

30

学科课程与教学研究三十年 | 丛书主编 杨启亮 徐文彬 何善亮

中学卷

SHUXUEKECHENGYUJIAOXUEYANJIU

数学课程与教学研究

(1979-2009)

徐文彬 主 编

中学卷

数学课程与教学研究

(1979-2009)

徐文彬 主编

编委

(按姓氏笔画为序)

田雨普 孙庆祝 刘炳昇 刘学惠 刘树凤
李广洲 张中原 吴永军 邹玉玲 李如密
陈荣华 何善亮 陈 娴 周志华 杨启亮
单 尊 姚锦祥 徐文彬 涂荣豹 顾渊彦
喻 平 程传银 谢树平 解凯彬 管建华



南京师范大学出版社
NANJING NORMAL UNIVERSITY PRESS

图书在版编目 (C I P) 数据

数学课程与教学研究. 中学卷 : 1979—2009 /
徐文彬主编. — 南京 : 南京师范大学出版社, 2013. 12
(学科课程与教学研究三十年)
ISBN 978-7-5651-1598-1

I. ①数… II. ①徐… III. ①中学数学课—教学研究—文集 IV. ①G633.602-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第254946号

-
- | | |
|------|---|
| 书 名 | 数学课程与教学研究·中学卷(1979—2009) |
| 主 编 | 徐文彬 |
| 责任编辑 | 王 瑾 |
| 出版发行 | 南京师范大学出版社 |
| 地 址 | 江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097) |
| 电 话 | (025)83598919(总编办) 83598412(营销部) 83598297(邮购部) |
| 网 址 | http://www.njnu.com |
| 电子信箱 | nspzbb@163.com |
| 照 排 | 南京理工大学印刷照排中心 |
| 印 刷 | 江苏淮阴新华印刷厂 |
| 开 本 | 787 毫米×1092 毫米 1/16 |
| 印 张 | 47.75 |
| 字 数 | 1221 千 |
| 版 次 | 2013 年 12 月第 1 版 2013 年 12 月第 1 次印刷 |
| 印 数 | 1~1 000 册 |
| 书 号 | ISBN 978-7-5651-1598-1 |
| 定 价 | 92.00 元 |
- 出 版 人 彭志斌
-

南京师大版图书若有印装问题请与销售商调换

版权所有 侵犯必究

总序

改革开放以来,中国教育已走过三十余年的风雨历程。对于拥有数千年文明史的中华民族来说,三十年只是短暂一瞬,但若将其置于辛亥革命以来追求国家富强和民族复兴的百年历史中,这三十年又显得那么非同寻常和耐人寻味。一代人在刚刚见到黎明之时就带着壮志未酬的遗憾飘然而逝,一代人在从“革命”话语到“建设”话语的痛苦转变中承担起了现代化建设的重任,一代人在眼花缭乱的时代剧变中从襁褓走进学校和社会。改革开放前的教育事业发展相对滞慢,改革开放后的教育事业则稳步发展。高考制度的恢复、义务教育的普及、教育条件的优化、教师待遇的提高、教师素质的提升等教育的发展和变化,是建设有中国特色的社会主义现代化国家的具体见证,也是教育改革和开放的生动体现。

教育是国家发展的基石,是衡量一个国家发展水平和发展潜力的重要指标。相对于宏观教育改革与发展,课程与教学改革,特别是具体学科的课程与教学改革则更为内在,更为基础,也更为重要,它发生在日常的教育教学场景中,并与教育培养的人直接相遇。因此,在回顾和总结教育改革开放所取得的成就与经验时,我们就不能不深入到课程与教学改革这一教育改革的内核上来,不能不深入到具体学科课程与教学改革上来,不能不关注具体学科课程与教学究竟存在着哪些需要研究的问题,它们又是如何得到解决的;具体学科课程与教学研究取得了怎样的成果,产生了什么本土经验,它们对未来具体学科课程与教学理论的研究与实践改善又有着怎样的启示;等等。正是基于这一认识,我们有了编辑《学科课程与教学研究三十年》^①丛书的初步设想,组织了多方参与的丛书项目建设的论证,并获得了参与论证的学科教育专家的充分肯定。于是,也才有了如今读者看到的《学科课程与教学研究三十年》丛书。

为了使读者对丛书有更深入的认识,在此还需对“学科”概念及“学科课程与教学研究”相关问题作一点说明。

一般地说,学科有两种含义,一是指一定科学领域的总称或一门科学的分支,二是指学校课程的组成部分,即学校中的教学科目。中国古代的“六艺”即礼、乐、射、御、书、数,欧洲古代的“七艺”即语法、修辞、逻辑或辩证法、算术、几何、音乐、天文学,都是当时学校设置的学科。近代学校教学内容日益丰富,设置的学科随之增多,例如语文、英语、数学、历史、生物等,于是,围绕具体学科的课程与教学研究也深入地开展起来。“学科课程与教学研究”则与下述三个概念有关:一是“学科教学法”,又称“分科教学法”,它是学校各门学科教学法的总称。学科教学法是在教学论的一般原理指导下,分别研究各科教学中的任务、内容、原则和方法等具体问题和具体规律。尽管关于学科教学法的研究在古代即已开始,但学科教学法

^① 本丛书的“三十年”是个大致说法,系指1979—2009年期间,但也不排除此前此后的个别年份。

作为一门独立学科还是在近代出现的。二是“学科教学论”,即“分科教学论”。它的出现是在学科教学法研究的基础上,由学科教学研究范围扩大所致。其研究的范围扩展为包括某学科教学的目的、内容、方法、评价及其自身研究的对象、方法等。三是“学科教育学”。学科教学论研究范围进一步扩展就形成了“学科教育学”。学科教育学在主要研究学科教学论的同时也体现“教学为教育”的主要内容,每一门学科,不仅有着自己的学科体系,即按照学习心理学原理和教学要求,兼顾科学知识的内在联系组成的各门教学科目的系统,而且要体现德、智、体等诸方面的全面发展。因此,学科教育学研究学科教育的性质、特点及其与其他社会现象之间的关系,学科教育的目的、任务和内容,学科教育的原则、方法、手段和组织形式,学科教育中教师与学生的关系等。本丛书所选文献定位于中小学具体学科的课程与教学研究,涉及主题与“学科教育学”研究内容相当,并更凸显研究的问题性,因而使研究者能思考得更深入,研究成果也更有价值。

丛书计划12卷(暂定),基本涵盖了目前基础教育阶段的各个学科,包括语文、数学、外语(英语)、政治、历史、地理、物理、化学、生物、体育、音乐、美术等。就每一学科单卷而言,内容主要由三部分组成。第一部分是该学科课程与教学研究三十余年的文献综述,旨在对三十余年来该学科课程与教学研究取得的成绩和存在的问题进行全面梳理和分析,并就未来该学科课程与教学研究发展趋势进行展望。第二部分集中呈现了改革开放三十余年中该学科课程与教学研究成果,重点讨论了学科课程与教学如何更好地促进每一位学生的发展,如何科学地设置课程内容以满足学生学习需要和社会发展需要,如何在加强基础知识、基本技能教学的同时更加注重学生学会学习、学会做人的教育,如何尊重学生个性差异,凸显以学生为本的教育理念,充分调动学生积极性、主动性,促进学生的全面发展,如何改变过于强调选拔性而忽视发展性的评价方式以发挥评价促进学生学习的功能,如何借鉴国际经验来改善我们的学科课程与教学,如何加强课程与教学研究来提升教师的教育教学实践智慧等非常具体的学科课程与教学问题。第三部分是改革开放三十余年中该学科课程与教学研究的主要文献索引以及部分学科的相关法规,供读者进一步研究参考。

《学科课程与教学研究三十年》丛书相关资料的选取采用“特尔菲法”,即征询专家意见法,以保证所选资料的客观性和权威性。一般先由丛书各卷主编在该学科教育研究杂志(为主)或专著(为辅)中初选出一定数量力图包含该学科这段时期最重要研究成果的学术文献,再征询相关学科课程与教学研究人员、学科专家、教研员、中小学特级教师等专家意见,在综合专家意见的基础上筛选出备选文章并形成目录,再征询相关学科课程与教学研究人员、学科专家、教研员、中小学特级教师等专家的意见,如此反复数次,最后确定收集论文篇目。资料选择的时间范围原则上为1979年至2009年。资料来源一般包括相关政策文件、报纸、期刊[主要是核心期刊、CSSCI(中文社会科学引文索引)期刊、中国人民大学《复印报刊资料》、中国教育学会具体学科教学专业委员会会刊等国家级刊物和在该学科教学方面有影响的刊物]、著作(节选)、会议论文等。一般不收录未发表的文章。

丛书编者主要是南京师范大学从事相关学科课程与教学论教学与研究的专业人员,他们在各自学科方向潜心研究,取得了丰硕的研究成果,也产生了广泛的学术影响,因而可以保证本丛书的学术质量。特别是丛书编者中的部分老师联合本丛书的编辑,专门为课程与

教学论专业研究生和教育硕士专业学位研究生开设了“课程与教学研究论文选读”课程,并取得了良好的教学效果,受到了研究生的普遍欢迎,使本丛书的学术质量和实践价值得到了初步的确证。

丛书读者定位于高等学校从事相关学科课程与教学研究的教师、课程与教学论专业研究生、教育硕士专业学位研究生、高年级师范本科生、教研员、中小学教师。随着课程与教学改革的不深入,对中小学教师教学能力和研究能力的要求越来越高,做研究型学科教师已逐渐成为许多教师专业发展的自觉追求。对于他们而言,这是一套难得的参考书。此外,丛书具有工具书的性质,因而它也可作为各高等学校、各中小学图书馆收藏的重要资料。

最后,衷心感谢丛书中所收录文章的作者,是你们的智慧丰富了中国学科课程与教学研究的理论宝库;感谢丛书的编者,是你们的辛苦让我们看到了改革开放以来中国学科课程与教学研究的画卷;也感谢丛书的读者,是你们的热情为中国学科课程与教学研究带来了希望和明天。

丛书编选任务繁重,书中难免会有这样或那样的瑕疵与不足,文章收录也不一定能让所有作者或读者满意,欢迎大家提出宝贵意见,以便我们日后更正。

杨启亮 徐文彬 何善亮

2010年岁末于南京随园

目 录

总 序/杨启亮 徐文彬 何善亮	(1)
我国中学数学教育研究三十年回顾、反思与展望/徐文彬	(1)

一、关于数学

现代数学定义的探索/穆青田	(25)
数学研究对象的演化/胡作玄	(32)
数学思维三题/关成志 王 前	(40)
论数学的本质/林夏水	(47)
数学:我们能够对你说些什么?/郝宁湘 郭贵春	(53)
数学的文化观念/郑毓信	(61)
数学文化的一些新视角/张奠宙 梁绍君 金家梁	(71)
数学:人类认识自然的中介——数学的价值研究之一/单 璋 李善良	(76)
数学:人的发展中不可缺的内容——数学的价值研究之二/单 璋 李善良	(79)
数学:人类文化的重要组成部分——数学的价值研究之三/单 璋 李善良	(83)
后现代文化思潮在数学中的影响/黄力民	(87)

二、关于数学教育

数学教育的认识论问题/孙宏安	(97)
数学哲学在数学教育中的应用/朱梧楨 王 前	(102)
数学观对数学及其教育的影响/林夏水	(109)
数学教育价值观:历史视角/曹一鸣	(115)
数学教育需要重视的两个问题/王光明	(120)
关于数学教育的若干基本矛盾和关系问题/黄秦安	(126)
数学问题解决在中国的研究历史及其影响/蔡春霞	(131)
数学教育现代化问题/吴文俊	(136)
数学文化观念下的数学素质教育/黄秦安	(142)
极端建构主义意义下的数学教育/徐斌艳	(150)
数学建构主义学习的实质及其主要特征/涂荣豹	(159)
中国学习者的悖论/郑毓信	(163)

中国数学教育的文化传统和未来走向/张奠宙	(168)
中国传统的数学观和教育观对新世纪数学教育的启示/梁贯成	(172)

三、关于数学教育研究

对我国数学教育学研究的反思/单 埠 喻 平	(179)
建构主义观下的数学教学论/涂荣豹 喻 平	(185)
论数学文化研究及其对数学教育研究的启示/张维忠	(191)
谈数学教育研究——兼及“数学双基教学”研究/张奠宙	(197)
数学教育争鸣十题/张奠宙 郑正亚	(199)
“数学教育争鸣十题”回音——迈向大众数学的数学教育/黄毅英	(206)
关于中学数学教育目的的思考/刘 兼	(211)
关于数学教育目的问题的若干理论探讨/范良火	(215)
论数学观的教育——数学教育目的研究之一/杨 骞	(224)
略论数学教育的目的体系——数学教育目的研究之一/杨 骞 毕恩材	(228)
关于数学教育的目的研究的思考——数学教育目的研究之一/杨 骞 房灵敏	(233)
数学方法论与数学教育实验/徐沥泉	(239)
数学哲学、数学史与数学教育的结合——数学教育的一个方向/徐利治 王 前	(247)
课堂教学中的本原性学科问题研究/徐文彬	(253)
60 年数学教育的重大论争/张奠宙 宋乃庆	(261)
数学教育改革的十个问题/张奠宙	(267)
数学教育改革中几个问题的思考/章建跃	(272)

四、课程教材

淡化形式,注重实质——兼论《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》/ 陈重穆 宋乃庆	(283)
改革热潮中的冷思考/郑毓信	(289)
高中数学中公理化方法改革的构想/孙名符 高维宗 郑庆全	(297)
数学教育的基本矛盾和课程改革/黄 颖	(301)
关于“数学新课程”讨论的梳理、分析与思考/王光明 陈汉君 周学智	(306)
文化视角下数学课程的探析与构建——以“对称”为主题的课程与教学设计及其 初期实验进展/吕林海	(310)
G. H. 哈代的数学观及其当代数学教育意义——兼论我国中小学《国家数学课程 标准》的修改与完善/徐文彬 杨玉东	(316)
从数学本质解读数学课程改革/曹一鸣 辛兴云	(322)

从数学本质的多元性看数学教育的价值——对新课标“人人学有价值的数学”的

解读/曹一鸣	(328)
义务教育数学课程改革及其争鸣问题/曹一鸣	(333)
数学史融入中学数学教材的原则、方式与问题/李明振 庞 坤	(337)
中学数学课程与教学中的函数及其思想——数学教育热点问题系列访谈录之三/ 史宁中 濮安山	(342)

五、教学设计

数学教学中需正确处理的几个关系/曹一鸣	(351)
高成效数学教学的特征研究/王光明	(359)
数学教学的有效性与开放性/郑毓信	(363)
谈谈“MM 教育方式”的教学设计/杨 之	(369)
数学方法论与数学教学——案例三则/郑毓信	(375)
数学思想方法的教学/罗增儒	(382)
基于开放性问题解决的实践性思维数学教学设计/朱德全 李 平 陈 亮	(390)
基于“问题解决”的数学教学设计思路/李红婷	(395)
基于数学探究的教学设计研究/宁连华	(400)
关于信息技术环境下数学课堂教学设计实效性的研究/孙名符 方勤华	(404)
初中数学“弦切角”的教学设计/陆 勤	(411)
高中数学研究性学习——“教育投资问题的若干研究”教学设计/陈 言	(414)
利用信息技术,让学生自主建构数学抽象概念——《在实验中寻找规律》教学设计 及分析/朱慧明	(420)

六、教学方法

数学教学方法点滴/陈受诚	(425)
数学教学的发现法/谢 谦	(430)
当前中学数学教学方法改革概况/管承仲	(434)
中学数学教学方法的探讨/刘 坤 常相舜	(437)
数学教学方法改革应遵循的三个原理/王岳庭	(446)
变式教学研究/鲍建生 黄荣金 易凌峰 顾冷沅	(450)
数学实验的理论研究与实践/邵光华 卞忠运	(468)
浅议数学归纳法及教学中易出现的问题/沈月芳	(474)

七、比较研究

藏、汉学生智力因素和非智力因素对数学能力发展影响的跨文化研究/吕世虎

付敏 孙名符 王仲春	(479)
中英数学教育观之比较/蔡攻	(486)
中英两国初中数学期望课程综合难度的比较/鲍建生	(491)
近十年我国研究美国数学基础教育的特征分析/董玉成	(499)
中法数学教育座谈会实录	(505)
“课程标准”与“大纲”中数学思想方法的比较分析/刘晓玫	(513)
中小学数学教师知识对数学教学的影响之比较研究/李渺喻平 唐剑岚 黄晓学	(518)
熟能生巧吗/李士铨	(525)
熟能生笨吗?——再谈“熟能生巧”问题/李士铨	(530)
熟能生厌吗——三谈熟能生巧问题/李士铨	(534)

八、整体教改实验

提高课堂效益(GX)实验研究简介/陈重穆 宋乃庆	(541)
三十三年自学辅导教学研究的回顾与展望/卢仲衡	(545)
素质特点测量与“935实验”/赵继超	(553)
青浦实验——一个基于中国当代水平的数学教育改革报告/顾冷沅	(557)
数学教学改革三十年:现实与实现——来自“青浦实验的新世纪行动”/上海市青浦实验研究所 上海市教科院教师发展研究中心	(569)
MM实验回顾与小结/徐沥泉 郁建辉 周家禧	(578)
从MM教育方式到TEC教学方式/林夏水	(583)
GH数学教育方式——MM教育方式的新发展/魏芙蓉	(588)
重视数学教学效率 提高数学教学质量——“数学教学效率论”课题简介/王光明	(592)

九、教师专业发展

对中学数学教师的要求/[美]贝 尔	(601)
波利亚论数学教师/赵雄辉	(604)
谈数学教师的素质/王 元	(606)
数学教师的数学观和数学教育观/黄秦安	(610)
论现代数学教师的能力结构/傅敏 刘 燧	(617)
高中数学教师知识结构的特征研究/李渺喻平 唐剑岚 黄晓学	(623)

中学数学教师知识结构的调查与分析/汪会玲 刘晓玫	(631)
论教师的信念与数学教学改革/张晓贵	(638)
数学教师专业能力发展的困惑及若干对策/孔凡哲	(644)
中学生心目中的数学教师素质调查/王岳庭	(650)
培养“科研型数学教师”的若干探索/苏 帆	(655)
中国内地中学教师的数学观/黄毅英 林智中 黄家鸣 马云鹏 韩继伟	(659)
新课程背景下高中数学教师教学知识的调查研究/宁连华	(667)
中学数学教师的学科知识/韩继伟 黄毅英 马云鹏	(672)
文献索引(1979—2009)	(678)
后记	(752)

我国中学数学教育研究三十年回顾、反思与展望

徐文彬

中国基础教育中的数学教育及其研究,自20世纪70年代末以来,经历了拨乱反正、恢复秩序、确立传统和学习先进等历程;而自21世纪以来,则经历了课程改革、争鸣反思、认识传统与自我创新等过程,其中的自我创新过程还是一个正在进行时。

回顾这三十多年来的风风雨雨、点点积累、改革尝试和开拓创新,不仅对我们的数学教育实践会有所启发与警醒:就儿童的发展而言,我们的数学教育是合适的吗?就时代的发展而言,我们的数学教育是合时的吗?就数学的发展而言,我们的数学教育是适切的吗?与世界其他国家或地区相比较而言,我们的“能”或优势何在?我们的“拙”或不足又在哪里?……而且,它对我们的数学教育研究也会有所引导与警觉:数学能否确立人类的认知人性论之认知理性?如果能,那么数学教育又该怎样培养儿童的认知理性呢?如果不能,那么数学教育又该如何培养儿童的认知理性呢?数学能否确立人类的伦理人性论之伦理德性呢?如果能,那么数学教育又该怎样培养儿童的伦理德性呢?如果不能,那么数学教育又该如何培养儿童的伦理德性呢?数学文化在人类文化发展中的作用究竟如何?数学教育对数学文化的“继往开来”究竟能够起到何种作用?又该起到何种作用?作为人类“共有文化”与“普适文化”之一的数学文化之教育,与教育者和受教育者自身的文化之间是何种关系?这种关系又是如何影响数学文化之习得的呢?儿童个体的数学习得与儿童群体的数学习得之间有何不同?数学教育该如何把握这种不同?儿童的数学习得是否与成人有所不同?若有相同,那么作为数学教师的成人又该如何把握这种相同呢?若有不同,那么作为数学教师的成人又该如何把握这种不同呢?我们如何突破数学教材的限制而在数学课程上开拓数学教育的功能?信息技术在其中的作用与限度各是什么?如果我们可以说,数学教学是实实在在的数学教育,那么,这种实实在在的数学教育有“放之四海而皆准”的客观规律吗?如果有,我们能够揭示多少呢?又能够把握多少呢?如果没有,我们又该如何开展这实实在在的数学教育呢?信息技术在其中的作用与限度又各是什么呢?……

概而言之,这三十多年的数学教育研究可以归结为(但不限于)以下九个主要方面:关于数学、关于数学教育、关于数学教育研究、课程教材、教学设计、教学方法、比较研究、整体教改实验和教师专业发展等。

一、关于数学

如何认识数学应该是我们开展数学教育及其研究的前提。但是,目前关于“什么是数学”或“数学是什么”的问题,其实并没有一个统一的认知。

通常人们都认为,一门学科的研究对象决定了该学科的研究方法及其特征,而不是相反。譬如,恩格斯就曾指出:“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,所以是非常现实的材料。”但是,数学却已从“由对象下定义”转向“由方法下定义”了^[1]:“数学是这样一

门科学,在其对象领域中以及可构造的以序(与缺序)为中心概念的抽象结构。”其中的“可构造的”就反映了现代数学的方法特征。而“数学的产物”计算机及其技术反过来又改变着数学的研究方式,并进而也改变着人们对数学的认识^[2]：“数学是一门演算的科学(其中‘演’表示‘演绎’，‘算’表示计算或算法，‘演算’表示演与算这对矛盾的对立统一)。”与此同时，“算”代表了数学发展史上的经验论倾向，而“演”则代表了唯理论倾向。

其实，仅就数学的对象而言，“数学乃是具有多样性对象而且不断繁荣的学科”^[3]：演算技术、演算理论、演算对象理论、对象理论、结构理论和元数学。但是，罗素早就已经指出^[4]：“数学可以定义为一种科目，我们绝不知道其中说的是什么，也不知道所说的是真还是假。”更有人对此作出了新解释^[5]：“我们只知道它说的是否有用。”“因为纯数学是与现实无关的，它不具有任何现实意义，即数学理论只不过是些由一些没有实际意义的纯形式语言构成的集合。”“对于数学定理我们只能问也只需问它是否通过了正确的逻辑证明，至于它是否与现实世界相符那是不得而知或也无需要知。”

不过，就数学教育及其研究而言，可能“数学思维”比“数学对象”更加切合实际一些，而“数学文化观”比“数学方法论”也可能更加实在一些。

首先，就文化的非自然性即“人类所创造的事物或对象”而言，数学是一种文化，数学对象构成了一种相对独立的“数学世界”或“数学实在”。其次，就文化所负载的群体之“独特生活方式”而言，数学共同体自有其独特的传统：核心思想、规范性成分和启发性成分等，而我们通常所说的“数学的精神”（譬如，应用化、扩张化与一般化、组织化与系统化、致力于发明或发现、统一建设、严密化、思想的经济化等）应属于启发性成分。再次，就文化的多元复合性而言，数学活动不仅饱含问题、语言、方法和命题等“数学知识”，而且也内蕴上述“数学传统”。由此可见，数学文化的独特性^[6]有：数学对象的逻辑建构性，数学共同体独有的数学传统，数学传统的不断变革与数学知识连续性的辩证统一。而“借助社会文明阐述数学的文化含义”以及“将数学文化渗入到课程标准、教科书，体现在数学教学的全过程之中”^[7]，可能也应是数学（文化）教育及其研究的另两个重要方向。

至于数学思维，应该包括以下四个主要方面^[8]：① 数学思维内容，是指同一定的数学思维相对应的具体思维类型、程序、环节和属性等。譬如，常见的数学思维类型就有对应思维、空间思维、程序思维和理想化思维等。② 数学思维品质，是指数学思维发生与发展过程中所表现出来的个性差异。主要包括灵活性、批判性、严谨性、广阔性、敏捷性、独创性和深刻性等。③ 数学思维能力，是指在一定的数学思维品质基础上所形成的分析问题和解决问题的能力。主要包括数学的抽象思维能力、收敛思维能力和发散思维能力。④ 数学思维方法，是指比数学思维能力更为具体的东西。大致可以分为两个层次：经验性思维方法（包括观察、实验和经验归纳法）和逻辑思维方法（包括演绎、类比、分析和综合等普遍性的逻辑思维方法在数学中的具体应用，以及形式化、公理化、化归和数学归纳法等数学所特有的逻辑思维方法）。而数学思维的训练及其应用可能也是数学（文化）教育及其研究的一个重要领域。

更有学者从“我们为什么要学习数学”出发，来论述“数学的价值”^[9]：数学是人类认识自然的中介，数学是人的发展中不可或缺的内容，数学是人类文化的重要组成部分。但是，这又如何保证我们要学习什么样的数学以及要怎样学习或教授数学呢？在前现代思想无法根除、现代思想还没有扎根、后现代思想又如雨后春笋般涌现之中国境遇^[10]（譬如，极具空洞

性、雕砌性和作文法指导下的批量性之数学制作而非研究氛围)中,我们该如何在中学数学教育中培育师生的数学思维乃至传承传统数学家在构筑数学大厦之际的智慧、心血、情怀和虔诚呢?这恐怕也是我们当下数学(文化)教育及其研究的急迫任务之一吧!

二、关于数学教育

数学教育早已成为一项相对独立的社会实践活动,但要使其成为一个比较成熟的研究领域则需要首先从认识论上予以突破:为什么要发展学生的数学认识?

这恐怕需要从以下四个问题的解答中来寻求解答^[11]:① 数学与现实有什么样的关联?(数学与思维、社会,以及自然科学、社会科学和人文学科都有十分密切的关联)② 数学是研究什么的?(由上述关联可知,数学的对象就是“整个现实世界”,即没有特定的研究对象)③ 怎样学习数学?(数学概念是怎样构成的?数学思想是什么?数学思维究竟是怎样的?)④ 数学究竟是什么?(数学的发现与发明,数学的经验性与演绎性)⑤ 数学有什么用?(数学对于人类社会进步、科学发展与个体成长都具有极其重要的作用,数学教育能够促使受教育者具有从事与数学相关联的每一个领域的相关活动的能力,从事任何领域活动的人都必须接受一定的数学教育)

其实,这四个问题都是数学哲学问题。所以,有学者专门以“数学哲学若不能在数学教育中得到应用,就失去了一个重要的社会根基,得不到社会需求所提供的足够的发展动力”为立论基础,分别论述了数学本体论、认识论和方法论在数学教育中的应用,并就此给出两条应用途径^[12]:数学哲学内容的直接渗透与间接渗透。有学者专门以数学基础中三大学派的数学观为立论依据,综合论述了数学观对数学及其教育的影响^[13]:数学观对数学及其教育的影响是客观存在的,而否定这种影响是错误的,有害的;而且这种影响既有正面的、积极的,也有负面的、消极的。也有学者从历史视角探讨了数学教育价值观的变迁^[14]:古典人文主义、人文主义、科学主义。还有学者从“数学精神”层面探讨了数学教育需要重视的两个问题^[15]:如何培养学生有条件的质疑精神,如何让学生意识到理性不是万能的。更有学者在判断“中国数学教育正在陷入某种深刻的认识论和价值论危机当中”的基础上,从数学教育基本矛盾,即其“数学方面”和“教育方面”的对立统一的矛盾关系出发,探讨了该基本矛盾的当代表现^[16]:科学技术进步对高素质数学人才的强烈需求与相对滞后的数学教育现状和机制之间的关系与矛盾,数学教育内部与外部的多种目标和多重功能之间的关系与矛盾,数学素质教育的理念与应试教育的现实之间的关系与矛盾,传统文化与现代化及中国数学教育与西方数学教育之间的关系与矛盾。

数学教育的历史发展尤其是其近现代史的发展表明,任何时代任何国家的数学教育问题从来就不仅仅是一个教育问题,而是一个横跨自然科学、社会科学与人文学科的综合问题。因此,关于“数学教育现代化问题”的探讨,可谓仁者见仁、智者见智。有学者认为,这个现代化,其实质就是机械化^[17]:总体而言,小学的四则难题可让位于代数,而中学的欧氏几何则可让位于解析几何。而自“新数运动”失败之后,美国所提出的数学教育现代化问题,即“问题解决是20世纪80年代学校数学的核心”,既波及包括中国在内的全球数学教育,还影响我国至今^[18]:20世纪90年代中期以前,尽管多是思想观念层面的研究或经验层面的描述,尤其是将“问题解决”与“解题”“解决应用题”等同起来,对教学实践的影响或应用不太显著,但“以问题解决为主导是改革中国数学教育的突破口”似乎已成为共识;而20世纪末以

来的理论研究与实践尝试则可谓有所突破——问题解决的含义、分类及其内在机制,数学教学中的问题解决,数学问题解决下的数学课程(当然,仍然还有许多领域有待拓展与深入)。

数学教育中的建构主义与数学文化可谓也是在“数学教育现代化”大潮下的产物。有学者论述了数学建构主义学习的实质及其主要特征^[19]:主体通过对客体的思维构造,在心理上建构客体的意义;个人体验、智力参与、自主活动。有学者则着重论述了极端建构主义意义下的数学教育^[20]:首先是对学生与教师的重新理解——学生是独立的、有自我意识的学习者,教师是“知识教练”而非信息演讲者(可以是模拟者、咨询者、调解者、对话者、质问者);其次是对数学本质与表征的重新认识——“数学是一种由社会构造成的人类活动,它有其历史、传统和文化”(而且,每个个体也在构造他自己的数学:孩子的数学与给孩子的数学、教师的数学、课程设计者等的数学、由局外人描写的交叉领域中的数学和数学家讨论的数学等),至少有两种表征,即存在于自我的数学的内在表征和存在于教科书等的外在表征,还有心理的和事物的表征之区分;再次是对教师角色的重新定位——支持学生的自主性和义务,支持学生的反省过程,设计既反映学生又反映教师的数学的教案,起草并商讨一种可能的学习方案,回顾已经走过的学习步骤,坚持基本的目标;然后是对交互作用与数学讨论的重新解释——数学讨论主要有四种,即研究性数学、调查性数学、杂志性数学和学校数学,而前两者才有可能“建构主义”的数学讨论及其所蕴含的交互作用;最后是对数学课程的形式与功能的重新界定——课程设计不依赖执行课程的教师和学生,而是对已有学习经验的回顾性说明,课程的内容、方法和评估都应是参与数学教与学的结果,而不是事先的预设(当然,极端建构主义的改革也潜伏着两种危机:“通过不断的练习和测验改善学生的成绩”之背道而驰的做法,将建构主义与现实主义、客观主义混合起来)。

有学者在阐释“数学文化”的基本观念基础上,对数学文化素质教育进行了探讨^[21]:首先是数学文化的基本观念——以数学科学体系为核心,以数学的思想、精神、知识、方法、技术、理论等所辐射的相关文化领域为有机组成部分的一个具有强大精神与物质功能的动态系统;其次是数学文化素质的含义——个体具有的数学文化各个层次的整体素养,包括数学的思想观念系统、知识系统、能力系统和心理系统;再次是数学文化素质教育的构想——把数学文化的思想精髓和基本观念内化为个体的主体性心理特征之过程就是数学(文化)素质教育的过程,而这就需要我们从教育理念、课程改革与教学方法、策略等层面进行彻底的改造(包括理论研究与实践尝试)。

任何现代化问题都无法摆脱其所对应的“传统”及其所蕴含的一切。有学者在分析中国数学教育现状(成功与不足)基础上,就其文化传统及其未来走向进行了探讨^[22]:儒家文化、科举考试意识与“算学”之文化传统;大众数学素质教育,改革考试制度、树立正确考试理论、端正数学试题的导向,加速数学教育内容的现代化,概率统计、微积分、优化数学的初步知识应尽快进入中小学课堂,淡化不必要的形式、注重数学思想实质、加强数学的应用的教学,数学家参与数学教育的研究与改革。有学者站在国际比较的立场,具体分析了“中国学习者的悖论”^[23]:之所以“中国学生被动的数学学习能够产生相比较而言的较好的学习结果”是因为,我们的“变式教学”不仅强调反复练习,也注重理解学习——这两者不是绝对地对立的。如果说上述探讨只是“就事论事”的话,那么,对“中国传统的数学观和教育观对新世纪数学教育的启示”的探讨则更具有前瞻性^[24]:中国传统数学对问题解决和应用的强调也许更适合于普通大众,中国和其他有那样传统的国家应该按照古代中国数学传统去检讨他们的课

程(随着大众教育和计算机技术的出现);在设计新世纪数学课程时,应考虑和清楚地表明,我们通过数学教育所鼓吹的内在的和外在的价值观。

反观我们新世纪十多年来的数学教育研究、课程改革设计、教学实践尝试、改革反思改进,我们发现,技术数学与人文数学,或者数学科学与数学文化之间的有机结合与动态平衡的达成,并不是一件很容易就可以做成的事情,它需要诸多方面的竭力合作与相互学习甚至相互妥协。

三、关于数学教育研究

上述“关于数学”的认识与“关于数学教育”的探讨,都或多或少、直接或间接地关涉“数学教育研究”,但却不是主要“关于数学教育研究”的思考。

21 世纪初,有学者就“我国数学教育学研究”进行了反思与展望^[25]:数学教育学研究的发展特点——以分化—综合—分化的模式流变,从理论移植到自我理论开发的沿革,从理论思辨到理论与实践相结合;数学教育学研究的深化问题——学科研究的逻辑起点,数学学习心理,学科的性质与功能定位,学科研究的价值取向,以及学科研究的内容拓展。而且,还鼓动开展“建构主义观下的数学教学论研究”^[26]:建构主义的实质——“个人建构自己关于客观世界和社会世界的主观知识和概念,使得它们与社会所结合的知识和概念相适应”;对数学本质的重新认识——数学知识不仅是一种社会建构,而且也是一种个人建构的过程;数学教育目的的价值取向——注重学生的个性发展(包括认知能力、非智力因素和对数学体验的深化);对数学教学原则的思考——对一般教学原则的超越,对数学教学实践的指导,教师的教与学生的学的有机结合;以及对“数学教学设计思想”的设想。

但是,任何对现实的反思与改造都无法完全摆脱“传统”与“文化”的制约:数学教育研究应关注我们的“数学双基教学”传统^[27]——历史发展,基本内涵,技术测定,“双基”与教学方法,数学学习能力心理学与“双基教学”,以及其他;数学文化研究的启示^[28]——树立数学文化观,拓展数学教育的研究背景,结合宏观思辨与微观实证研究,建构民族数学及其教育理论。

任何行动的结果预设即其所指,就是该行动的目的。目的对其所对应的行动具有导向、激励、协调、控制等功能(数学教育目的也毫无例外)。20 世纪 80 年代末,有学者在分析相关国家数学教育目的,并结合我国实际基础上,提出了我国“中学数学教育目的”之构想^[29]:发展并进一步完善学生的数学认知结构,促进学生形成辩证唯物主义世界观,陶冶学生的审美情操。20 世纪 90 年代初,有学者在分析我国实情并与相关国家数学教育相比较后认为,为树立新的数学教育目的,必须在现行目的观上有所突破^[30]:明确满足社会的数学需要是数学教育的根本目的,适当体现人本化的数学教育思想,正确处理数学的“形式训练价值”与“应用价值”之关系,摆脱以三大能力为中心的能力观之局限。20 世纪 90 年代中期,有学者对数学教育目的开展了系列研究^[31]:数学观的教育——数学观教育的实质与意义,任务与内容,措施与途径;数学教育的目的体系——“教育目的—课程目标—教学要求—评价标准”;数学教育的目的研究——从我国纵向历史考察与国际横向比较两个侧面系统论述了上述“目的体系”的理论建构和术语解析。

上述数学教育目的的研究结果表明,即使是要在数学教育目的上达成一致,几乎也是一个不大现实的问题。其实,数学教育课程内容的选择则更是多种多样(不论目的是否一致)。

有学者因强调数学方法而提出“MM教育”及其实验^[32]：合情推理与逻辑推理，猜想与证明，教师教学、学生学习与数学发现同步协调，以及数学方法论教育方式。有学者因强调“数学文化”的重要而提出“数学哲学、数学史与数学教育的结合”^[33]：在数学教师继续教育课程中，增加数学哲学和数学史方面的内容；在数学教科书和参考书编写中，贯彻三者相结合的原则；开展三者相结合的学术研讨活动；注意研究国外将三者结合的成功经验和具体做法；提倡数学专业工作者、数学哲学工作者、数学史工作者和数学教育工作者开展合作研究，以共同解决三者结合过程中出现的问题。有学者因强调数学课堂的数学特性而提出课堂教学中的“本原性数学学科问题”^[34]：数学课堂教学中，师生互动、自然生成的“原发性”数学认知问题；它的提出，力图超越“技巧与情境之间的对立与矛盾”；有助于学生问题意识的提高、合作探究能力的提升，以及创新精神的养成和实践能力的加强。

问题、争鸣或争论不仅意味着矛盾、冲突与困境，更意味着思考与认识的深化、入微与深刻。早在20世纪90年代初就有学者提出“数学教育改革的十个问题”以供大家研究^[35]：大众数学，平面几何，概率统计、向量矩阵和微积分，非形式化处理，问题解决和习题操练，差生问题，计算器的使用，升学考试改革，师资培训，数学教材的民族特点。20世纪90年代中期，该学者又把这些问题的提升为“争鸣十题”以供学界思考^[36]：要探索数学教育的特定规律就不要走“教育学+数学例子”的路子，不要过分渲染“逻辑思维能力”，“严谨性与量力性相结合”的提法不够准确，淡化形式且注重实质，布鲁姆的目标教学可能导向“数学八股”，正视“数学的应用”，数学后进生问题应在数学教育学中占有重要位置，有关数学史教学不能老是讲比西方早多少年，计算器(机)的使用，选题与文风问题。时隔两年，有学者对此作出回应^[37]：从精英到普及教育是一个转型，数学、教育与数学教育的关系复杂，能力与内容的关系不是对立的，布鲁姆的目标教学不是万能的，“大众数学”困难重重症结之所在，考虑“数学的实用性”应关注“关切性”问题，数学史的教学重在欣赏与理解“数学的多样性”，计算机的使用问题说明了“教师专业发展”的重要性。

21世纪我国义务教育数学课程改革始于2001年，若干年后有学者指出其中可能存在的问题并给出自己的思考^[38]：问题——数学教育的“三维目标”过于大而全，没有体现数学的特点；统计与概率过早进入小学数学，可能与学生思维发展水平不相适应；过分强调学生的主体地位有削弱教师主导地位的倾向；学习与教学方式的改革不能走向极端与对立(主动与被动、合作与独自、探究与接受)；双基应是问题解决的基础；数学知识与能力是数学素养的主要构成，而非并列关系。思考——在继承我国数学教育优良传统基础上，针对其不足，秉持实事求是之态度，关注其“亲和力”“问题性”“思想性”“联系性”等几个数学教育改革的基本点。

针对上述争论与思考，有学者放大时间跨度，总结概括了新中国“60年数学教育的重大论争”^[39]：中小学数学课程是否要照搬苏联？在数学教学理论上是基于苏联凯洛夫的《教育学》，还是杜威教育理论？是开门办学、联系实际，还是“保持教学秩序”、强调系统知识学习、打好基础？“拨乱反正”，是恢复到“文革”前，还是进行新的改革？应试教育和素质教育之争；《数学课程标准(实验稿)》引发的争论；建构主义数学教育是数学教育的方向吗？是“大众数学教育”，还是“英才数学教育”？

由此可见，只要是人做的事(包括数学教育及其改革)都不会尽善尽美，毫无挑剔。我们暂且不论其中的“利益孤岛”，就理性思维的局限与实践行动的限制而言，任何人类的思考与