Design and Development of Finite Element Software for Static Analysis of Structures

结构静力分析有限元软件设计与开发

刘永军 著

科 学 出 版 社

结构静力分析有限元软件设计与开发

刘永军　著

科 学 出 版 社
北　京

内 容 简 介

本书以作者开发的杆件结构内力分析程序、连续体结构应力分析程序、构件内温度场分析程序为例，详细介绍有限元软件设计与开发涉及的理论基础和编程技术，主要包括力学及传热学基本原理、有限单元法基本理论、计算机图形学基本原理、有限元计算程序设计与开发、前后处理程序设计与开发等内容，目的是使读者了解有限元软件设计及开发的有关概念、理论、原理、方法、技巧，提高软件开发的能力，为开发和应用有限元软件奠定基础。本书的特点是内容相对完整，涵盖了有限元软件前处理、数值计算、后处理的全部内容，并给出了用 Visual Basic 6.0 编写的程序源代码。

本书可供土木工程、水利工程、机械工程等相关领域的科技人员及高等院校的高年级本科生、研究生、教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构静力分析有限元软件设计与开发/刘永军著. —北京：科学出版社，2014

ISBN 978-7-03-036263-6

Ⅰ. ①结… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①结构静力分析-有限元分析-软件设计 ②结构静力分析-有限元分析-软件开发 Ⅳ. ①TU311.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 308633 号

责任编辑：王 钰 闫洪霞/责任校对：王万红

责任印制：吕春珉/封面设计：耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 5 月第 一 版 开本：B5（720×1000）

2014 年 5 月第一次印刷 印张：22 1/4

字数：433 000

定价：88.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈双青〉）

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137026

前　　言

随着有限单元法基本理论和计算机硬件技术的不断发展，数值模拟已经成为和理论分析、模型试验相并列的一种重要的科学研究方法和手段。

有限元软件是重要的数值模拟工具，一般的有限元软件由前处理器、数值计算程序、后处理器三部分构成。前处理器的作用是准备好数值计算需要的所有数据，形成数值计算的有限元模型。前处理器应该具有良好的图形界面，用户可以方便地进行设定单元类型、输入实常数、输入材料参数、划分有限元网格、施加荷载、施加约束等操作。数值计算程序是有限元软件的核心，作用是利用前处理器建立的模型，计算出需要的结果。后处理器的作用是以图形或列表的方式显示数值计算结果，用户可以通过缩放、旋转、剖切等方法观察和分析计算结果，判断计算结果的合理性。

已经出版的相关有限元的书籍大都局限于介绍有限单元法基本理论、有限元数值计算程序编写、大型软件在各领域中的应用，全面介绍前处理器、数值计算程序、后处理器开发方法的书籍还很稀少，给出完整程序源代码的书籍更少。本书在这方面进行一些尝试，希望起到抛砖引玉的作用。

学习有限元软件设计与开发的益处可以归纳为三个“有助于”。第一，进行有限元软件设计与开发需要对有限元理论“明其全而晰其微”，因此学习有限元软件设计与开发有助于领悟和掌握有限单元法基本理论。第二，有限元软件应用于很多领域，对于大多数使用者来说，有限元软件就是一个黑箱，如果能对黑箱的工作原理和工作流程有深入了解，有助于快速掌握和合理使用有限元软件。第三，掌握了软件开发与设计的技能，有助于实现自己的新想法，开发具有自主知识产权的软件。

作者近年来主要从事建筑结构力学性能分析、有限元理论及软件开发、科学可视化等方面的研究工作，开发了一些具有图形化前后处理系统的有限元软件。本书以作者开发的杆件结构内力分析程序、连续体结构应力分析程序、构件内温度场分析程序为主线，详细介绍设计和开发有限元分析软件涉及的所有环节，并给出用 Visual Basic 6.0 编写的源程序代码。读者阅读完本书以后，能够快速开发出自己的带有图形化前后处理系统的有限元软件。

有限单元法应用领域十分宽广，涉及内容繁多，想在一本书中把各方面的内容都讲清楚，不是件容易的事情。笔者把有限单元法理论及软件大致划分为基础部分和专题部分，本书侧重讲述基础部分，主要内容为杆件结构内力分析

理论与程序、连续体结构应力分析理论与程序、构件内温度场分析理论与程序、计算机图形学理论和前后处理程序。专题部分，如建筑结构抗火性能分析理论与程序、建筑结构抗震性能分析理论与程序，将在后续的书籍中分别介绍。

作者要特别感谢我的四位导师：中国农业大学李明瑞教授；大连理工大学林皋院士；大连理工大学李宏男教授；中国科学技术大学范维澄院士。没有导师们的培养和关怀，就没有本书的出版。

沈阳建筑大学周静海教授、贾连光教授、笪可宁教授，香港城市大学 Leung Andrew Yee-tak 教授、Lo Siu-ming 教授、Yuen Richard Kwok-kit 博士，英国谢菲尔德大学 Huang Zhaohui 博士、Huang Shanshan 博士、Burgess Ian 教授，曾给予本人许多鼓励、支持和帮助，在此一并致谢。

由于有限元软件设计与开发涉及内容十分广泛，加上作者水平有限，书中不足之处在所难免，敬请读者不吝赐教。

刘永军

2013 年 6 月 18 日

目　　录

第 1 章　绪　　论

1.1　有限单元法的产生及发展

1.1.1　概述

有限单元法是一种数值计算方法，广泛应用于各种工程技术领域，在连续介质问题和场问题的数值模拟中具有举足轻重的地位。我国冯康院士高度概括了有限单元法的优点：解题效能高强，理论基础牢靠，条理直观明确，应用范围宽广（冯康等，1981）。

有限单元法的产生和发展得益于以下五个方面：①前期积累。19 世纪下半叶至 20 世纪上半叶，科学技术得到较快发展，数学、力学方面的长期积累形成了孕育有限单元法的肥沃土壤。②工程需求。20 世纪中叶，为了解决航空、水坝等重要工程技术领域中的力学问题，迫切需要精确有效的数值计算方法。③大师推动。克朗特［Richard Courant（1888～1972）］的灵光闪现，阿基里斯［John Hadji Argyris（1913～2004）］的积极探索，克拉夫［Ray William Clough（1920～　）］团队的高瞻远瞩，辛克维奇［O. C. Zienkiewicz（1921～2009）］团队的不懈追求，冯康团队的潜心执著，沃尔森［Edward L. Wilson（1931～　）］团队的编程天赋，推动了有限单元法的产生和发展。④电子计算机支撑。电子计算机的出现以高级语言的发展，为有限单元法这部历史列车提供了前进的引擎。用高级语言开发出通用有限元软件以后，有限单元法就变成了解决工程实际问题的强大工具。⑤商业运作。软件公司通过合理的商业运作模式，吸引了全世界优秀的研发人员，高效研发出满足各种需要的软件产品，产生了巨大的经济效益和社会效益。

有限单元法是为了解决工程实际中的力学分析问题而逐渐产生的，在力学方面有着清晰的成长轨迹，后经各国学者的不断挖掘、整理、完善，在数学方面也形成了完整的理论体系，因此梳理有限单元法的发展脉络，可以有力学和数学两个不同的主线。这里将循着有限单元法在力学方面的发展主线，简要介绍有限单元法的孕育、形成、产生和发展。

1.1.2　有限单元法的前期积累

1956 年以前，可以称为有限单元法的孕育阶段。在这个阶段内，数学和力

学等相关方面的研究成果已经为有限单元法的形成做好了必要的准备，欧拉［Leonhard Euler（1707～1783）］、汉密尔顿［William Rowan Hamilton（1805～1865）］、瑞利［Lord Rayleigh（1842～1919）］、里兹［Walter Ritz（1878～1909）］、迦辽金［Boris Grigor'evich Galerkin（1871～1945）］、铁木辛柯［Stephen Prokofyevich Timoshenko（1878～1972）］、克朗特等都是十分活跃的科学家，矩阵理论、变分原理、里兹法、瑞利法、加权残值法、伽辽金法、矩阵位移法等相关成果为有限单元法的产生奠定了坚实的基础。

1. 矩阵理论的产生和发展

矩阵是有限单元法中的重要数学工具，英国数学家西尔威斯特［James Joseph Sylvester（1814～1897）］、凯莱［Arthur Cayley（1821～1895）］、汉密尔顿对矩阵理论的产生和发展做出了突出贡献。1850 年，西尔威斯特首次提出矩阵（Matrix）的名称，1858 年，凯莱发表的矩阵理论研究报告（Cayley，1858），是矩阵理论诞生的标志。经过英国、德国、法国等国家数学家的不断完善和发展，矩阵逐渐成为一种重要的数学工具。1925 年，海森博格［Werner Karl Heisenberg（1901～1976）］把矩阵用于量子理论，建立了矩阵力学。1934～1935 年，Duncan 和 Collar 在研究飞机螺旋桨叶片的振动特性时，使用矩阵作为表达工具，提出了求振动模态的矩阵迭代法，后来撰写了两篇论文发表于 *Philosophical Magazine* 上，是矩阵应用于结构动力学的最早文献（Duncan et al.，1934，1935）。1938 年，Frazer、Duncan、Collar 撰写的第一本介绍矩阵的书 *Elementary Matrix* 在剑桥大学出版社出版，掀开了矩阵与力学完美结合的新篇章。

2. 矩阵位移法——杆件结构的有限单元法

杆件结构是一种重要的工程结构形式，很多复杂的结构，都可以近似简化为杆件结构。求解杆件结构的方法主要有力法、位移法、力矩分配法、松弛法等，力法和位移法是两种经典的方法。

力法以多余未知力为基本未知量，特点是概念清晰，易于理解，便于掌握。1864 年，麦克斯韦［James Clerk Maxwell（1831～1879）］总结了桁架结构的研究成果，划分了静定桁架和超静定桁架。对于超静定桁架，麦克斯韦根据能量法导出了求解超静定结构的一般方法（Maxwell，1864）。1874 年，莫尔［Christian Otto Mohr（1835～1918）］用德文撰写了一篇论文，系统整理了麦克斯韦的方法，给出规范的形式，形成了麦克斯韦-莫尔方法，也就是目前通用的经典力法。1947 年，Levy 发表了第一篇矩阵力法论文（Levy，1947）。

位移法以结点位移为基本未知量，首先应用于求解超静定桁架内力。最早的位移法文献可以追溯到 1862 年，德国哥廷根大学 Alfred Clebsch 教授在其著

作中给出了用位移法求解三维桁架的完整过程（Samuelsson et al.，2006）。1944 年，电器工程师 Kron 发表了第一篇矩阵位移法的论文，给出了用矩阵位移法求解三维刚架的全过程，文中首次给出了 12×12 形式的三维梁单元的单元刚度矩阵（Kron，1944）。

1954～1955 年，阿基里斯发表了多篇系列论文，系统整理了矩阵力法和矩阵位移法，使矩阵力法和矩阵位移法走向成熟（Argyris，1954，1955）。

3. 近似方法——分析连续体的可贵探索

20 世纪 30 年代开始，飞机中开始从采用金属杆、索、板等构件，到出现了蒙皮结构。Hrenikoff（1941）和 McHenry（1943）分别提出了一种等效方法——格构比拟法，把蒙皮用一定数量的杆件、梁及弹簧代替，然后用结构力学的方法求解。1947 年，Levy 提出了一种方法，该方法假设所有的正应力都由杆件承担，而剪应力则由板状蒙皮承担，并且剪应力假定为常数（Levy，1947），此后，Lang（1951）等学者也做了类似研究。这些方法是对连续体结构的物理近似，求解方法还没有突破经典结构力学的范畴。另外一些方法是对连续体结构应力分布问题的数学近似，主要包括里兹法、加权残数法、差分法。

里兹法，也称为瑞利-里兹法，是通过泛函驻值条件求未知函数的一种近似方法，瑞利在其两卷声学专著中首先提出（Rayleigh，1877，1878），里兹于 1909 年用德文撰写论文进行了完善。里兹法的思路是在整个求解区域上假定满足边界条件的含有若干待定系数的试探函数，利用解域上的泛函对待定系数的变分，得到一组以待定系数为未知数的代数方程，求解代数方程确定待定系数，便确定了试探函数。里兹法的不足是，对于解域几何形状不规则的问题困难较大。

加权残数法的概念在 1956 年由 Crandall 提出（Thomee，2001），是多个数值方法的总称，包括迦辽金法、最小二乘法、配点法等，各方法之间的区别在于权函数的不同。加权残数法的思路是在整个解域上假定含有待定系数的试探函数，试探函数与真实原函数之差称为残数，令残数在整个解域上加权积分最小，便得到一组以待定系数为未知数的代数方程，求解代数方程确定待定系数，便确定了试探函数。加权残数法具有很大的灵活性，但是需要在整个解域上确定试探函数，因此对于解域几何现状不规则的问题仍会遇到较大困难。

有限差分法是求解微分方程的一种古老方法。1768 年，欧拉在论文中首次用差分法求解最速降线问题。1908 年，龙格［Carl David Tolmé Runge（1856～1927）］在其著作中，把差分法推广到二维问题。1911 年，理查森［Lewis Fry Richardson（1881～1953）］在论文中首次把差分法用于水坝应力分析（Richardson，1911）。差分法的解题思路是首先把求解区域划分为规则的网格，在网格的节点上用差分方程代替微分方程，每个节点上形成一个代数方程，方程中

包含本节点及附近节点处所求物理量的未知数，从而把求解微分方程的问题转化为求解代数方程的问题。引入边界条件并求解线性方程组，就可以获得所需物理量的数值解。对于规则的求解区域，差分法十分简便且有效，而对于不规则的区域或者有空洞的多联通域，差分法会遇到困难。

无论物理近似还是数学近似，在求解几何形状以及边界条件复杂的问题时，都会遇到各种各样的问题。面对航空、水利等工程技术领域中出现的新问题，有限单元法横空出世。

1.1.3　有限单元法的思想火花

1. 克朗特

克朗特（图 1.1）是犹太裔数学家，1888 年 1 月 8 日出生于德国，1910 年在哥廷根大学获博士学位，导师是著名数学家希尔伯特教授，先后在哥廷根大学、明斯特大学任教。1933 年，遭到纳粹迫害，辗转英国剑桥，1934 年来到美国，1936 年起任纽约大学教授，组建了世界著名的应用数学研究所，1955 年当选美国科学院院士，是有限单元法的重要先驱之一。

图 1.1　克朗特教授

1941 年 5 月 3 日，克朗特应邀在美国数学学会会议前发表演讲，题目为 *Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations*，两年后，演讲内容发表在美国数学学会会刊上。该论文用有限单元法研究了方形空心管的圣维楠扭转问题，考虑到对称性，取出方管的 ABCD 部分作为研究对象（图 1.2）。求解区域被划分为三角形单元，以节点位移作为基本未知量，单元上的位移用节点位移的线性插值表示。在论文中，克朗特首次采用三角形分片函数逼近真实位移分布函数，建立了世界上最早的连续体有限元网格，探讨了四种网格密度对求解精度的影响（图 1.3），指出了其与瑞雷-里兹法相比的优越性，展望了该方法在其他方面的应用前景（Courant，1943）。

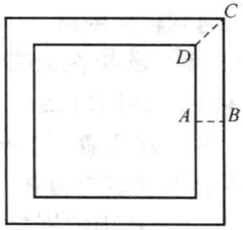

图 1.2　方形空心管

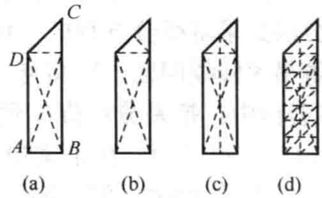

图 1.3　世界上最早的连续体有限元网格