



高等教育“十二五”规划教材

基础物理学

邢秀文 主编



科学出版社

高等教育“十二五”规划教材

基础物理学

邢秀文 主编

胡毅 邓建杰 张燕 副主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是根据编者在独立学院多年教学经验编写而成的，全书包含力学、电磁学、热学、波动学、近代物理学五大部分，共 10 章内容。

本书有如下几个特点：内容分层次，用不同的记号标注，读者自行选择内容的难度；习题分层次，巩固练习是初级习题，总习题属于高级习题；例题与习题都具有很强的目标性，每个题目仅针对一个特定的知识点进行训练，不掺杂其他知识点；必讲内容的前提知识绝对不包含可讲可不讲的内容，利于教师调整教学大纲；多次强调微元法的思想，分析曲线积分、曲面积分等数学运算的含义，加强与数学的联系。

本书的力学部分（第 1、2 章）必须先学，量子力学（第 10 章）应该最后学，电磁学、热学、波动学、相对论等几部分内容的讲解顺序可以任意调整组合。全书讲授大约需要 120 学时，经过适当删减组合，也可以作为 60~80 课时的大学物理教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

基础物理学/邢秀文主编. —北京：科学出版社，2012

（高等教育“十二五”规划教材）

ISBN 978-7-03-033271-4

I. ①基… II. ①邢… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 001163 号

责任编辑：王纯刚 张振华 / 责任校对：耿耘

责任印制：吕春珉 / 封面设计：科地亚盟

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 2 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2012 年 2 月第一次印刷 印张：22 1/2

字数：411 000

定价：38.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换《骏杰》)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62138017

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

前言

物理学是研究物质基本结构、基本运动形式以及相互作用的科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于许多生产技术部门，是其他自然科学和工程技术的基础。在人类追求真理、探索未知世界的过程中，物理学提供了一系列科学的世界观和方法论，深刻影响着人类对物质世界的基本认识、人类的思维方式和社会生活，是人类文明发展的基石。

在高等教育大众化的今天，曾经备受关注的物理学的教学面临着种种困难与挑战。其中之一就是学生学习物理的兴趣与态度发生了很大的变化。另外，社会和经济的发展，使得学生的思维习惯和学习方式发生了改变，导致大多数学生对物理课程产生畏惧心理。

从物理学科自身来看，物理学源于对自然现象的认识，是很现实和具体的；但是，为了定量描述自然现象，从而达到深刻的理解，物理学必须建立起基于数学的科学基础，从而对人的逻辑思维能力以及抽象建模能力提出了很高的要求，这使得部分学生在学习过程中遇到一定的困难。

从社会发展趋势来看，我们已经进入了创新的时代。创新时代的学生，其思考问题的出发点有很大的不同。创新时代呼唤创新人才，创新人才呼唤对创新人才的培养。物理的教学，也应该顺应时代的发展，还原对自然现象的认知过程、还原对自然现象的科学抽象过程，从而沿着历史的脚步，使学生受到发现、发明过程的熏陶。通过物理教学，培养学生的创新意识和创新潜能，恐怕是所有物理教师现阶段应思考的问题。

面对这些困难，教师必须直面以对，重新审视当今的物理教学，而决不能采取回避的态度，也不能把教学中出现的问题完全归咎于学生。我们必须承认，每个学生都有其个性和特长。创新人才的培养要求我们必须尊重这个事实，并尽可能发掘每个人的特长。基于以上的思考，编者认为，对于大学物理的教学，应基于内容进行分层次教学。教师在课堂上应该讲解全部的层次，但是学生课下可以根据自己的特点自由选择学习的深度。

内容分层的关键在于教材和习题。目前国内出版的各种教材大都将基础知识与较高层次的知识混合在一起。物理学是一个严密的逻辑体系，如果原作者将各种层次的知识混杂在一起，即便是教师也无法将它们分隔开来。这样的教材就无法适应特质各异的学生。

编写本书的最大初衷就是根据编者的教学经验，将普通物理范围内的知识点进行全面的梳理，分出不同的层次，形成一套适合分层次教学的教材。从正文内容来看，本书的文字字号分为三类：①普通字号；②普通字号，但是标题加“*”；③小字号，其标题加“*”。其中第一类是基础类的内容，第二类是较高层次的内容，第三类是拓展内容。这样的标记一目了然，学生完全可以根据自己的定位自由选择，自由进退。练习题则分为两种：每一小节后面附带的是本节课的最基础的知识点，这些习题一般不需要计算，只考察对基本概念的理解。第二类习题是每一章后面附带的总习题。这些习题一般是较为综合性的，或者计算过程稍微复杂的。这一类习题对学生的抽象思维能力以及建模能力都有较高的要求，适合创新人才的培养。

为了便于学生根据自己的情况自学，在本书的语言风格上，我们也做了一些改变。传统的中国教材都是沿袭前苏联风格——语言严谨，叙述周密，这种语言风格适合专业的物理学者，不太适合初学者。我们希望向美国的教材靠拢，语言生动活泼，适当向讲课的口语靠近，使得读教材就像是听教师讲课。我们对于许多物理定理都是通过日常生活中的现象引入的，比如动量定理、系统内力做功、机械能守恒、自然光源的非相干性等。语言风格以及阐述方式的改变能够降低学生学习物理的困难梯度，增强学生的兴趣。

下面就本书改进的内容做具体的阐述。

第一部分是力学。目前公认的大学物理改革都一致认为要压缩力学，因为这一部分内容与中学重复很多。但是，力学是物理学的开端，物理学的许多思想和方法都是在力学中建立的，因此我们认为力学应该有保有压。物理学一个最基本的工具就是微积分，这也是大学物理与中学物理的最大区别。微积分最大的特点就是强调“变化”，最基本的分析方法就是“微元法”。而这些思想方法在质点运动学中最为突出，因此我们认为应该加强运动学，加强对变化过程的分析。比如本书在第一节中就重点分析了速度的不定积分与定积分的区别与联系，既帮助学生复习了高等数学，又突出了微元法的分析过程。这种分析方式在国内教材应该是首创的。另外，在变力的冲量、变力做功、转动惯量等部分，凡是能够强化微元法分析过程的内容都进行了相应的特殊处理。对于守恒定律，教材重点强调守恒定律的条件，而弱化了守恒定律的解题。刚体部分的一个特点就是将质点的角动量做了简化，并入刚体角动量之中，使它们变成一个整体，同时又达到了压缩力学课时的目的。力学中最大的亮点就是增加了材料的弹性和流体力学两部分。这两部分是与人们的日常生活息息相关的：我们每天都在利用着材料的弹性；我们每天都被空气和水这两种流体包围着。因此这些方面的最基础的知识是所有人必需的，能够解释许多身边的现象。

第二部分是电磁学。这部分内容非常经典，教材的改革主要体现在如下几点：最大程度地体现场的思想；对于微元法的思想继续关注；在环路定理和感应电动势方面强化边界的环绕方向与曲面的正方向的关系。

第三部分是热学。该部分主要简化了一些关于平衡态、准静态之类的物理专业很强的概念，将理想气体压强与内能合并，将麦克斯韦速率分布与玻尔兹曼分布合并，最大限度地用通俗的语言阐述了热力学第二定律以及熵的意义。

第四部分是波动学。该部分根据数学处理方法的不同，将干涉衍射相关的内容都放到了光学中，而将振动与波的动力学相关的内容都放到了振动与波动中。本书以波程差为纲，统领各种类型的干涉衍射问题，使之系统性更强。

第五部分是近代物理学。该部分包括相对论、量子论。

相对论部分也做了重大改革。我国的相对论专家俞允强教授曾经指出，相对论的核心思想是变换，是物理规律的协变性，而不是时间延迟、动尺缩短之类的表面现象。编者非常同意这个说法，所以本书试图按照这个想法重新组织。本书首先用整整一小节的内容讨论经典的伽利略变换的意义，并证明了一些物理规律的协变性。

量子论部分也有重大的改变。现在的普通物理教材，在量子部分都不吝笔墨地讲述量子力学的诞生背景和玻尔的旧量子论。编者的想法是，旧量子论毕竟是过渡阶段的理论，不应该定量化的介绍。所以本书重点分析了量子论诞生的哲学意义，然后探讨薛定谔方程——真正的量子论方程。

本书由邢秀文策划编写大纲，初稿由张燕（第1、2章）、邓建杰（第3、4、5章）、胡毅（第6章）、邢秀文（第7、8、9、10章与附录）编写，最后由邢秀文对正文进行增补修订并补充了习题。本书的编写是在孙洪波教授的推动与鼓励之下完成的，在此向他表示由衷的感谢。也感谢大学物理指导委员会委员潘小青教授给我们提出的宝贵意见，感谢游泳、张国才、薛帅等老师的协助。

由于水平及编写时间有限，书中难免存在疏漏之处，欢迎各位读者提出宝贵建议。反映建议意见以及需要习题解答的读者可以发邮件至 xingxiuwen@163.com 联系。

邢秀文

2010年12月12日

目 录

第1章 质点力学	1
1.1 质点运动的描述	1
1.1.1 基本概念	1
1.1.2 运动的基本描述	2
1.1.3 直线运动	7
1.1.4 抛体运动	10
1.1.5 相对运动	11
巩固练习	12
1.2 质点的圆周运动	13
1.2.1 圆周运动	13
*1.2.2 任意曲线运动	16
巩固练习	17
1.3 牛顿运动定律	17
1.3.1 牛顿定律	18
1.3.2 牛顿定律的应用	19
巩固练习	21
1.4 动量与冲量	21
1.4.1 力的冲量	21
1.4.2 动量定理	22
1.4.3 动量守恒	24
巩固练习	25
1.5 功与势能	26
1.5.1 功	26
1.5.2 势能	29
巩固练习	31
1.6 动能与机械能	31
1.6.1 动能定理	31
1.6.2 机械能守恒定律	33
巩固练习	35
总习题1	35
第2章 连续介质力学	39
2.1 刚体运动学	39
2.1.1 刚体的运动	39
2.1.2 角动量	41
*b.1.3 转动惯量的计算	42
巩固练习	44
2.2 刚体转动定律	44
2.2.1 力矩	45
2.2.2 转动定律	45
2.2.3 角动量守恒	48
巩固练习	49
2.3 刚体的动能定理	49
2.3.1 力矩的功	49
2.3.2 刚体的动能定理	50
巩固练习	52
2.4 固体的弹性	52
2.4.1 应力	53
2.4.2 应变	54
2.4.3 胡克定律	55
巩固练习	55
2.5 理想流体	56
2.5.1 流体运动	56
2.5.2 伯努利方程	57
2.5.3 伯努利方程的应用	59
巩固练习	62
*2.6 黏滞流体	62
*2.6.1 层流	62
*2.6.2 湍流	63
总习题2	64
第3章 静电场	67
3.1 电荷与电场	67
3.1.1 电荷	67
3.1.2 电场	68
3.1.3 电场强度的计算	69
3.1.4 电场力	74
巩固练习	75
3.2 静电场的高斯定理	75
3.2.1 电通量	75

3.2.2 高斯定理	77	*4.5.3 介质中的安培环路定理	130
*3.2.3 高斯定理的应用	79	*4.5.4 铁磁质的磁化	131
巩固练习	83	巩固练习	133
3.3 静电场的环路定理	83	总习题 4	133
*3.3.1 环路定理	83	第 5 章 电 磁 场	137
3.3.2 电势	85	5.1 电磁感应	137
3.3.3 电势的计算	86	5.1.1 电动势	137
*3.3.4 电势梯度	89	5.1.2 电磁感应定律	138
巩固练习	90	巩固练习	143
3.4 静电场中的导体	91	5.2 感应电动势	143
3.4.1 导体的静电平衡	91	5.2.1 动生电动势	144
*3.4.2 空腔导体与静电屏蔽	93	5.2.2 感生电动势	146
巩固练习	95	*5.2.3 涡电流	148
*3.5 电容器与电场能	96	巩固练习	149
*3.5.1 电容器	96	5.3 互感与自感	149
*3.5.2 静电场的能量	98	5.3.1 互感	149
巩固练习	100	5.3.2 自感	152
*3.6 静电场中的电介质	100	5.3.3 磁场的能量	154
*3.6.1 电介质的极化	100	巩固练习	155
*3.6.2 介质中的静电场	102	*5.4 电磁场理论	155
巩固练习	103	*5.4.1 位移电流	155
总习题 3	103	*5.4.2 麦克斯韦方程组	157
第 4 章 稳恒磁场	107	*5.4.3 电磁场	158
4.1 毕奥-萨伐尔定律	107	巩固练习	159
4.1.1 磁感应强度	107	总习题 5	159
4.1.2 恒定电流	108	第 6 章 热 学	161
4.1.3 毕奥-萨伐尔定律	109	6.1 热力学系统	161
巩固练习	113	6.1.1 宏观与微观	161
4.2 磁场的高斯定理与环路定理	113	6.1.2 理想气体	162
4.2.1 磁场的高斯定理	113	*6.1.3 统计规律	164
4.2.2 安培环路定理	115	巩固练习	166
*4.2.3 环路定理的应用	116	6.2 理想气体的压强与内能	167
巩固练习	119	6.2.1 压强公式	167
4.3 洛伦兹力	120	6.2.2 气体分子的自由度	169
4.3.1 洛伦兹力	120	6.2.3 能量均分定理	170
*4.3.2 洛伦兹力的应用	121	6.2.4 理想气体的内能	171
*4.3.3 霍尔效应	123	巩固练习	172
巩固练习	124	*6.3 气体分子的统计分布率	172
4.4 安培力	124	*6.3.1 速率分布函数	173
4.4.1 安培定律	124	*6.3.2 麦克斯韦速率分布律	173
*4.4.2 磁场中的载流线圈	127	*6.3.3 玻尔兹曼能量分布律	176
巩固练习	128	巩固练习	177
*4.5 磁介质	128	*6.4 碰撞与扩散	177
*4.5.1 磁介质概述	128	*6.4.1 碰撞频率	177
*4.5.2 磁化的描述	129	*6.4.2 平均自由程	178

*6.4.3 输运现象	179	*7.5.2 波的能量	232
巩固练习	181	*7.5.3 声波	233
6.5 热力学第一定律	182	*7.5.4 电磁波	234
6.5.1 基本概念	182	巩固练习	235
6.5.2 热力学第一定律	183	7.6 多普勒效应	235
*6.5.3 热力学第一定律的应用	184	7.6.1 接收器相对介质运动	236
巩固练习	189	7.6.2 波源相对介质运动	236
6.6 循环过程	190	7.6.3 波源与接收器都运动	237
6.6.1 热机效率	190	*7.6.4 激波	238
*6.6.2 卡诺循环	192	巩固练习	239
巩固练习	194	总习题 7	240
6.7 热力学第二定律	195	第 8 章 波动光学	243
6.7.1 热力学第二定律	195	8.1 惠更斯-菲涅尔原理	243
6.7.2 热力学过程的不可逆性	196	8.1.1 惠更斯原理	243
*6.7.3 熵	196	8.1.2 叠加原理与驻波	245
巩固练习	198	巩固练习	248
总习题 6	198	8.2 干涉	249
第 7 章 振动与波动	201	8.2.1 相干条件	249
7.1 简谐振动	201	8.2.2 自然光源	251
7.1.1 弹簧振子	201	8.2.3 光程	252
7.1.2 简谐振动的特征量	204	8.2.4 透镜的光程	252
7.1.3 旋转矢量	207	8.2.5 半波损失	253
7.1.4 振动的能量	209	巩固练习	254
*7.1.5 复指数表示	209	8.3 双缝干涉	255
巩固练习	210	8.3.1 杨氏双缝干涉	255
7.2 阻尼振动与受迫振动	210	8.3.2 改进的双缝实验	258
7.2.1 阻尼振动	210	巩固练习	259
7.2.2 受迫振动	211	8.4 薄膜干涉	260
*7.2.3 电磁振荡	212	8.4.1 均匀膜等厚干涉	260
巩固练习	214	8.4.2 膜形薄膜等厚干涉	263
7.3 振动的合成	215	*8.4.3 空间相干性与时间相干性	266
7.3.1 同方向同频率的振动合成	215	巩固练习	266
7.3.2 同方向不同频率的振动 合成	216	8.5 衍射	267
*7.3.3 垂直方向振动的合成	217	8.5.1 单缝衍射	268
*7.3.4 多振动的合成	219	*8.5.2 单缝衍射的光强	270
*7.3.5 振动的分解	220	8.5.3 圆孔衍射	271
巩固练习	221	巩固练习	273
7.4 波的运动学	221	8.6 光栅	273
7.4.1 波的产生	221	8.6.1 光栅方程	274
7.4.2 波函数	223	*8.6.2 光栅衍射的光强	275
*7.4.3 波阵面与相速度	228	*8.6.3 光栅光谱	278
巩固练习	229	巩固练习	279
*7.5 波的动力学	230	8.7 偏振	279
*7.5.1 波动方程	230	8.7.1 偏振态	279
		8.7.2 起偏与检偏	281

8.7.3 反射光与折射光的偏振	283	10.2.2 一维势阱	322
*8.7.4 双折射	284	10.2.3 谐振子	325
*8.7.5 旋光	285	巩固练习	326
巩固练习	286		
总习题8	287	*10.3 势垒贯穿	327
第9章 相对论	289	10.4 氢原子	328
9.1 相对论的意义	289	10.4.1 氢原子的薛定谔方程	329
9.1.1 经典力学相对性原理	290	10.4.2 电子自旋	331
*9.1.2 经典力学定律的不变性	293	巩固练习	332
9.2 狹义相对论	294	总习题10	333
9.2.1 光速不变	294		
9.2.2 洛伦兹变换	295	附录	335
9.2.3 狹义相对论的时空观	296	Ap1 常用数据	335
巩固练习	300	Ap1.1 基本物理常量	335
9.3 相对论动力学	300	Ap1.2 基本天文常量	336
9.3.1 速度变换	300	Ap1.3 国际单位倍数因子	337
9.3.2 相对论动量与能量	302	Ap1.4 希腊字母	337
巩固练习	304	Ap2 常用数学公式	338
*9.4 广义相对论	305	Ap2.1 常用微积分	338
*9.4.1 非惯性系	305	Ap2.2 泰勒级数	339
*9.4.2 等效原理	306	Ap2.3 三角函数	340
*9.4.3 广义相对论	307	Ap2.4 复变函数	341
巩固练习	308	Ap3 微分方程	342
总习题9	309	Ap3.1 可分离变量类型	342
第10章 量子论	311	Ap3.2 一阶线性微分方程	343
10.1 波粒二象性	312	Ap3.3 二阶常系数线性微分方程	344
10.1.1 经典物理的困难	312	Ap4 场论	346
10.1.2 物质波	315	Ap4.1 标量场的梯度	346
10.1.3 不确定关系	318	Ap4.2 矢量场的散度	347
巩固练习	319	Ap4.3 矢量场的旋度	348
10.2 薛定谔方程	319	Ap4.4 电磁场常用恒等式	349
10.2.1 薛定谔方程	319	Ap4.5 电磁场	350
		参考文献	351

第1章

质点力学

公元 1687 年牛顿出版的《自然哲学的数学原理》是物理学史中第一部划时代的著作，揭示了普遍的力学现象和力学过程所遵循的规律。以牛顿定律为基础的力学理论，称为牛顿力学或经典力学。

经典力学被尊为完善而普遍的物理学理论而兴盛了几百年。在 20 世纪初，人们虽然发现了它的局限性，即在高速领域为相对论所取代，在微观领域为量子力学所取代，但在一般的工程技术领域，包括机械制造、土木建筑、交通运输、甚至航空航天等技术中，它仍保持着充沛的活力，起着基础理论的作用。

质点力学的研究对象是质点。本章首先研究如何描述质点的运动，即质点的位置怎么随着时间改变。接下来，以牛顿定律为基础，研究力与运动的关系，主要涉及牛顿定律、动量与冲量、动能与功等相关的概念与定律。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 基本概念

任何物理过程都和时间、空间相联系。为了定量地描述物体的运动，需要选定参考系，建立坐标系和确定时间坐标轴。对于牛顿的经典力学，其基础是绝对时空观，即时间是连续、均匀、不停息地流逝着的，空间也是连续、均匀、各向同性的，而物质、时间和空间彼此是独立无关地存在着。因此，描述质点理想模型的运动时，需要分别选择独立的参考系和时间坐标轴。

1. 参考系和坐标系

物体的运动与静止是相对的。当你乘坐飞机时，看到周围的旅客和你面前的茶杯都是静止的，仅有机组人员往返走动。但从地面上看，旅客和茶杯却在 11 000 m 的高空以大于每小时 900 km 的速度飞行。因此，为了描述物体的位置和运动，应首先确定参考系。参考系的选择是任意的，参考系不同，对同一物体运动的描述也是不同的。

为了定量地描述物体的空间位置，需要在参考系上建立起坐标系，例如，直角坐标系、自然坐标系和极坐标系等。换句话说，坐标系是参考系在空间的数学描述。坐标系的选择不同，描述物体运动的方程也不同。

2. 时间坐标轴

描述物体的运动还需建立时间坐标轴，选择坐标原点（计时起点）。如何选择要视问题的方便而定，它不一定就是物体开始运动的时刻。时刻指时间流逝中的一瞬，对应于时间轴上一点。时刻为正或为负表明在计时起点之后或之前。质点在某一位置必与一定时刻相对应。时间间隔指某一初始时刻至终止时刻所经历的时间，它对应于时间轴上一个区间。质点位置变动总在一定时间间隔内发生。通常在不致引起混乱的情况下，时间一词有时指时间间隔，有时指时间变量。

3. 质点

任何物体都有大小和内部结构。物体运动时，一般说来，其上各点的运动状态都不相同。例如，平直公路上行驶的汽车，车身的运动是平动，但车轮的运动却是平动和转动。因此，要精确地描述物体各个部分的运动状态并不容易。如果在所研究的问题中物体的大小和形状都不重要，可忽略时，我们可以把它看成一个只有质量，没有大小和形状的点，即为质点。

质点是对物体实际运动情况的简化，是理想的物理模型。能否将一个物体视为质点，取决于所研究问题的近似程度。例如，研究地球绕太阳公转时，地球离太阳的距离 ($r \approx 1.5 \times 10^8$ km) 比地球的半径 ($R \approx 6.4 \times 10^3$ km) 大得多，于是可以把地球当作质点。但在研究地球自转时，就不能把地球视为质点。当一个物体不能当作质点时，可以把整个物体看作是由许多质点组成的质点系，只要分析整个质点系的运动，就可知道该物体的运动情况。在本章中，一般将运动的物体视为质点。

1.1.2 运动的基本描述

数学是物理学的天然语言，微积分是描述变化过程的最有力工具。从现在开始我们就要利用微积分这个利器来解决运动问题。

1. 位置矢量

质点 P 沿着轨道运动，在参考系中选择一参考点 O ，为了定量地描述质点的位置及其随时间的变化情况，我们引入位置矢量。由参考点指向质点的矢量称为质点的位置矢量，简称位矢，如图1.1所示， $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$ 即为位矢。

在参考系上建立直角坐标系 $Oxyz$, 令原点与参考点重合, t 时刻质点 P 的位置矢量可表示为

$$\mathbf{r} = xi + yj + zk \quad (1.1)$$

其中 i, j, k 分别为 x, y, z 轴方向的单位矢量, x, y 和 z 为质点的位置坐标, 位置矢量的大小为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.2)$$

位置矢量的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \cos \beta = \frac{y}{r}, \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

这三个方位角存在着约束关系

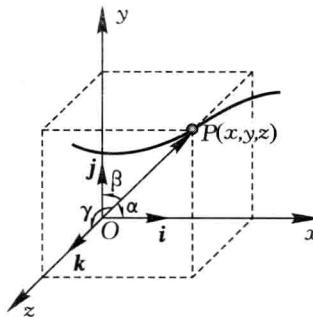


图 1.1 位置矢量

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

式中 α, β, γ 分别为 \mathbf{r} 与 x, y, z 轴之间的夹角.

2. 运动方程

当质点运动时, 它相对坐标系原点 O 的位置矢量 \mathbf{r} 是随时间而变化的, 因此位置矢量 \mathbf{r} 是时间 t 的函数, 即

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1.3a)$$

称为质点的**运动学方程**, 它给出了质点任意时刻的位置. 其中 $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$, 即为质点运动学方程在坐标轴上的分量式. 因此将函数

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1.3b)$$

称为质点运动学方程的分量形式.

3. 轨迹方程

质点运动时, 位置矢量的矢端画出的曲线即为质点的轨迹. 将分量形式的运动学方程消去时间 t 便可得到质点运动的轨迹方程. 例如, 平抛运动的运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

消去时间 t , 得到质点轨迹方程为

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

4. 位移

位移矢量简称位移, 是描述质点在一定时间间隔内位置变化的物理量, 即位置矢量的增量. 用初位置指向末位置的矢量来表示.

如图1.2中, 某质点沿轨迹运动, t 时刻位于 P 点, 其位置矢量为 $\mathbf{r}(t)$,

$t + \Delta t$ 时刻位于 Q 点，其位置矢量为 $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ ，在这段时间质点的位移为

$$\Delta\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t) \quad (1.4a)$$

在直角坐标系中，位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 的正交分解式为

$$\Delta\mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \quad (1.4b)$$

在式 (1.4b) 中， $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t)$ ， $\Delta y = y(t + \Delta t) - y(t)$ ， $\Delta z = z(t + \Delta t) - z(t)$ 。位移的大小为

$$|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

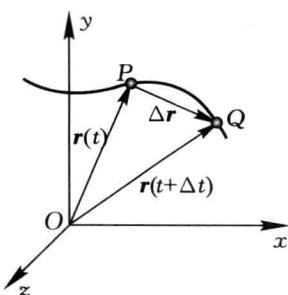


图 1.2 位移矢量

位移矢量描述质点在一段时间内位置变动的总效果，并不表示质点在其轨迹上所走路径的长度。因此，我们引入路程来描述质点沿轨迹的运动。路程是在一段时间内，质点在其轨迹上经过的弧线的总长度。例如图1.2中 \widehat{PQ} 弧的长度为路程 Δl ， \overline{PQ} 线段的长度为位移的大小 $|\Delta\mathbf{r}|$ 。一般情况下 Δl 与 $|\Delta\mathbf{r}|$ 不相等，但是当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， Δl 与 $|\Delta\mathbf{r}|$ 一定相等

$$dl = |\mathbf{dr}| \quad (1.5)$$

5. 速度

速度是描述物体运动快慢和方向的物理量。设质点沿图1.2所示的轨迹运动，质点位移 $\Delta\mathbf{r}$ 与发生这一位移的时间间隔 Δt 之比，称作质点在这段时间内的平均速度，记作 $\bar{\mathbf{v}}$ ，即

$$\bar{\mathbf{v}} \equiv \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t}$$

也可以说，平均速度等于位置矢量对时间的平均变化率，它也是矢量，方向与位移方向相同。平均速度仅提供一段时间内位置的平均变动快慢，却不能描述质点在这段时间内各个瞬间的运动方向和运动快慢。

显然，如果时间间隔 Δt 越短，平均速度反映运动的情况就越细致。我们发现，无论时间多短，总能找到比它更短的时间，于是引入极限的概念。当时间 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，平均速度的极限值称为质点在 t 时刻的瞬时速度，简称速度，用 \mathbf{v} 表示，即

$$\mathbf{v} \equiv \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1.6)$$

它表示质点的瞬时速度等于位置矢量对时间的变化率或一阶导数，其方向为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向，即沿运动轨迹上质点所在点的切线方向，并指向质点前进的一侧。

瞬时速度在直角坐标系 $Oxyz$ 中的表示为

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (1.7a)$$

又有

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \quad (1.7b)$$

式 (1.7a) 与式 (1.7b) 对比, 得

$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1.7c)$$

即速度在直角坐标系中的三个分量分别等于相应坐标分量对时间的一阶导数.

瞬时速度的大小也称为速率, 它等于路程对时间的导数

$$v = |\mathbf{v}| = \frac{|d\mathbf{r}|}{dt} = \frac{dl}{dt} \quad (1.8)$$

在直角坐标系中速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

6. 加速度

质点运动时, 速度的大小和方向都可能变化, 为反映质点速度变化的快慢, 我们引入平均加速度和瞬时加速度的概念.

如图1.3所示, 质点沿轨迹运动, t 时刻位于 P_1 点, 其速度为 \mathbf{v}_1 , 经 Δt 后位于 P_2 点, 其速度变为 \mathbf{v}_2 , 质点的速度增量 $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ 与发生这一增量所用时间 Δt 的商称为这段时间内的平均加速度

$$\bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2(t + \Delta t) - \mathbf{v}_1(t)}{\Delta t}$$

它反映了在时间间隔 Δt 内速度改变的快慢.

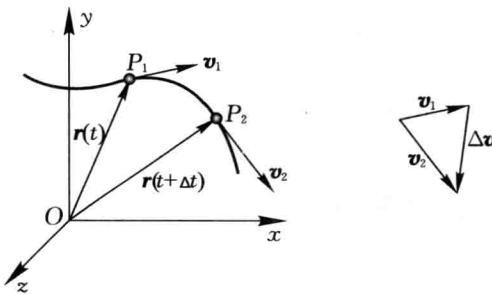


图 1.3 加速度

为了精确地描述质点速度在某一时刻或某一位置变化的快慢, 我们定义, 在 t 至 $t + \Delta t$ 时间内, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均加速度的极限值为 t 时刻的瞬时加速度, 简称加速度

$$\mathbf{a} \equiv \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.9)$$

即加速度等于速度对时间的变化率或一阶导数，也等于位置矢量对时间的二阶导数。

加速度在直角坐标系中表示为

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} \quad (1.10a)$$

其中 a_x, a_y, a_z 分别为加速度在坐标轴上的投影，即

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \quad (1.10b)$$

加速度的大小

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

例 1.1 已知质点的运动学方程

$$\mathbf{r} = t\mathbf{i} + (t^2 + 1)\mathbf{j} \text{ (SI)}$$

求：(1) 质点的轨迹方程；(2) $t = 1$ s 时质点的位置矢量、速度、加速度。

解 (1) 由运动学方程可知

$$x = t, y = t^2 + 1$$

消去时间 t 得轨迹方程

$$y = x^2 + 1$$

(2) 位置矢量

$$\mathbf{r} = xi + yj = ti + (t^2 + 1)\mathbf{j}$$

将位置矢量对时间 t 求导数，得到速度为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 2\mathbf{j}$$

将时间 $t = 1$ s 代入上述各式得：位置矢量 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ ，速度 $\mathbf{v}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ ，加速度 $\mathbf{a}_1 = 2\mathbf{j}$ 。

例 1.2 质点的运动学方程 $x = R \cos \omega t$, $y = R \sin \omega t$ ，证明其运动轨迹是圆周，且 $\mathbf{a} = -\omega^2 \mathbf{r}$ 。

证 质点的轨迹方程

$$x^2 + y^2 = R^2$$

这是以 R 为半径的圆的方程。

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega R \sin \omega t$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\omega^2 R \cos \omega t = -\omega^2 x$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \omega R \cos \omega t$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\omega^2 R \sin \omega t = -\omega^2 y$$

加速度的矢量形式为

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} = -\omega^2(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = -\omega^2 \mathbf{r}$$

证明完毕.

本题说明, 匀速率圆周运动的加速度方向指向圆心.

1.1.3 直线运动

1. 由位置求速度和加速度

在质点运动中, 直线运动最简单又普遍, 研究此类问题时, 质点的运动学方程尤为关键. 有了它, 就可以通过微分求得质点运动的速度和加速度, 从而掌握质点全部的运动情况.

研究质点直线运动时, 我们最好选择质点沿三维直角坐标系中的某一个轴运动. 例如, 质点沿 x 轴运动, 坐标轴的原点与参考系上的参考点重合, 仍用 \mathbf{i} 表示 x 轴正方向的单位矢量. 质点的位置矢量为

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i}$$

其中, \mathbf{i} 为常矢量, 质点的运动学方程可用分量函数来描述, 即

$$x = x(t) \quad (1.11)$$

质点的速度(瞬时速度)为

$$v = v_x = \frac{dx}{dt} \quad (1.12)$$

v_x 的大小表示质点在瞬时运动的快慢, 其正负分别对应于质点沿 x 轴的正向和负向运动. 质点的加速度(瞬时加速度)为

$$a = a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.13)$$

a_x 的正负号不能说明质点做加速或减速运动: 若加速度与速度的符号相同, 质点做加速运动; 若加速度与速度的符号相反, 质点做减速运动.

2. 由加速度求速度和位置

如果已知质点的运动速度, 如何求其坐标呢? 假设已知质点沿 x 轴做加速直线运动, 初始时刻 $t = 0$ 时, 质点位于 $x = x_0$ 处, 速度 $v = v_0$; 在任一时刻 t , 质点的速度 $v(t)$ 已知. 这里有两种思路, 下面分别阐述.

第一种思路: 既然速度函数是位置函数的导函数, 那么位置就是速度的原函数, 或者说位置是速度的不定积分

$$x(t) = \int v(t) dt$$

只要速度函数 $v(t)$ 知道了，我们就可以想办法找到它的原函数。从高等数学中我们知道，原函数不是唯一的，它存在一个任意常数。那如何确定这个任意常数呢？很简单，我们将初始条件 t_0 时刻的坐标 x_0 代入原函数，那任意常数就确定了。

第二种思路：高等数学中学习“定积分”通常是从计算曲线下的面积开始的。为了计算曲线下面的总面积，我们首先将它切割为无限多个高度不等的小矩形，每个矩形的面积都无限小。然后将无限多个面积无限小的矩形相加，就是曲线下面的总面积。而所谓的定积分，就是这个相加的过程。因此，定积分就是求和运算，就是加法。为了计算位置，我们将时间 $[t_0, t]$ 分成 n 个很小的时间段，即 $[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{n-1}, t]$ ，由于它们都足够的小，质点在任意一段时间 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ 内近似做匀速运动，其位移 $\Delta x_i \approx v(t_i) \cdot \Delta t_i$ 。因此，质点在 $[t_0, t]$ 内的总位移

$$\Delta x \equiv x(t) - x_0 = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \approx \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta t_i$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时， $\Delta t_i \rightarrow 0$ ，上式中的近似等号就变为等号，求和运算 \sum 就成为定积分了。因此质点任意时刻 t 的坐标

$$x(t) = x_0 + \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta t_i = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$$

知道了原理，上述的过程可以简化处理：从速度定义式 $v = dx/dt$ 出发，有 $dx = v dt$ ，两边同时进行定积分

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt$$

注意积分的上下限：初始时刻 t_0 对应初始位置 x_0 ，任意时刻 t 对应该时刻的坐标 x 。积分之后可以得到

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt \quad (1.14)$$

这就是质点直线运动的运动学方程。

类似的，如果知道质点运动的加速度 $a = dv/dt$ ，有 $dv = a dt$ ，两边同时积分

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a(t) dt$$

可以很快得到质点任意时刻 t 的速度为

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt \quad (1.15)$$

得到速度后，再一次积分就可以算出位置。

一般情况下，如果没有特殊规定，上述各式中的 $t_0 = 0$ ，即规定运动开始的时刻为计时起点。