高等院校财经类专业核心课程

新版

经济数学基础

(三)

概率统计

解题思路和方法

袁荫棠　范培华　主编

世界图书出版公司

高等学校财经类专业核心课程辅导

新版
经济数学基础（三）
概率统计
解题思路与方法

袁荫棠　范培华　主编

世界图书出版公司
北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

概率统计 解题思路和方法/袁荫棠,范培华主编.—北京:
世界图书出版公司北京公司,1998.2
(经济数学基础:3)
ISBN 7-5062-3666-4

Ⅰ.概… Ⅱ.①袁… ②范… Ⅲ.①概率论-解题 ②数理统计-解题
Ⅳ.021-44

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第01682号

经济数学(三)概率统计

主　　编:袁荫棠　范培华
责任编辑:世　华
装帧设计:王元群

出　　版:世界图书出版公司北京公司
发　　行:世界图书出版公司北京公司
(北京朝内大街137号　邮编 100010　电话 62619802)
销　　售:各地新华书店
印　　刷:河北香河新华印刷有限公司

开　　本:850×1168毫米　1/32　印张:9.75
字　　数:266千字
版　　次:1998年2月第1版
2000年7月第2版第1次印刷　2000年11月第2次印刷
印　　数:22001—27000

ISBN 7-5062-3666-4/F·49　定价:18.00元

新版前言

《经济数学基础》分《微积分》、《线性代数》、《概率统计》三个分册，是国内出版较早，在全国高等院校中颇具有影响的教学辅导书.它一经问世即受到广大师生的关注和认可，并成为一些教师的教学参考书，成为某些高校学生学习《经济教学基础》课程的辅导教材.对于全国广大读者的肯定与厚爱，我们感到很大的欣慰，并表示衷心的感谢.

为适应教学改革深入发展的需要，新版对旧版作了修订和补充，除保持原版书的特点外，新版强调和注重了以下几方面：

(1)引导学生加强基本概念、基本理论和基本方法的正确理解和运用.

(2)强调培养学生的能力——抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和运用所学知识分析问题和解决问题的能力.

(3)在习题中，面对全章的内容，编排了选择题，这有助于内容的前后贯通与横向联系.

(4)本书除了满足本科生学好课程学习的需要外，还适当兼顾日后欲参加经济类硕士入学考试的学生的需要，把近几年来硕士入学考试试题中具有典型意义的考题选为例题或编排在习题中.

对硕士入学考试的重点内容也做了介绍。

全套书在修订过程中,得到了很多专家和教授的支持和参与.参加《概率统计》分册修订工作的有严颖、龚兆仁、张富、鹿立江、刘书田等各位教授与同志.对他们的热诚帮助,在此一并表示诚挚的谢意.

编　者

2000年7月

前　　言

《经济数学基础》是高等学校财经类专业的核心课程之一，应广大读者学习该课程的需要，我们编写了本套书。

全书有以下特点：

(1)以大纲为准　书中每章前面均写有〈要求与说明〉，它摘自国家教委颁布的《经济数学基础》教学大纲，强调读者应以教学大纲要求为准进行学习；

(2)紧密结合教材　全书内容和章节编排都紧密结合教材，又比教材更加有条理、更加深入、更易于理解和掌握。在每节之前，不仅先概括主要概念、定理、公式等基本内容，而且还归纳出一些在理解概念与掌握方法时所需要的结论，正是这些结论往往在解题过程中能起到事半功倍的作用；

(3)例题精析　本书例题的选择广泛和有代表性，以充分达到教学大纲的要求。在例题中，既有一般教科书和习题集中的典型题目，也有选自全国高教自考、全国文凭考试、全国研究生统考和全国MBA联考中的试题，而且还有作者根据多年教学实践自己编写的大量有启发性和指导性的例题。这些例题构思新颖、方法灵活。不仅有一般的计算题、应用题和证明题，还有填空题和选择题等。为适应不同读者的需要，在例题的编排上，注意到了难易结合，既有基本题，也有一定难度的综合题。对于所选例题，以内容为准进行归类，不仅指出同类题的解题思路和程序，并且指出了在应用方法和运算过程中常犯的错误，读者可以举一反三，触类旁通；

(4)配有习题　在每章之后均配有习题供读者练习，在较系统地指导读者"怎样进行思考"之后，读者在这里可以进行基本训练，

以增强自己解决问题的能力,并检验自己对所学知识掌握的程度。

读者阅读此书,可以开阔眼界,增强分析问题、解决问题和参加应试的能力。全书可以作为财经类和管理类学生学习期间和研究生考前的学习辅导书,也可以作为授课教师的参考书。对于参加成人教育和自学考试的读者,也不失为一本有指导价值的读物。

经统一策划和集体讨论之后,全书分别由教学经验丰富的教师执笔,并由袁荫棠(中国人民大学)任主编,刘书田(北京工业大学)任付主编。全书由《微积分》、《线性代数》和《概率统计》三个分册组成,其中,《微积分》分册由葛振三(一至四章)和刘书田(五至十章)编写;《线性代数》分册由范培华(第一章)和王新民(二至六章)编写;《概率统计》分册由袁荫棠(一至三章)和范培华(四至七章)编写。

全书在成书过程中,得到了北京大学王其文、中国人民大学胡显佑、张学贞、中央财政金融大学单立波、北京工业大学赵惠斌、刘国忠、北京商学院侯文超、中央电视大学冯泰、厦门大学陈亚贞、上海财经大学朱幼文、中南财经大学彭勇行、东北财经大学龚兆仁、苏州大学陈庆云、湖南财经学院苏醒、西安石油学院肖筱南等各位专家与教授的支持和帮助,在此表示衷心的感谢。

书中如有不妥之处,恳请读者指正。

编　者

1997 年 6 月

目　　录

第一章　随机事件与概率

要求与说明

1. 理解随机事件、随机事件的频数、频率、概率等概念.
2. 掌握随机事件的运算,熟练掌握概率的基本性质、概率的乘法公式、条件概率及事件的独立性.
3. 掌握全概公式、贝叶斯公式,并会解有关的问题.
4. 掌握求古典型概率的条件,会计算较简单的古典型概率.

§1.1　随机事件

一　随机事件的概念

1. 随机试验的特点

在给定的一组条件下,其可能出现的结果不止一个的试验称为随机试验,简称试验,它具有三个鲜明的特点:

(1)　重复性　在可控制条件下,试验可以或原则上可以重复进行.

(2)　明确性　试验的结果具有多种可能性,但是在试验之前可以明确一切可能出现的基本结果.

(3)　随机性　在一次试验中,某种结果出现与否是不确定的,在试验前不能准确地预言将会出现哪一种结果.

2. 随机事件与基本事件

(1)　随机事件　在一次试验中可能出现,也可能不出现的结果称为随机事件.简称事件.

(2)　基本事件　在一次试验中,每一个可能出现的基本结果,称为基本事件,基本事件是最简单的随机事件,在每次试验中只能且必能发生该试验的一个基本事件.

(3)　必然事件　每次试验中一定发生的事件称为必然事件.记为 Ω.

(4) 不可能事件 每次试验中一定不发生的事件，称为不可能事件，记为 Φ.

3. 随机事件的集合定义

把由一个试验的所有可能出现的基本结果组成的集合，称为该试验的样本空间．它就是必然事件 Ω；基本事件是仅包含样本空间 Ω 中的一个元素的单点集合；随机事件是样本空间 Ω 的一个子集；不可能事件是不包含 Ω 中任何一个元素的空集，样本空间 Ω 与空集 Φ 也可以看作是 Ω 的子集．由它们所定义的两个确定性事件，即必然事件与不可能事件，可以作为随机事件的两个极端情况，看作是特殊的随机事件．

二 随机事件间的关系与运算

利用集合论的概念与记法定义事件间的相互关系与运算，并将其归纳在表 1.1 内．

表 1.1

事件间关系与运算的文字叙述	集合论中的表示法	概率论中的含义
事件 A 包含事件 B(或事件 B 含于事件 A	$A \supset B$(或 $B \subset A$)	事件 B 发生，则事件 A 一定发生
事件 A 和 B 相等	$A = B$	事件 A 发生，则 B 一定发生，反之亦然．
事件 A 与 B 之和(或并)	$A \cup B$	两个事件 A、B 中，至少有一个事件发生．
有限个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n (n \geqslant 2)$ 的和(或并)	$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$	n 个事件 A_1、$A_2 \cdots$、A_n 中至少有一个事件发生
可列个事件 $A_1, \cdots, A_n, \cdots$ 的和(或并)	$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$	可列个事件 $A_1, \cdots A_n, \cdots$ 中至少有一个事件发生
事件 A 与 B 的积(或交)	$A \cap B$(简记为 AB)	事件 $A \cap B$ 发生，当且仅当 A 与 B 同时发生
有限个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n (n \geqslant 2)$ 的积(或交)	$A_1 \cap A_1 \cap \cdots \cap A_n$ (简记为 $A_1 A_2 \cdots A_n$)	n 个事件 $A_1, A_2, \cdots A_n$ 同时发生
可列个事件 $A_1, \cdots A_n, \cdots$ 的积(或交)	$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$	可列个事件 $A_1, \cdots A_n, \cdots$ 同时发生
事件 A 与 B 的差	$A - B$	事件 $A - B$ 发生，当且仅当事件 A 发生，B 不发生
事件 A 的逆事件(或对立事件)	$\overline{A} \triangleq \Omega - A$	事件 $\overline{A}$ 发生，当且仅当事件 A 不发生
事件 A 与 B 互不相容(或 A 与 B 互斥)	$A \cap B = \Phi$	事件 A 与 B 不可能同时发生

三　常用结论

(1) $\Phi \subset A \subset \Omega$

(2) $AB \subset A \subset A \cup B \qquad A-B \subset A \subset A \cup B$

(3) $\Phi \cap A = \Phi \qquad \Phi \cup A = A$

(4) $A \cap \overline{A} = \Phi \qquad \overline{A} \cup A = \Omega$

(5) $\overline{\overline{A}} = A \qquad \overline{\Omega} = \Phi \qquad \overline{\Phi} = \Omega$

(6) $A \cup A = A$

$(A-B) \cup A = A$

$(A \cup B) \cap A = A$

(7) $A-B$ 与 AB 互不相容，且 $A = (A-B) \cup AB$

(8) $A-B$、$B-A$、AB 两两互不相容，

且 $A \cup B = (A-B) \cup (B-A) \cup AB$

(9) $A\overline{B}$、$\overline{A}B$、AB 两两互不相容，且 $A \cup B = A\overline{B} \cup \overline{A}B \cup AB$

(10) $A \cup B = B \cup A \qquad A \cap B = B \cap A$

(11) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(AB)C = A(BC)$

(12) $A(B \cup C) = AB \cup AC$

$A \cup (BC) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(13) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \qquad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i} \qquad \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i}$

$\overline{\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcap_{i=1}^{\infty} \overline{A_i} \qquad \overline{\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i} = \bigcup_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}$

以上各式中的 A、B、C、A_i 等均为任意随机事件.

说明 (1) 事件的运算非常重要，有关的常用结论务必熟悉，它不仅在讨论各事件间关系时经常用到，而且在今后的概率计算中，也经常需要将一些事件用另一些事件的运算来表示.

(2) 用文氏图有利于分析和理解事件间的关系和运算.

(3) 采用集合论中的概念和记法，用集合间的关系与运算法则讨论事件间的关系与运算往往是很方便的.

【例 1】 掷一颗骰子的试验，观察其出现的点数，记事件 A = "掷出偶数点"，B = "掷出奇数点"，C = "掷出点数小于 5"，D = "掷出 1 点". 讨论上述

各事件间的关系.

分析 在研究事件间关系和运算时，为了利用集合间的关系和运算法则，常要采用集合论中的概念与记法. 首先写出试验的样本空间 Ω，然后写出所讨论的每个随机事件相应的集合，最后讨论各集合，即各事件间的关系.

解 在掷一颗骰子的试验中，全部可能出现的基本结果有六个，即掷出1点、2点、…、6点. 该试验的样本空间及各事件分别为：

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A = \{2,4,6\} \qquad B = \{1,3,5\} \qquad C = \{1,2,3,4\} \qquad D = \{1\}$

由上可见 $\qquad B \supset D \qquad C \supset D$

A 与 B 为对立事件，即 $B = \overline{A}$.

A 与 D 互不相容.

【例 2】 简化下列各式：

(1) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

(2) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$

(3) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B)$

(4) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B})$

分析 由于每一个随机事件都是由样本空间中的一些元素组成的集合，它们都是样本空间的子集. 因此利用集合的运算法则很容易将上述各事件的运算进行简化.

解 (1)
$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (B \cup C) &= (A \cup B)B \cup (A \cup B)C \\ &= AB \cup B \cup AC \cup BC \\ &= B \cup AC\end{aligned}$$

最后一步是由于 $B \supset AB, B \supset BC$，因此有 $B \cup AB \cup BC = B$.

(2) 直接应用(1)的结果，有

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = (B \cup A) \cap (A \cup \overline{B}) = A \cup B\overline{B} = A$$

(3) 应用(2)的结果，有

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B) &= A \cap (\overline{A} \cup B) = A\overline{A} \cup AB \\ &= AB\end{aligned}$$

(4) 两次应用(2)中结果，有

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A, \qquad (\overline{A} \cup B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B}) = \overline{A}$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B}) = A\overline{A} = \Phi$$

或应用(3)中结果，有

$$(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B) \cap (\overline{A} \cup \overline{B})$$
$$= AB(\overline{A} \cup \overline{B}) = AB\overline{A} \cup AB\overline{B} = \Phi$$

【例 3】 设事件 A、B、C 都是某个试验中的随机事件. 事件 E 表示 A、B、C 三个事件中至少有一个事件发生, 则与事件 E 不相等的事是(D).

(A) $A \cup B \cup C$ ✓

(B) $\Omega - \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}$ ✓ $(A\cup B)\cup(C-(A\cup B))$

(C) $A \cup (B - A) \cup (C - (A \cup B))$

? (D) $A\overline{B}\ \overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\ \overline{B}C$

解 由于事件 E 就是三个事件之和的定义, 因此 $E = A \cup B \cup C$.

对于选项 B, $\Omega - \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C} = \Omega - \overline{A \cup B \cup C}, = A \cup B \cup C$

对于选项 C, $A \cup (B - A) = A \cup B$

$$(A \cup B) \cup (C - (A \cup B)) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$$

对于选项 D, $A\ B\ \overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C}\ \cup \overline{A}\ \overline{B}C$ 表示三个事件 A、B、C 中仅发生其中一个事件, 而另两个事件不发生, 这就排除了它们中任何两个事件同时发生以及三个事件同时发生的情况. 与三个事件中至少有一个事件发生不相等. 事实上, $E \supset A\overline{B}\ \overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\ \overline{B}C$. 正确答案是 D.

【例 4】 设 x 表示一个沿数轴做随机运动的质点位置, 说明下列各对事件间的关系:

(1) 事件 $A_1 =$ "$|x - a| < \sigma$" 与 $B_1 =$ "$x - a < \sigma$" $(\sigma > 0)$;

(2) 事件 $A_2 =$ "$x > 20$" 与 $B_2 =$ "$x \leqslant 20$";

(3) 事件 $A_3 =$ "$x > 22$" 与 $B_3 =$ "$x < 19$".

解 记该试验样本空间为 Ω, 则

$$\Omega = \{x: \quad -\infty < x < +\infty\}$$

(1) $A_1 = \{x: \quad a - \sigma < x < a + \sigma\}$

$B_1 = \{x: \quad x < a + \sigma\}$

易见, $B_1 \supset A_1$

(2) $A_2 = \{x: x > 20\}, B_2 = \{x: x \leqslant 20\}$

显然, A_2 与 B_2 为对立事件, 当然它们也是互不相容的.

(3) $A_3 = \{x: x > 22\}$ 与 $B_3 = \{x: x < 19\}$ 为互不相容事件.

说明 从(2)和(3), 可看到互不相容事件与对立事件是两种不同的关系. 两个互不相容的事件, 在一次试验中仅仅是不能同时发生, 并不能排除它们同时都不发生的可能性. 比如(3)中, 若 $x = 21$, 它既不大于 22, 又不小于

19,但是两个对立事件,它们在一次试验中不仅不能同时发生,而且也不可能同时不发生,即两个对立事件在一次试验中不但是仅能发生其中之一,而且也必然发生其中之一,比如(2)中若 A_2 发生,即 $x > 20$,则 B_2,即"$x \leqslant 20$"就不可能发生;若"$x > 20$"不发生,即 x 不大于20,则 x 必小于或等于20,即 B_2 一定发生.因此我们得出结论:两个对立事件一定是互不相容事件.

【例5】 事件 A 与 B 相容,记 $C = AB, D = A \cup B, E = \overline{A} \cup \overline{B}, F = A - B$,说明事件 A、C、D、E、F 的关系.

解 由于 $A \supset AB, A \supset A - B, A = (A - B) \cup AB, A \cup B \supset A, \overline{A} \cup \overline{B} = \overline{AB}$,因此有

$$D \supset A \supset C, D \supset A \supset F, E \supset F.$$

C 与 E 为对立事件,即 $E = \overline{C}$;C 与 F 互不相容;$A = C \cup F$.

说明 此例可见,在讨论各事件关系时,熟悉我们所总结的常用结论是非常必要的.这里反复强调这一点,是因为不少读者在概率论学习入门时,忽略了对这些结论的掌握,以致增加了解题的困难.

【例6】 已知事件 A 与 B 是对立事件,求证 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也是对立事件.

证 由于 A 与 B 是对立事件,因此 $AB = \Phi$,且 $A \cup B = \Omega$.

$$\overline{A}\,\overline{B} = \overline{A \cup B} = \Omega - (A \cup B) = \Phi$$

$$\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{AB} = \Omega - (AB) = \Omega$$

【例7】 设随机事件 $A = B$,且 $AB = \phi$,则 $\overline{A}\,\overline{B} =$ __Ω__;$\overline{A} \cup \overline{B} =$ __Ω__.

分析 由于 $A = B$,有 $AB = A = B$,又因 $AB = \phi$,故 $A = B = \phi$,即 $\overline{A} = \overline{B} = \Omega$,所以 $\overline{AB} = \Omega$;$\overline{A} \cup \overline{B} = \Omega$.

说明 从本题中可知,两个互不相容的事件如果相等,它们只能都是不可能事件.

【例8】 设随机事件 A、B、C 两两互不相容(其概率均大于零,小于1),其和为 Ω,则一定有

(A) $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} = \Omega$ (B) $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} = \phi$

(C) $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 两两互不相容 (D) $\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$ 相互独立

分析 对于选项A,$\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C} = \overline{ABC} = \phi = \Omega$;由A正确知B一定不成立;对于选项C,$\overline{AB} = \overline{A \cup B}$,由于 $A \cup B$ 不一定是必然事件,因 $\overline{AB}$ 不一定为 ϕ,即C不正确;对于选项D,$P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = \phi$,而 $P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) > 0$,因此D也不正确.综上分析,应选择A.如果题中指出4

个选项中只有一个是正确的，则选定 A 为正确后，其他三个选项不必去讨论，以节省解题时间.

§ 1.2　随机事件的概率

一　古典概率

设试验的样本空间中所含基本事件总数为有限个，并且每个基本事件发生的可能性都一样，则随机事件 A 的概率定义为

$$P(A)=\frac{A\text{ 中所含基本事件个数}}{\text{试验的基本事件总数}}\triangleq\frac{\sharp A}{\sharp \Omega}$$

这样定义的概率称为**古典概率**. 符合上述假定的概率模型称为**古典概型**. 其中 $\sharp A$ 和 $\sharp \Omega$ 分别表示有限集 A 和样本空间中包含的元素(即基本事件)个数.

二* 　几何概率

假定 Ω 是 $R^n(n=1,2,3)$ 中任何一个可度量的区域，从 Ω 中"等可能地"选择一点，则在相应的随机试验中，该试验的样本空间就是 Ω. 我们设 A 为 Ω 的一个可度量的子集，则事件 A 的概率定义为

$$P(A)=\frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

这个公式定义的概率称为**几何概率**. 符合上述假定的概率模型称为**几何概型**. 其中，$\mu(A)$ 与 $\mu(\Omega)$ 分别表示可度量区域 A 与 Ω 的容积. 这里的容积指的是长度、面积和体积的总称.

三　统计定义

在不变的一组条件下，重复进行大量试验，事件 A 发生的次数(又称频数) m 与试验的总次数 n 的比值，即事件 A 发生的频率 $f(A)$，呈现某种稳定性，它在某一数值 p 附近摆动，一般说来，随着试验次数 n 的增大，摆动的幅度将会减少，我们称这个客观存在的频率稳定值 p 为事件 A 的概率，记作 $P(A)=p$. 但是，在很多情况下，无法确定出 p 的值，通常只是用频率值 $f(A)=m/n$ 近似地估计概率 $P(A)$ 的大小.

四　概率论的公理化结构

从古典概率、几何概率和统计概率中，我们可以抽象出随机事件概率最基本的三个性质.在建立概率论的公理化结构时，我们强调定义在样本空间 Ω 的子集 A 上的集合函数 $P(A)$. 即随机事件 A 的概率必须满足下述三个公理：

【公理 1】 $P(A) \geqslant 0$

【公理 2】 $P(\Omega) = 1$

【公理 3】 **可列可加性**　即对于可列个两两互不相容的事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$，有

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

五　概率论公理的重要推论

(1)　$P(\varnothing) = 0$

(2)　**有限可加性**　设有限个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 两两互不相容，则

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

其中最常用的是 $n = 2$ 的情形：事件 A 与 B 互不相容，有

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(3)　两个对立事件的概率和为 1，即　$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

(4)　若 $A \supset B$，有　$P(A - B) = P(A) - P(B)$

(5)　若 $A \supset B$，则　$P(A) \geqslant P(B)$

(6)　$P(A) \leqslant 1$

(7)　$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

一般地，当 $n \geqslant 2$ 时，有

$$P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n} P(A_i A_j) + \cdots + (-1)^{n+1} P(A_1 A_2 \cdots A_n)$$

上述各结论中的 A、B、C、$A_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 均为任意随机事件.