪力圖與彎矩圖	136
6.7	工程用的梁理論	138
6.8	梁的撓曲	142
6.9	用重疊原理求撓度	149
6.10	應變能解法	151
6.11	交換定律	153
6.12	靜力不定的梁	154

第七章 柱

7.1	柱皺縮	165
7.2	固定 - 自由柱軸線負荷的平衡形態	165
7.3	偏心率對平衡形態的影響	170
7.4	皺縮固定 - 自由柱內的最大法線應力	172
7.5	固定 - 自由柱的歐拉柱公式	173
7.6	其他柱端條件的歐拉柱公式	175
7.7	歐拉公式的正確性	178
7.8	能量分析	178

附錄：矩陣	185
--------------------	------------

習題答案	197
-------------------	------------

名詞索引	205
-------------------	------------

英漢名詞對照表	210
----------------------	------------

導 言

在靜力學中引入剛體觀念。所謂剛體，是物體內任意兩點間的距離，不因受力作用而改變。當然，剛體僅是一個觀念，因為一切真實的物體，受力作用時都有變形。然而，剛體觀念提供出極有用的模型，可用以解析許多有關真實物體平衡與加速運動的實際問題。顯然，剛體力學不能供給任何涉及物體變形的知識。這類知識十分重要。因為它不僅是構件或機件中的控制因素，而且與物體內部的力分佈有直接關係。這類知識發展的成果，都歸屬於科學一枝的變形體力學。誠然，實際物體對力作用的反應，十分複雜。然而，許多有用的結果，可用簡化的模型求得。實際觀測全部結構材料，都具有某程度的彈性，此即，使結構發生變形的外力，如不超過某限界，除去作用力，變形隨之消失。所以，順理成章地引入完全彈性體的觀念，即除去作用力後，物體完全恢復原形。本書內就是研討這類物體。

2 彈性體力學原理

第一章 應 力

1.1 在平面上一點的應力向量

令圖 1.1 代表一通常的物體， P 為其中的一點。 S 為通過 P 點的一平面，並將這個物體分為 I 與 II 兩部分。設部分 I 為分離體 (free body)， ΔF 為作用在小面積 ΔA 上的合力[†]，並且， ΔA 在 S 平面上，包含着 P 點。今定義在 S 面 P 點處的應力向量 (由 II 作用至 I)，為 $\Delta A \rightarrow 0$ 時， $\Delta F/\Delta A$ 比的極限值，用 σ_s 表示。則

$$\sigma_s = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}, \quad \Delta A \text{ 在 } S \text{ 上} \quad (1.1)$$

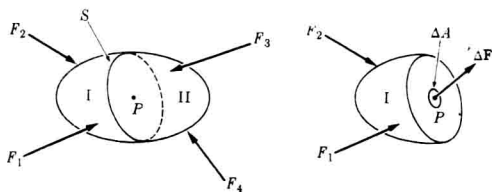


圖 1.1

如將部分 II 視為分離體，然由牛頓的作用與反作用定理，可得在同一面同一點的應力向量 (由 I 作用到 II)，與 (1.1) 式所示者，大小相

[†]僅一單純合力 (無合力偶) 作用在微小面積 ΔA 上的假設，導出的彈性理論，能滿足工程需要。

4 彈性體力學原理

等，方向相反。

今應特別指明，應力向量隨 S 面的不同傾斜而變。所以，如僅說一點的應力向量，而不示明它的作用面，則無意義。但是，下面的研析中證明：一點的應力向量，如在任何三個相互垂直面上為已知，則在其他面上的應力向量，可隨之而定。這樣，表示在該點的任何三個應力向量，稱為“在一點的應力狀態”

1.2 在一點的應力矩陣

設經過 P 點，有三個平面 S_x, S_y 及 S_z ，對應垂直於直交坐標的 x, y 及 z 軸。每一平面都可將物體分割成兩部分 I 與 II。(參看圖 1.2)。部分 I 在 P 點的向外法線，是朝向一坐標軸的正方向；部分 II 者則朝

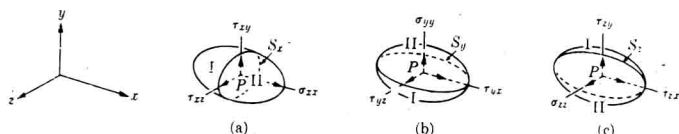


圖 1.2

向對應的負方向。在 P 點作用於 S_x, S_y 及 S_z 面上的應力向量，可分解為三個沿坐標軸的分力，用單列矩陣表示，則得

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{S_x} &= (\sigma_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}), \\ \bar{\sigma}_{S_y} &= (\tau_{yx}, \sigma_{yy}, \tau_{yz}), \\ \bar{\sigma}_{S_z} &= (\tau_{zx}, \tau_{zy}, \sigma_{zz}).\end{aligned}\tag{1.2}$$

今後用下述符號規定：無論何時，向外法線朝向一坐標軸的正方向，應力向量的三個分量也是朝向坐標軸的正方向，則定為正值。由上 (1.1) 前述及的牛頓第三定理可知，向外的法線朝向一坐標軸的負方向，應力向量的三個分量如果也是朝向坐標軸的負方向，仍應定為正值。圖 1.2 (a)(b) 與 (c) 所示各分力，如是作用在部分 I 上的力，則均