

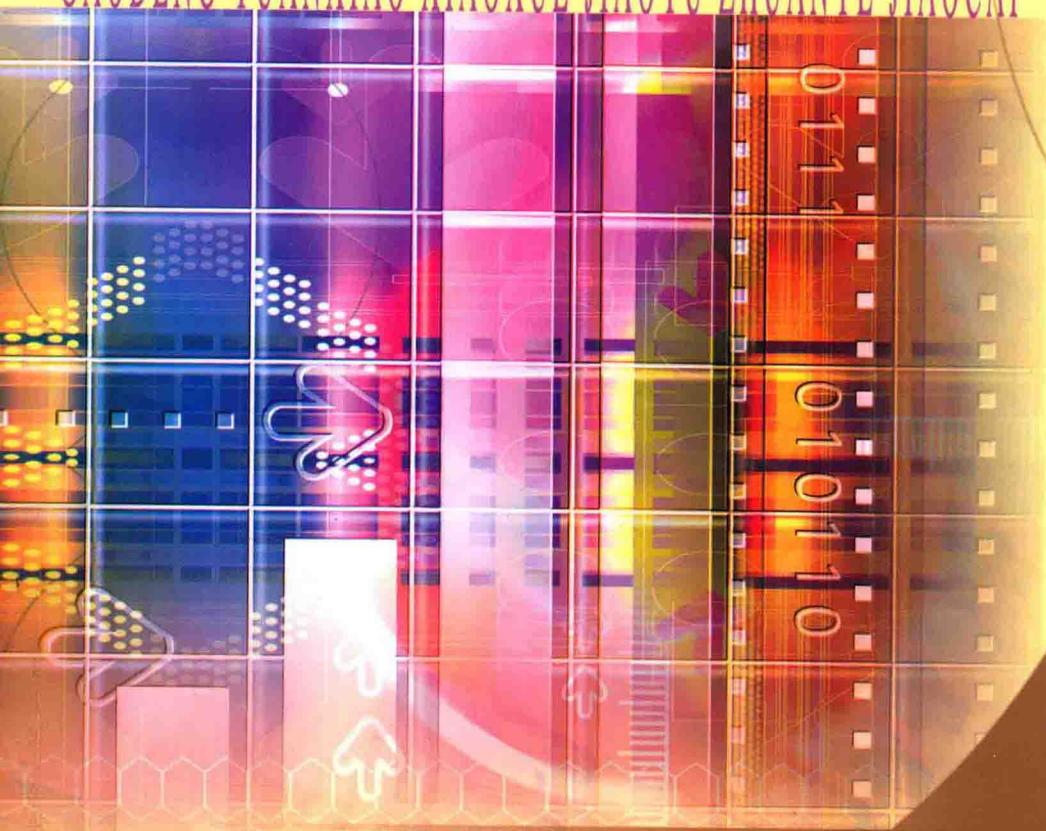
高等院校小学教育专业教材



# 大学数学概论

苏凤霞 主编

GAODENG YUANXIAO XIAOXUE JIAOYU ZHUANYE JIAOCAI



人民教育出版社

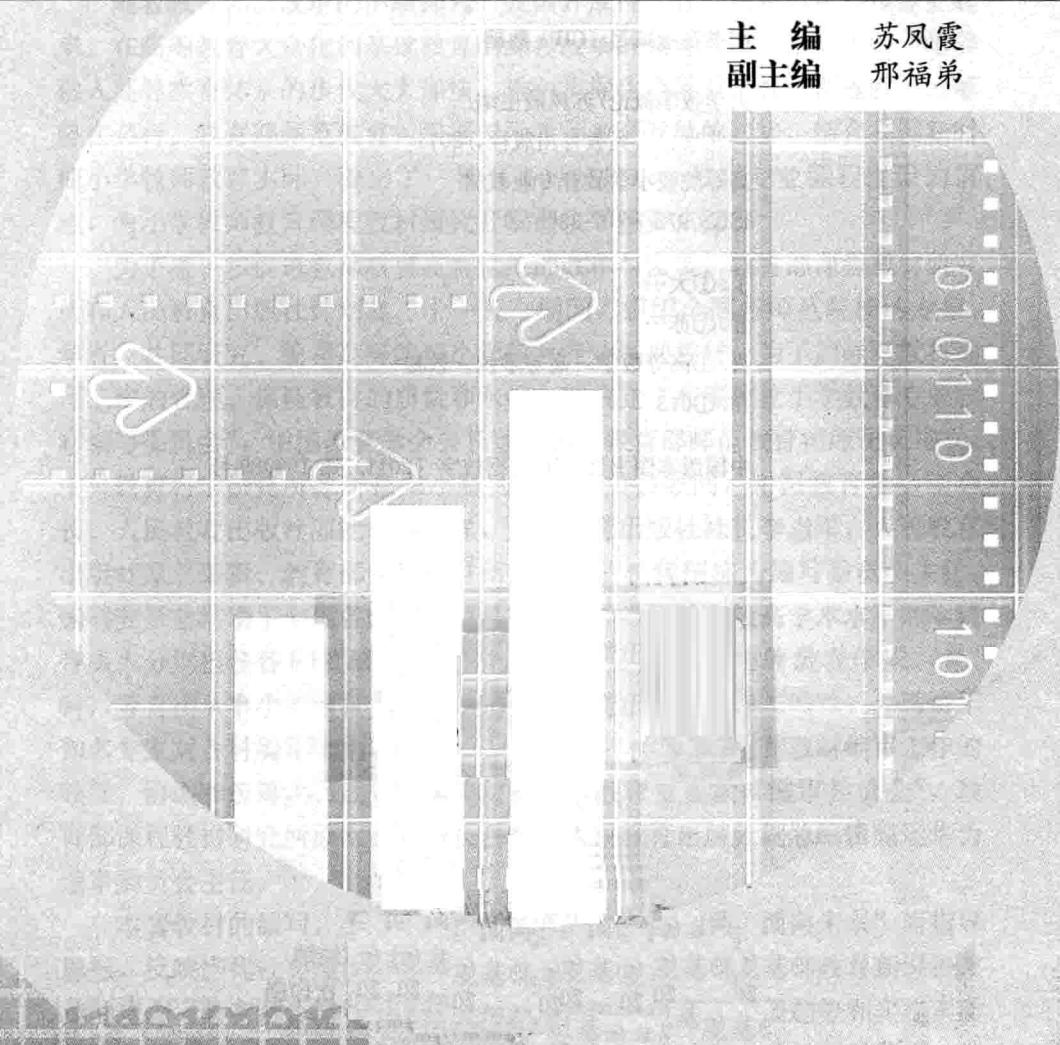
高等院校小学教育专业教材

# 大学数学概论

DAXUE SHUXUE GAILUN

主编  
副主编

苏凤霞  
邢福弟



010110  
10

人民教育出版社  
北京

高等院校小学教育专业教材  
大学数学概论

图书在版编目 (CIP) 数据

大学数学概论/苏凤霞主编.

—北京：人民教育出版社，2011

高等院校小学教育专业教材

ISBN 978-7-107-23667-9

I. ①大…

II. ①苏…

III. ①高等数学—高等学校—教材

IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 193989 号

人民教育出版社出版发行

网址：<http://www.pep.com.cn>

北京人卫印刷厂印装 全国新华书店经销

2011 年 10 月第 1 版 2011 年 10 月第 1 次印刷

开本：787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张：33.75

字数：567 千字 印数：0 001~3 000 册

定价：36.20 元

## 高等院校小学教育专业教材

## 总序

随着教育体制改革的不断深入，我国开放性的教师教育体系逐步建立起来。在高等教育大众化和基础教育新课程改革的大背景下，小学教师的培养融入高等教育体系的步伐大大加快，进一步深化小学教师教育课程教材改革势在必行。教育部师范教育司根据国际教师教育发展的趋势，结合我国新时期小学教师教育实际，提出了一整套高等院校小学教育专业课程建设的措施，为小学教师教育课程教材研究开发提供了重要依据。

为了进一步促进教师教育在新世纪的改革与发展，教育部课程教材研究所和人民教育出版社计划在“十一五”期间，组织全国各师范院校的专家、学者，共同研究、编写高等院校小学教育专业系列教材。为了加强对教材编写工作的管理、保证教材的质量和水平，特成立“高等院校小学教育专业教材编写委员会”，中国教育学会会长顾明远、教育部师范教育司原司长马立、中央教育科学研究所原所长朱小蔓为编写委员会顾问，中国教育学会副会长、人民教育出版社原社长韩绍祥，人民教育出版社社长李志军，人民教育出版社原总编辑、教育部课程教材研究所原所长魏国栋为编写委员会主任。编写委员会聘请了全国各师范院校具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人分别担任各科教材的主编，全国各师范学院、初等教育学院（系、科）等直接从事小学教育专业教学的一线骨干教师共同参与编写，并聘请了知名专家对各科编写大纲和初稿进行审核。为了加强对这套教材编审工作的领导、协调和统筹，另成立“高等院校小学教育专业教材编审委员会”，教育部课程教材研究所原常务副所长吕达、人民教育出版社副总编辑魏运华为编审委员会主任。

本套教材的编写，力求以“面向现代化，面向世界，面向未来”为指导思想，反映当代社会经济、文化和科技发展的趋势，体现基础教育新课程改革的理念，紧密结合高等院校小学教育专业教学改革的发展趋势和实施素质教育的要求，注重提高小学教师的综合能力，努力构建科学的教材体系。本

套教材的编写，以党和国家的教育方针以及小学教师的培养目标为依据，坚持以思想性、科学性、时代性和师范性为基本原则，努力实现基础性与时代性、国际化与本土化、逻辑性与专业性、规范性与灵活性、统一要求与各具特色五个结合，试图在内容及其呈现方式上进行大胆的创新，强调培养未来小学教师的创新精神和实践能力；注重把国内外最新研究成果与小学教育一线丰富的教学实践经验融为一体，紧密结合我国大多数地区小学教育的实际。本套教材可以作为全国高等院校小学教育专业的通用教材，也可供广大在职小学教师进修或自学使用。

本套教材的编写出版得到了教育部师范教育司、教育部高等教育司和教育部社会科学司等有关司局领导的多方指导，也得到了中国教育学会、中国高等教育学会、全国教师教育学会、北京师范大学、首都师范大学等学术团体及高校领导和专家的大力支持，谨在此一并致谢。本套教材的编写难免有不完善之处，敬请广大师生不吝指正，以使本套教材日臻完善。

高等院校小学教育专业教材编写委员会

2009年1月

# 本书前言

《大学数学概论》是根据教育部师范教育司制订的《三年制小学教育专业课程方案（试行）》编写的通识类数学课程教材，主要供高等院校小学教育专业学生使用。为适应基础教育课程改革综合化的趋势，本教材努力贯彻使师范生文理兼通、学有所长、一专多能的精神，在处理好基础性、专业性、综合性以及在理论体系严谨、系统的同时，力求突出师范性、实用性原则，选择小学教育专业所必需的、对师范生将来的教学工作和可持续发展有重要作用的数学内容编写而成。

本教材共分三编、十二章。上编为微积分，由第一至第七章组成，内容是函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分，常微分方程简介，多元函数微积分。中编为线性代数，由第八至第九章组成，内容是行列式，矩阵。下编为概率统计，由第十至第十二章组成，内容是事件与概率，随机变量的概率分布及其数字特征，统计初步。为适应不同层次的学习需要，书中部分内容加了“\*”号，此类内容供学有余力的师范生使用。使用本教材的教师可根据课时要求及学生的实际需要，在教学时对教材中的内容做适当的取舍。

本教材在每章内容前面都有学习要点，在每章内容之后有小结，指出本章的基本要求和学习中应注意的问题。在每节之后都配有一定数量的习题，便于学生练习巩固各节所学内容。在每章之后配有综合检测题，用来检查学生对本章基本内容掌握的程度。为了引导学生课外学习，在每章之后都配有拓展性阅读导航，结合本章学习要点，列出一些参考书目，以便对数学感兴趣的学生按图索骥、深入阅读。书后还附有参考答案。

本教材由教育部课程教材研究所、人民教育出版社组织编写。具体编写分工为：第一章由邢福弟编写；第二章由洪小辉编写；第三章由林晓颖编写；第四章由周根龙编写；第五章、第九章由苏凤霞编写；第六章、第十二章由郭宗庆编写；第七章由王建平编写；第八章由种国富编写；第十章、第十一章由程小红编写。苏凤霞承担了主编和全书统稿工作，邢福弟担任了副主编工作。数学教育专家、人民教育出版社资深编审田载今先生应邀担任了

本书特约审稿的工作。

在本教材编写过程中，我们参考了许多教材资料，吸纳了部分专家的思想方法；人民教育出版社以及首都师范大学、海南师范大学、哈尔滨学院、河南焦作师专、湖南湘潭教育学院、江苏省如皋高等师范学校等单位给予了大力支持，在此一并表示感谢。

由于我们水平有限，错误之处在所难免，恳请各位专家、教师和同学提出批评和修改意见，以便进一步提高教材质量。

编 者

2011年9月

# 目录

## 上编 微积分

### 第一章 函数、极限与连续 3

第一节	函数	4
第二节	数列的极限	23
第三节	函数的极限	29
第四节	无穷小与无穷大	34
第五节	极限的运算法则	38
第六节	极限存在准则及两个重要极限	44
*第七节	无穷小的比较	51
第八节	函数的连续性与间断点	53
第九节	连续函数的运算与初等函数的连续性	58
第十节	闭区间上连续函数的性质	61
本章小结		64
综合检测题（一）		67
拓展性阅读导航		70

### 第二章 导数与微分 72

第一节	导数的概念	73
第二节	基本初等函数的导数公式	80
第三节	函数的求导法则	84
第四节	高阶导数	96
第五节	函数的微分	98
本章小结		106
综合检测题（二）		108
拓展性阅读导航		110

**第三章 导数的应用 111**

第一节 中值定理	112
第二节 洛比达法则	117
第三节 函数单调性的判别法	121
第四节 函数的极值	123
第五节 函数的凹凸性与拐点	128
*第六节 函数图形的描绘	132
本章小结	135
综合检测题（三）	135
拓展性阅读导航	137

**第四章 不定积分 138**

第一节 原函数与不定积分	139
第二节 不定积分的性质和基本积分公式	142
第三节 换元积分法	147
第四节 分部积分法	154
本章小结	160
综合检测题（四）	160
拓展性阅读导航	162

**第五章 定积分 163**

第一节 定积分的概念	164
第二节 定积分的性质	171
第三节 微积分基本公式	176
第四节 定积分的计算	183
*第五节 广义积分	191
第六节 定积分的应用	197
本章小结	206
综合检测题（五）	209
拓展性阅读导航	211

**第六章 常微分方程简介 212**

第一节 微分方程的基本概念	213
第二节 一阶微分方程	216
第三节 常微分方程的简单应用	225
本章小结	227
综合检测题(六)	228
拓展性阅读导航	229

**第七章 多元函数微积分 231**

第一节 预备知识	232
第二节 多元函数的一般概念	236
第三节 偏导数与全微分	241
第四节 多元复合函数与隐函数的求导法则	248
第五节 二元函数的极值	254
第六节 二重积分的概念与性质	258
本章小结	270
综合检测题(七)	271
拓展性阅读导航	272

**中编 线性代数****第八章 行列式 277**

第一节 行列式的定义	278
第二节 行列式的性质	287
第三节 行列式的计算	293
第四节 克莱姆法则	302
本章小结	307
综合检测题(八)	308
拓展性阅读导航	310

**第九章 矩阵 313**

第一节 矩阵的概念及运算	314
--------------	-----

第二节	逆矩阵	328
*第三节	分块矩阵	335
第四节	矩阵的初等变换	341
第五节	矩阵的秩	350
第六节	线性方程组	354
本章小结		369
综合检测题（九）		371
拓展性阅读导航		374

## 下编 概率统计

### 第十章 事件与概率 377

第一节	随机事件	378
第二节	概率的计算	384
第三节	条件概率	389
第四节	事件的独立性与伯努利概型	395
本章小结		399
综合检测题（十）		400
拓展性阅读导航		402

### 第十一章 随机变量的概率分布及其数字特征 403

第一节	随机变量的概念	404
第二节	离散型随机变量及其概率分布	405
第三节	连续型随机变量及其概率密度	411
第四节	随机变量的分布函数	417
第五节	随机变量函数的分布	422
第六节	随机变量的数学期望	425
第七节	随机变量的方差	430
本章小结		434
综合检测题（十一）		435
拓展性阅读导航		437

目 录

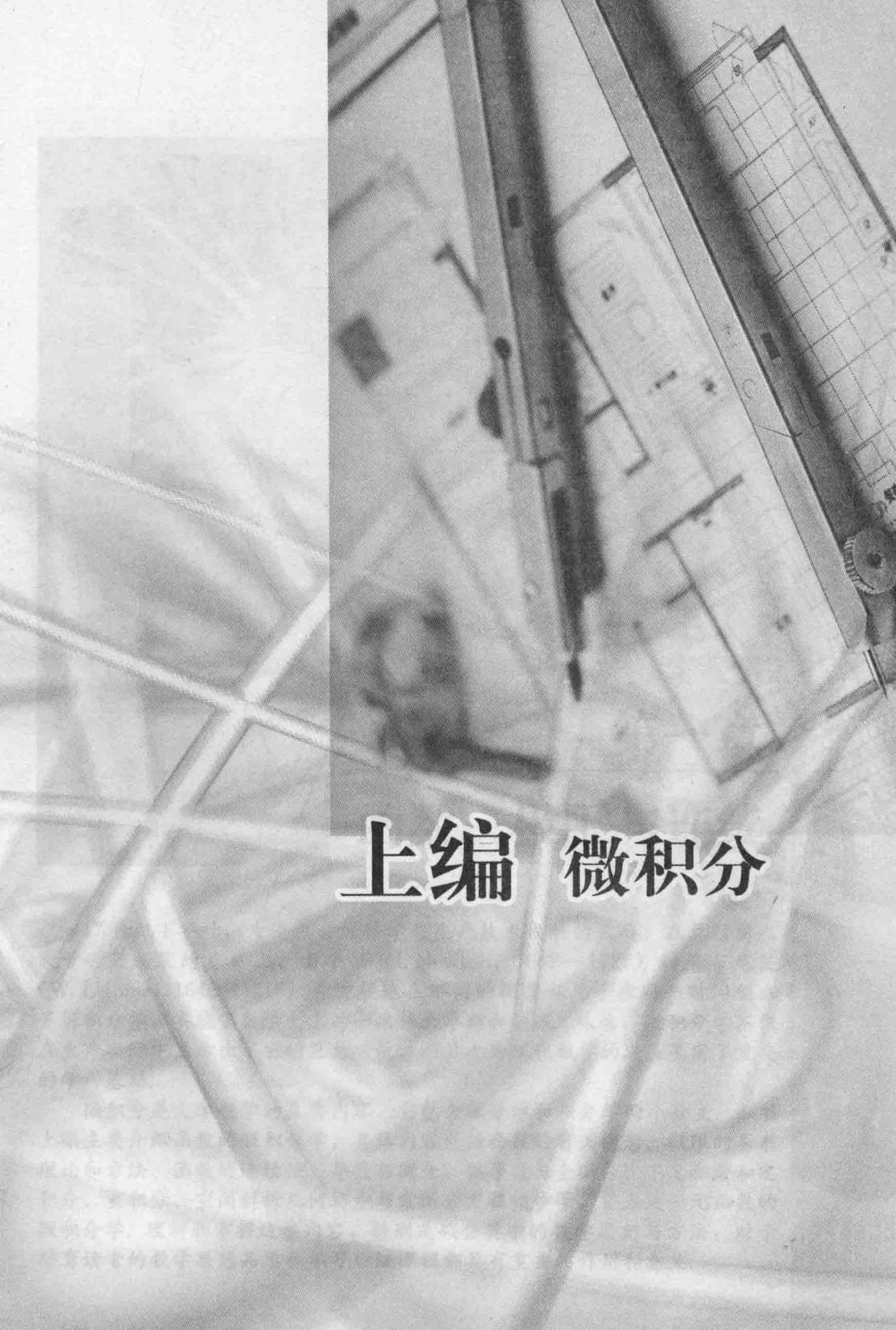
**第十二章 统计初步 438**

第一节 抽样分布	439
第二节 参数估计	449
第三节 假设检验	462
本章小结	473
综合检测题（十二）	475
拓展性阅读导航	476

**习题答案 478**

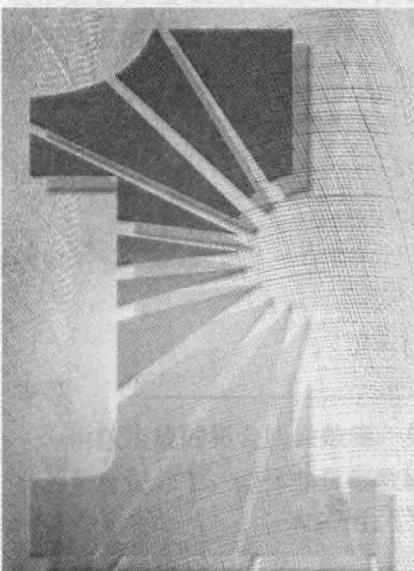
**附 表 506**

上编 微积分



# 上编 微积分





$$f(x) = (a/2) + \sum a_n \cos(n\pi x)$$

其中,  $a_0 = (1/l) \int_{-l}^l f(x) dx$

$$a_n = (1/l) \int_{-l}^l f(x) \cos(n\pi x) dx$$

$$b_n = (1/l) \int_{-l}^l f(x) \sin(n\pi x) dx$$

# 第一章

## 函数、极限与连续

17世纪下半叶,为适应自然科学与生产技术发展的需要,在总结前人大量研究成果的基础上,由牛顿(I. Newton, 1642—1727)和莱布尼茨(W. Leibniz, 1646—1716)奇迹般地在不同的国度却几乎在同一时间创立了微积分学,实现了数学史上的一次伟大革新和创造。从此,微积分学不仅在生产实际中显示出了它的巨大功能,而且也为现代数学的发展奠定了重要的学科基础。

微积分是大学数学的主要内容,它包含微分学和积分学两个分支。本书上编主要介绍函数的微积分学,具体内容包括函数的有关概念、极限的基本理论和方法、函数的连续性、导数与微分、偏导数与全微分、不定积分和定积分、重积分、空间解析几何初步与常微分方程初步等,重点是一元函数的微积分学。理解和掌握这些内容,特别是领会其中的数学思想与方法,对于培育读者的数学思想品质和学习后继课程都具有重要的作用和意义。

## 本章

## 学习要点

- 函数的概念及其性质
- 极限的基本理论和方法
- 无穷大与无穷小
- 两个重要极限
- 函数的连续性

## 第一节 函数

函数是大学数学研究的主要对象，也是大学数学重要的基本概念之一。本节介绍集合的概念及其基本关系和运算，在中学数学的基础上对函数的概念及其性质进行系统的整理，并给出基本初等函数和初等函数的概念。

### 1. 集合概念

#### (1) 集合概念

在日常生活中，我们经常要研究某些事物组成的集体。例如一班学生、一批产品、全体正整数等。这些其实就是我们数学中通常所指的集合。一般地，我们把具有某种特定性质的事物所组成的总体称为一个集合（或简称集）。组成这个集合的事物称为这一集合的元素。元素通常用小写字母  $a, b, c$  等表示，而集合用大写字母  $A, B, C$  等表示。如果  $a$  是集合  $A$  的元素，就说  $a$  属于  $A$ ，记作  $a \in A$ ；如果  $a$  不是集合  $A$  的元素，就说  $a$  不属于  $A$ ，记作  $a \notin A$ 。一个集合，若其元素的个数是有限的，则称作有限集，否则就称作无限集。

#### (2) 集合的表示法

集合通常用两种方法表示。

一种是列举法，即把这个集合的元素全部都列举出来，并用{}括起来。例如，

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

表示集合  $A$  由 2, 4, 6, 8 四个元素组成. 又如, 由方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的根所构成的集合  $B$ , 可表示为

$$B = \{2, 3\}.$$

另一种是描述法, 即用某一种性质  $P$ , 把集合的全体元素描述出来, 记为

$$A = \{x \mid x \text{ 具有性质 } P\}.$$

例如

$$A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0, x \in \mathbf{R}\},$$

$$B = \{p \mid p \text{ 是奇数}\},$$

等等.

由数组成的集合叫做数集. 如上面的  $A$ ,  $B$  都是数集. 习惯上, 全体实数的集合记作  $\mathbf{R}$ ; 全体非负整数即自然数的集合记作  $\mathbf{N}$ , 即

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\};$$

全体整数的集合记作  $\mathbf{Z}$ , 即

$$\mathbf{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, \dots, n, -n, \dots\};$$

全体有理数的集合记作  $\mathbf{Q}$ , 即

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbf{Z}, q \neq 0, \text{且 } p \text{ 与 } q \text{ 互质} \right\};$$

全体复数的集合记作  $\mathbf{C}$ , 即

$$\mathbf{C} = \{a + bi \mid a, b \in \mathbf{R}, i^2 = -1\}.$$

以后如无特别说明, 本书都是在实数集中讨论函数的性质.

### (3) 集合的基本关系与运算

设有两个集合  $A$  与  $B$ , 如果  $A$  的每一个元素都是  $B$  的元素, 则称  $A$  是  $B$  的子集, 或者称  $A$  包含于  $B$ , 或  $B$  包含  $A$ , 记作  $A \subset B$ , 或  $B \supset A$ . 因此,  $A \subset B$  是指由任一  $a \in A$ , 可推知  $a \in B$ .

例如, 自然数集包含在整数集中, 整数集包含在有理数集中.

不含任何元素的集合称为空集, 记作  $\emptyset$ . 例如集合  $\{x \mid x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$  就是一个空集. 我们规定空集是任何集合的子集.

如果集合  $A$  与集合  $B$  互为子集, 即  $A \subset B$  且  $B \subset A$ , 则称  $A$  与  $B$  相等, 记作  $A = B$  或  $B = A$ . 两个集合相等是指它们的元素完全一样.

设  $A$  与  $B$  是两个集合. 由所有属于  $A$  或者属于  $B$  的元素组成的集合称为  $A$  与  $B$  的并集, 记作  $A \cup B$ , 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\};$$