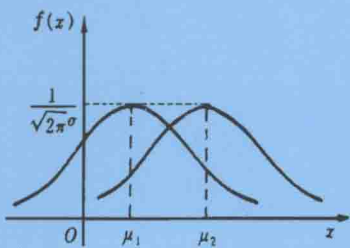
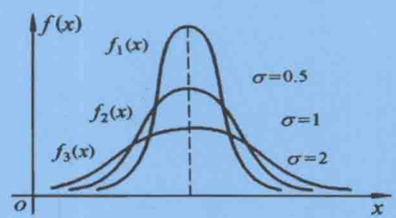
高职高专“十二五”规划教材

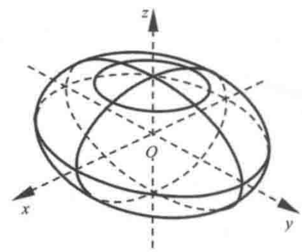
应用数学教程

YING YONG SHU XUE JIAO CHENG

主编 刘崇华 陈贵军







航空工业出版社

高职高专“十二五”规划教材

应用数学教程

主　编　刘崇华　陈贵军
副主编　郑玉敏　杨喜庆
参　编　王迎春　王胜男
主　审　王翠苒

航空工业出版社

北　京

内 容 提 要

本书是根据教育部《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写的高职院校公共基础课教材。全书共十章，分别讲述了函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、随机事件与概率、数理统计简介、矩阵、线性方程组等内容。此外，书后附有全部练习题的参考答案。

本书结构合理、论述准确、通俗易懂、例题丰富、突出实用性，可作为高职院校的数学基础课教材，也可作为读者的自学用书或参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

应用数学教程 / 刘崇华，陈贵军主编. -- 北京 : 航空工业出版社，2011.8

ISBN 978-7-80243-800-2

Ⅰ. ①应… Ⅱ. ①刘… ②陈… Ⅲ. ①应用数学—教材 Ⅳ. ①029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 145220 号

应用数学教程

Yingyong Shuxue Jiaocheng

航空工业出版社出版发行

（北京市安定门外小关东里 14 号 100029）

发行部电话：010-64815615 010-64978486

北京忠信印刷有限责任公司印刷 全国各地新华书店经售

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

开本：787×1092 1/16 印张：13.25 字数：331 千字

印数：1—3000 定价：28.00 元

出版说明

教材建设是高职院校内涵建设的重要内容。黑龙江生态工程职业学院组建之初，就十分重视教材的配套使用和配套编写。几年来，陆续出版了木材加工、多种经营、林产工业、森林养护和经济管理类等多部教材。由公共文化课和素质教育课组成的通识课程，不仅应服务于专业教学，更应服务于学生的后续发展，其作用更是奠基性的。因此，按照高职教育的要求，着力改革使用量大、使用率高的通识课教材，始终是学院教材建设的重点。正是基于这样的想法，在一直采用校本教材进行通识课程教学的过程中，经过实践中的不断修改，教材内容更加充实完善，在连续编写出版了园林类专业教材、计算机应用类系列教材后，对使用了几年的《生态伦理与节约型社会》、《应用数学教程》、《应用文写作与口语表达》、《实用英语教程》和《基础应用化学》校本教材，正式出版付印。

本次出版教材的特点：一是教材内容以实用、够用为原则，去除高、精、尖和抽象的理论，与专业的结合更加紧密。二是充分考虑学生的实际学习能力，以发挥学生的表象思维能力为主，体现了以学生为本的思想。三是引入生态文明的理念，助推学生对人与人、人与社会和人与自然之间关系的认识进程，促进学生情感、意志、人生观和价值观的正确形成，体现了对学生道德素质培养和形成的较高认识。四是在注重学生专业能力培养的同时，更加注重学生学习能力和社会能力的培养，体现了为学生职业素质形成和未来发展负责的态度。

本套教材可作为高职院校公共基础课教材和教学参考书。由于认知水平有限，不足之处难免，敬请批评指正。

编者的话

高等职业教育作为我国高等教育的重要组成部分和特殊类型，肩负着为生产、建设、服务和管理第一线培养高素质技能型人才的使命，在加快推进社会主义现代化建设进程中具有不可替代的作用。而高等应用数学作为高职高专学生的一门专业基础课程，在为专业课程和其他各个领域服务上发挥着越来越大的作用。为了适应这种新的发展形势和高等职业教育改革的需要，我们根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，遵循“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则编写了这本教材。

本教材将重点放在“理解概念、掌握方法、强化应用、培养能力”上，教学内容符合学科要求，知识结构合理，在体例设计和内容安排上有以下特点：

1．以实际应用为引例，导入概念、性质和定理，并加强了直观描述和几何解释，使抽象的概念形象化。让学生体会到数学是来源于实际，又能指导实际的一种思维创造。淡化理论推导，逐步渗透数学建模的思想，注重应用意识与创新思维能力的培养。

2．在某些章节的后面介绍了一些相关数学家的生平事迹和成就，增强了数学课的人文氛围，使学生在学习数学知识的同时不仅可以了解数学的发展历程，还可以受到数学文化的熏陶。

3．每章后都配有练习题，类型包括填空题、选择题、计算题、综合题等，且书后附有练习题参考答案。

本教材共分十章，内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分及其应用、随机事件与概率、数理统计简介、矩阵、线性方程组等。建议教学时数为80～100 学时，在具体教学过程中，可根据自己学校的不同情况灵活掌握，必要时可对书中要讲解的内容进行适当删减。

本教材由黑龙江生态工程职业学院的教师编写。其中，刘崇华负责提出全书的总体编写思路，并编写了第一章、第二章、第三章和第四章；陈贵军负责编写了第七章和第八章，并对本书初稿进行过一次修改；郑玉敏负责编写了第五章和第六章；杨喜庆负责编写了第九章和第十章；王迎春演算了每章后面的习题并编制了附表；王胜男负责编写了部分章节后面的数学家故事并绘制了所有图形。

本教材由黑龙江生态工程职业学院王翠苒主审。王翠苒认真审阅了书稿，并提出了许多中肯的意见和有价值的建议。此外，本教材在编写过程中参考了大量的文献资料，在此向文献资料的作者致以最诚挚的谢意。

由于编者水平和编写时间有限，书中难免存在一些错误和不妥之处，恳请广大师生、读者批评指正。

编　者

2011 年 7 月

目　　录

第一篇　一元函数微积分

第二篇　概率论与数理统计

第三篇 线性代数

第一篇　一元函数微积分

第一章　函　　数

函数是近代数学中最主要的概念之一，是客观世界中变量之间依存关系在数学中的反映．高等数学的主要研究对象就是函数．本章将在回顾函数知识的基础上，进一步拓展和研究函数的概念及性质，为以后的学习奠定基础．

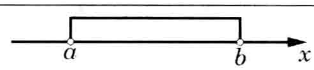
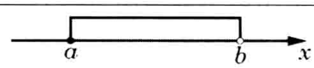
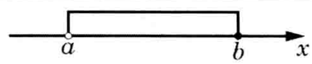
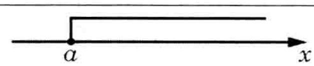
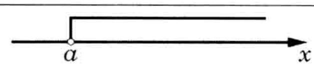
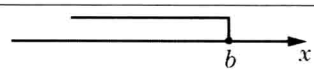
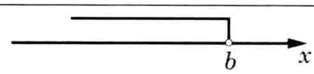
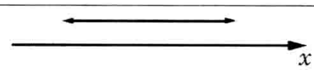
第一节　函数及相关概念

一、区间与邻域

1．区间

区间是由介于两个实数 a、b $(a<b)$ 之间的所有实数构成的集合．它是我们在中学已学过的基本概念，也是高等数学中使用较多的一类实数集，有以下几种形式，如表 1-1 所示．

表 1-1

分类	定　　义	名　　称	符　　号	数　轴　表　示
有限区间	$\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$	闭区间	$[a,b]$	
	$\{x \mid a < x < b\}$	开区间	(a,b)	
	$\{x \mid a \leqslant x < b\}$	左闭右开区间	$[a,b)$	
	$\{x \mid a < x \leqslant b\}$	左开右闭区间	$(a,b]$	
无限区间	$\{x \mid x \geqslant a\}$		$[a,+\infty)$	
	$\{x \mid x > a\}$		$(a,+\infty)$	
	$\{x \mid x \leqslant b\}$		$(-\infty,b]$	
	$\{x \mid x < b\}$		$(-\infty,b)$	
	$\{x \mid -\infty < x < +\infty\}$		$(-\infty,+\infty)$	

其中，a 和 b 都是确定的实数，且 $a < b$，它们分别称为区间的左端点和右端点．有限区间的左、右端点之间的距离 $b-a$ 称为区间的长度.

2. 邻域

设 a 和 δ 是两个实数，且 $\delta > 0$，则满足不等式 $|x-a| < \delta$ 的一切实数 x 的全体称为点 a 的 δ 邻域，记为 $U(a,\delta)$，由于不等式 $|x-a| < \delta$ 相当于 $a-\delta < x < a+\delta$，因此

$$U(a,\delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}.$$

点 a 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径．可见，点 a 的 δ 邻域实际上就是以点 a 为中心，长度为 2δ 的开区间 $(a-\delta, a+\delta)$.

若把邻域中心 a 去掉，则得到点 a 的去心 δ 邻域，记为 $\mathring{U}(a,\delta)$，即

$$\mathring{U}(a,\delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta, x \neq a\}.$$

二、函数的定义

定义 1.1　设 D 是一个数集，如果对于 D 中任意一个给定的 x，按照某种对应法则 f，都有唯一确定的值 y 与之对应，则称这种对应关系为函数关系或函数，记作

$$y = f(x),\quad x \in D,$$

其中，x 称为自变量，D 称为定义域，y 称为因变量，与 x 值相对应的 y 值称为函数值，全体函数值的集合称为值域，记作 $\{y \mid y = f(x), x \in D\}$.

在函数的定义中，如果 对于定义域内的第一个 x 值，对应的 y 值都是唯一的，称 y 是 x 的单值函数，$x \to y$ 的对应法则 f 称为单值对应．否则，称函数为多值函数，$x \to y$ 的对应法则 f 称为多值对应．例如，反比例函数 $y = \dfrac{1}{x}$ 就是单值函数；而 $y = \pm\sqrt{1-x^2}$ 就是多值函数. 若无特别说明，函数都是指单值函数.

三、函数的表示法

常用的函数表示方法有三种，即解析法、列表法和图像法.

1. 解析法

解析法就是用数学表达式(等式)表示两个变量的函数关系，如 $y = x^2$. 解析法的优点是便于进行理论推导和函数性态的研究.

在实际应用中，如果变量之间的函数关系较为复杂，可以用几个式子表示，此时不能把它理解为几个函数，而应该理解为由几个式子表示的一个函数. 这样的函数称为分段函数. 分段函数的定义域是函数的各个定义域区间的并集.

例如，函数

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

的定义域是 $D = (-\infty, +\infty)$.

例 1　已知 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 0 \\ x^2+4 & x < 0 \end{cases}$，求 $f(-1), f(1), f(x-1)$.

解　$f(-1) = (-1)^2 + 4 = 5$,

$f(1)=2\times 1+1=3$,

$$f(x-1)=\begin{cases}2(x-1)+1 & x-1\geqslant 0\\(x-1)^2+4 & x-1<0\end{cases},$$

即 $$f(x-1)=\begin{cases}2x-1 & x\geqslant 1\\x^2-2x+5 & x<1\end{cases}.$$

例 2　已知 $f(x)=\begin{cases}x+1 & x\in(0,+\infty)\\1 & x=0\\-x+1 & x\in(-\infty,0)\end{cases}$,求 $f(-1)$,$f(0)$,$f(\frac{1}{2})$.

解　因为 $-1\in(-\infty,0)$,所以 $f(-1)=(-x+1)\big|_{x=-1}=-(-1)+1=2$;$f(0)=1$;因为 $\frac{1}{2}\in(0,+\infty)$,所以 $f(\frac{1}{2})=x+1\big|_{x=\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$.

例 3　已知 $f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x} & 0\leqslant x\leqslant 1\\x+1 & x>1\end{cases}$,求 $f(0)$,$f(1)$,$f(2)$,$f(a)$.

解　$f(0)=2\sqrt{0}=0$,$f(1)=2\sqrt{1}=2$,$f(2)=2+1=3$,

$$f(a)=\begin{cases}2\sqrt{a} & 0\leqslant a\leqslant 1\\a+1 & a>1\end{cases}.$$

例 4　设 $\varphi(x)=\frac{|x-1|}{x^2-1}$,求 $\varphi(0)$,$\varphi(a)$.

分析:此函数带有绝对值,所以求 $\varphi(a)$ 时要根据 a 的情况进行讨论.

解　$\varphi(0)=\frac{|0-1|}{0^2-1}=\frac{1}{-1}=-1$,

$$\varphi(a)=\frac{|a-1|}{a^2-1}=\begin{cases}\frac{1}{a+1} & a>1\\-\frac{1}{a+1} & a<1 \text{ 且 } a\neq -1\end{cases}.$$

2. 列表法

列表法就是以表格形式列出两个变量的函数关系,如三角函数表、对数表等都是以这种方法表示函数的.列表法的优点是可以直接在表中查到某个变量的函数值.

3. 图像法

图像法就是用图形表示两个变量的函数关系,这种方法在科学研究和工程技术中应用较为普遍.图像法的优点是形象直观,可以看到函数的变化趋势.

第二节　函数的特性

一、函数的单调性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,区间 $I\subset D$. 若对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,恒有

$$f(x_1)<f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的;若对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,

恒有

$$f(x_1) > f(x_2),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的.

例如,函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调增加的,在区间 $(-\infty,0]$ 上是单调减少的. 若函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调,则称区间 I 是函数 $f(x)$ 的单调区间.

单调增加的函数图形沿 x 轴正向逐渐上升,单调减少的函数图形沿 x 轴正向逐渐下降.

二、函数的奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称,如果对于任一 $x\in D$,恒有

$$f(-x)=f(x),$$

则称 $f(x)$ 为偶函数. 如果对于任一 $x\in D$,恒有

$$f(-x)=-f(x),$$

则称 $f(x)$ 为奇函数.

例如,函数 $y=\cos x$ 和 $y=x^2$ 都是偶函数,而函数 $y=\sin x$ 和 $y=x^3$ 都是奇函数,但是函数 $y=a^x(a>0,a\neq 1)$ 和 $y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$ 都既非偶函数,又非奇函数.

偶函数的图形关于 y 轴对称,奇函数的图形关于原点对称.

三、函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D,数集 $I\subset D$. 若存在一个正数 M,使得对于一切 $x\in I$,恒有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称函数 $f(x)$ 在 I 上有界,或称 $f(x)$ 是 I 上的有界函数. M 称为 $f(x)$ 在 I 上的一个界,显然,有界函数的界不是唯一的.

例如,函数 $y=\sin x$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内恒有 $|\sin x|\leqslant 1$,故 1 是它的一个界,而集合 $\{y\mid y\geqslant 1\}$ 中的每个元素也都可以作为它的界. 又如,函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间(0,1)内是无界的,而在区间(1,2)内是有界的.

四、函数的周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D. 若存在一个正数 l,使得对于任一 $x\in D$,恒有

$$f(x+l)=f(x)\quad (x\pm l\in D),$$

则称 $f(x)$ 为 D 上的周期函数,l 称为 $f(x)$ 的周期. 通常所说的周期是指函数的最小正周期.

例如,函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 都是以 2π 为周期的周期函数;函数 $y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 都是以 π 为周期的周期函数.

第三节　函数的运算

函数之间可以进行加、减、乘、除等代数运算,也可以进行复合运算和反函数运算,通过这些初等运算可以得到新的有用的函数.

一、复合函数

定义 1.2 设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，u 是 x 的函数 $u=g(x)$，如果对于函数 $u=g(x)$ 定义域内的每一个 x 对应的 u 都能使函数 $y=f(u)$ 有意义. 那么，y 就是 x 的函数，这个函数称为 $y=f(u)$，$u=g(x)$ 的复合函数，记为 $y=f(g(x))$. u 称为复合函数 $y=f(g(x))$ 的中间变量.

例 1 指出下列函数的复合过程.

(1) $y=\sin^3 x$；　(2) $y=e^{x^2}$；　(3) $y=\ln\tan\dfrac{x}{2}$.

解 (1) $y=\sin^3 x$ 是由 $y=u^3$，$u=\sin x$ 复合而成的，u 为中间变量；

(2) $y=e^{x^2}$ 是由 $y=e^u$，$u=x^2$ 复合而成的，u 为中间变量；

(3) $y=\ln\tan\dfrac{x}{2}$ 可以看作是由三个简单函数 $y=\ln u$，$u=\tan v$，$v=\dfrac{x}{2}$ 复合而成的，v、u 为中间变量.

将复杂函数视为复合函数，并分解为若干简单函数进行求解，这在今后实际运算中经常用到，应重点掌握.

例 2 设 $f(x)$ 的定义域为 $(0,1)$，求 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f(x^2)$，$f(\lg x)$ 的定义域.

解 由题意得：在函数 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 中，由 $0<\dfrac{1}{x}<1$，得 $x>1$，所以 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ 的定义域为 $\{x\mid x>1\}$；

在函数 $f(x^2)$ 中，由 $0<x^2<1$，得 $-1<x<1$ 且 $x\neq 0$，所以 $f(x^2)$ 的定义域为 $\{x\mid -1<x<1 \text{ 且 } x\neq 0\}$；

在函数 $f(\lg x)$ 中，由 $0<\lg x<1$，得 $1<x<10$，所以 $f(\lg x)$ 的定义域为 $\{x\mid 1<x<10\}$.

二、反函数

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，值域为 C. 我们根据这个函数中 x、y 的关系，用 y 把 x 表示出来，得到 $x=\varphi(y)$. 对于数集 C 中的任何一个数 y，通过 $x=\varphi(y)$，x 在 D 中都有唯一的值和它对应，那么，$x=\varphi(y)$ 就表示 x 是自变量 y 的函数. 这个函数 $x=\varphi(y)\ (y\in C)$ 叫做函数 $y=f(x)\ (x\in D)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$.

习惯上，常以 x 表示自变量，y 表示因变量. 因此，一般将反函数 $x=f^{-1}(y)$ 记为 $y=f^{-1}(x)$.

例 3 求函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}\ (x\in R)$ 的反函数.

解 由 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 可解得 $x=\log_2\left(\dfrac{y}{1-y}\right)$，交换 x、y 的位置，即得所求的反函数 $y=\log_2\left(\dfrac{x}{1-x}\right)$ 或 $y=\log_2 x-\log_2(1-x)$，定义域为 $(0,1)$.

注：(1) 只有从定义域到值域上一一对应所确定的函数才有反函数. 例如 $y=\sin x\ (x\in R)$ 没有反函数，而 $y=\sin x\ \left(-\dfrac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的反函数是反正弦函数 $y=\arcsin x\ (-1\leqslant x\leqslant 1)$.

(2)反函数的定义域和值域分别是原函数的值域和定义域.因此反函数的定义域不能通过其解析式来求,而应该求原函数的值域.例如 $y=2^x\quad x\in[1,2]$ 的反函数是 $y=\log_2 x$,其定义域应为 $x\in[2,4]$,而不是 $(0,+\infty)$.

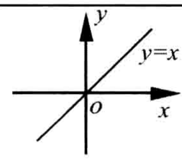
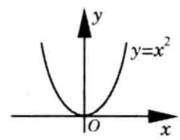
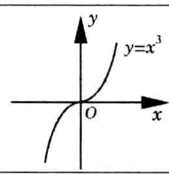
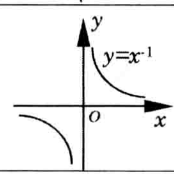
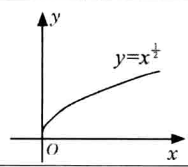
(3)互为反函数的两个函数具有相同的单调性,它们的图像关于直线 $y=x$ 对称.例如 $y=3^x$ 与 $y=\log_3 x$ 互为反函数且都为单调增加函数.

第四节 初等函数

一、基本初等函数

定义 1.4 幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数.
基本初等函数应用非常广泛,我们必须熟记它们的定义域、图像和性质,见表 1-2.

表 1-2 基本初等函数的定义域、值域、图像及性质

函数类型	函数	定义域与值域	图像	特性
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数,在 $(-\infty,0)$ 内单调减少,在 $(0,+\infty)$ 内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数 单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数 在 $(-\infty,0)$、$(0,+\infty)$ 内分别单调减少
	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		单调增加