

科学与工程计算丛书

# 电磁场

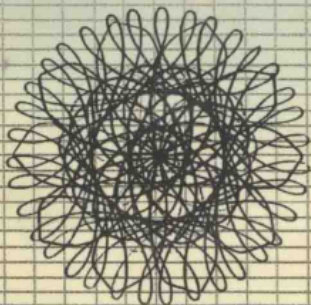
# 数值计算的现代方法

DIANCICHANG SHUZHJ JISUAN DE  
XIANDAI FANGFA



文舸一 徐金平 漆一宏 著  
河南科学技术出版社

**SECS**



**SECS**

责任编辑 袁 元

ISBN7-5349-1609-7/T·322

定价：11 元

科学与工程计算丛书

# 电磁场数值计算的现代方法

文舸一 徐金平 漆一宏著

河南科学技术出版社

豫新登字 02 号

科学与工程计算丛书  
电磁场数值计算的现代方法

文炯一 徐金平 漆一宏 著

责任编辑 袁元

河南科学技术出版社出版发行

(郑州市农业路 73 号)

国防科学技术大学银河印刷厂印刷

850×1168 毫米 32 开本 11.125 印张 274 千字

1994 年 8 月第 1 版 1994 年 8 月第 1 次印刷

印数：1—1000 册

ISBN 7-5349-1609-7/T·322

---

定价： 11 元

## 《科学与工程计算丛书》编辑委员会

名誉主编：**冯康**

名誉编委：(按姓氏笔划为序)

于敏	王仁	<b>冯康</b>	石钟慈	庄逢甘	曲钦岳
朱家鲲	李德元	何祚庥	陈能宽	谷超豪	况蕙孙
郑哲敏	周毓麟	秦元勋	黄祖洽	曾庆存	符鸿源
程开甲	裴鹿成				

编委：(按姓氏笔划为序)

于万瑞	王宗皓	王政贤	王宝瑞	王肖钧	冯士笄
孙文心	厉衡隆	石中岳	卢秀球	付德薰	付泽周
纪立人	纪楚群	刘林	刘儒勋	向新民	朱允伦
李荫藩	李作新	吴江航	吴乃龙	吴辉碇	吴其芬
杜书华	杨清建	宋国乡	邱希春	陈健华	何延才
何锦昌	汪翼云	金时懋	郑邦民	周树荃	范新亚
宓国柱	罗吉庭	张立存	张志杰	张若棋	张锁春
胡乃雄	姚凯伦	浣石	顾昌鑫	倪浩清	徐国华
常文蔚	常谦顺	赖定文	蒋伯诚	董绍静	鲍家駸

常务编委：(按姓氏笔划为序)

孙文心	刘儒勋	吴江航	何延才	金时懋	徐国华
蒋伯诚					

执行主编：徐国华

编辑部成员：蒋伯诚 张锁春 张立存 张志杰 周春生  
杜慧娟 陈吉斌

## 代 序

为促进我国科学与工程计算事业的发展，1988年7月，中国核学会计算物理学会在青岛举办了全国计算物理学术研讨会。会议期间，经有关专家商议，决定出版一套《科学与工程计算丛书》，得到了许多著名科学家的热情关心和支持。经过两年多的筹备，正式开始了这套丛书的编辑出版工作。

计算机是一种延伸、强化人的思维的工具。当世界上第一台计算机ENIAC诞生时，冯·诺伊曼就预言这一新工具所拥有的巨大潜力和对人类社会的深远影响。在过去的40多年里，计算机迅猛发展，其应用范围从国防尖端部门扩大到科学技术和国民经济建设的各个领域，计算机已经给人类社会带来了一场深刻的技术革命，计算机的发展和计算方法的进步极大地提高了人们的计算能力，从而引起了科学方法论上的巨大变革，使计算成为科学研究的第三手段，对研究的定量化起到了特殊重要的作用。“实验、理论、计算”三位一体是现代科学研究的基本模式，三者既相对独立，又互相补充，互相依赖。人们在计算机上可充分利用数值计算来模拟现实世界的各种过程，部分替代实验或作为实验的补充，检验理论模型的正确性，尤其是还能呈现现实生活中无法重复或无法进行实验的现象，或模拟耗资巨大的实验工程，探索新的奥秘。由于有了计算这一强有力的手段，大大增强了人们科学研究的能力，促进了不同学科之间的交叉渗透，缩短了基础研究到应用开发的过程，加速了把科学技术转化为生产力的进程。

在计算机的发展和数值计算的广泛应用的推动下，科学与工

程计算（简称科学计算）作为一门工具性、方法性和边缘交叉性的新学科，已经开始了自己的发展。它既包含了在各种科学与工程领域中逐步发展起来的计算性学科分支，如计算数学、计算物理、计算力学、计算化学以及计算地震学等计算工程学，又包括经济科学、医学、生物学和系统科学等发展中所需要的计算理论。计算方法则是它们联系的纽带和共性的基础。科学计算就其本质而言，是要解决现代科学与工程中提出的大规模、非线性、非均匀和几何形状非规则的复杂问题，是数学理论和计算艺术的高度结合，是复杂系统的数值计算或模拟。计算机的性能与算法水平的乘积是衡量计算能力高低的指标。

我国在科学与工程计算领域已有了一支较高水平的、能打硬仗的队伍。这支队伍在我国计算机水平相对落后的条件下，以其智力优势和拼搏精神为我国的国防建设和经济建设作出了重大贡献，积累了丰富的实践经验，急需加以总结、提高、推广和交流。编写《科学与工程计算丛书》，正是为了适应这种形势的需要，它的出版将会填补我国这方面的空缺。

这套丛书是采用“众人拾柴火焰高”的集资方式创办的，由于丛书的涉及面极广，故不设主编，由常务编委轮流担任执行主编。丛书作者都是奋战在教学和科研第一线的专家学者，他们为发展我国的科技事业不辞劳苦，呕心沥血，无私奉献。谨向他们表示崇高的敬意。

可以期望，《科学与工程计算丛书》的出版发行，必将有力地推动我国科学计算事业的发展。

《科学与工程计算丛书》编委会

1990年8月

# 前 言

编写本书有三个目的：

一、计算电磁学是近 30 年来发展起来的一门新学科，国内外已有很多这方面的专著。最近几年来，电磁场的计算方法又有了新的进展，像时域有限差分法、网络模型分解法、边界元法、容差参数设计等。这些方法的基本思想大多散见于近年来的期刊和杂志，因此有必要对这些方法进行系统的归纳和整理，这是编写本书的目的之一。

二、由于计算机的不断发展和电磁工程领域中新技术的不断涌现，一些老的计算方法也有了新的发展或得到了新的应用，如变分法、谱域法、直线法、球面波展开法等。总结和介绍这些新的内容是编写本书的目的之二。

三、编写本书的主要目的还是使相关的科研人员能了解计算电磁学的最新进展，减少查阅大量科技文献的压力，并能迅速进入本学科的前沿，从而在实践中有所发明，有所创造，有所前进。

在编写本书时，我们力求叙述简练，重点突出，书中有很多内容是我们自己的成果。当今有关计算电磁学的文献浩如烟海，它们散布于数学、物理及大量的技术杂志中，即使是限于本书所介绍的内容，要全部将有关的文献列出也是不可能的，也没有这个必要。因此我们只列出了主要的参考文献，并且相信只要真正掌握了本书的内容，就会做到举一反三，触类旁通，在阅读相关的文献资料方面不致遇到太大的困难。

全书共分七章，前四章由文舸一博士执笔；第五、六章由徐



金平博士执笔；第七章由漆一宏博士执笔。

第一章用泛函分析的统一观点来介绍变分法的基本原理和方法。工程中利用变分原理或有限元法来求解实际问题的难点在于建立该问题的变分表达式，因此本章花了较多的篇幅来讨论变分逆问题，并对建立电磁场变分表达式的各种方法作了系统的概括和总结。

第二章介绍边界元法。边界元法是近年来在有限元法的基础上发展起来的一种数值方法，它的基本思想是将一个高维问题降低一维，化作低维问题，即在原求解区域的边界上来处理。这样不仅计算工作量可以减少，而且由于离散误差仅限于边界而大大提高了计算精度。本章详细地论述了边界元法的基本原理，包括边界积分方程的建立、边界元法的方法构造等，同时给出了边界元法在求解二维与三维电磁边值问题中的典型应用，本章最后还介绍了求解位场问题的复变量边界元法。

第三章介绍网络模型分解法的一般解题步骤。实践中，工程师们总是希望将一个场的问题简化成路的问题，从而可利用熟悉的电路知识来进行分析和求解。网络模型分解法的基本思想是将一个场的问题通过空间离散转化成电网络，然后把电网络分解成若干小网络，分别求解每一个小网络，最后再计及互联加以修正，将所得解连接起来即得原问题的整体解。这种化整为零的方法使得我们能凭借小的计算机来解大的科学计算问题。我们介绍了网络理论中的撕裂法，给出了两种建立电磁方程网络模型的一般程序，举例说明了网络模型分解法求解传输线与波导不连续问题的一般步骤。

第四章介绍时域有限差分法。时域有限差分法与已知的求解标量问题的差分法在本质上并无区别，不同之处在于时域有限差分法的研究对象是与时间有关的 Maxwell 方程组的两个旋度方程，这是两个矢量方程。因此时域有限差分法的研究对象是六个

特定的标量方程组。时域有限差分法不仅可用于瞬态电磁场的分析和计算，而且可用于求解稳态场问题。在这一章里，较为系统地介绍了电磁场时域有限差分法的差分格式，讨论了网格截断与吸收边界条件等问题。

第五、六章介绍直线法和谱域法。70年代初期以来，微波集成电路技术发展迅速，直线法和谱域法成为分析微波集成电路的两大主要方法。在第五章中，先叙述了直线法的一般原理，其中包括等距与不等距离散；在此基础上，以屏蔽微带线、平面谐振器等典型结构为例，介绍了如何利用直线法来分析微波集成电路结构的具体过程；最后介绍了直线法的推广与变种。谱域法是在Fourier变换域中求解边值问题的一种古老的方法，但这一方法却在近年发展起来的新型毫米波集成电路中得到了广泛而有效的应用，并成为一种主要的分析方法。在第六章中，先叙述了Helmholtz方程的谱域解、基函数的选择、谱域导抗法的一般原理，然后以标准微带线为例描述了谱域法分析微波集成电路的一般过程。本章最后一节介绍了谱域法和直线法的耦合方法及其在三维边值问题中的应用。

第七章介绍最优化方法，这一章的基本内容都是围绕容差优化而进行的。容差优化方法是70年代兴起的现代优化方法，在80年代得到了迅速发展，它是大规模集成电路，微波、毫米波集成电路，高可靠性系统设计的关键技术。本章讨论了优化中所需的灵敏度问题，对具有容差参数的优化方法进行了深入的阐述，然后结合阵列天线的优化问题说明了它的应用。本章最后一节还介绍了提高产品成品率的统计优化方法，并结合微波电路设计给出了该方法的应用范例。

本书的读者对象是应用数学、应用物理专业的高年级学生、研究生、教师和有关的科研人员。阅读本书时，要求读者具备泛函分析、数学物理方法、数值计算、电磁场理论的基础知识。

在编写本书的过程中，我们自始至终得到国防科技大学蒋伯诚教授、西安电子科技大学徐国华教授的指导和关怀，中国科学院应用数学研究所的张锁春教授给了我们诸多关心和帮助，在此一并致谢！

最后还要感谢我们的妻子袁君、许丽玉、李映红，她们对我们的写作给予了大力的支持和帮助。由于我们的学识水平有限，书中错误在所难免，敬请各位同行批评指正。

作者谨识

1992年6月

# 目 录

第一章 变分法	(1)
1.1 算子的导数	(2)
1.1.1 导数的定义	(2)
1.1.2 中值定理	(7)
1.1.3 高阶导数	(11)
1.1.4 凸泛函	(14)
1.2 变分原理	(16)
1.2.1 互补变分原理	(16)
1.2.2 场量的变分原理	(27)
1.2.3 一般算子方程的能量变分原理	(29)
1.2.4 算子本征值问题的变分原理	(30)
1.2.5 带参量算子本征值问题的变分性质	(30)
1.3 变分逆问题的一般描述	(32)
1.4 电磁场的变分表达式	(36)
1.4.1 标量波动方程	(36)
1.4.2 矢量波动方程	(38)
1.4.3 电磁本征值问题	(41)
1.4.4 用 Rumsey 反应概念建立电磁场变分 表达式	(45)
1.5 强制性边界条件与自然边界条件	(48)
1.5.1 标量波动方程	(49)
1.5.2 矢量波动方程	(52)

1.6	Rayleigh-Ritz 法	(56)
1.6.1	自伴问题	(56)
1.6.2	非自伴问题	(57)
	参考文献	(58)
第二章	边界元法	(60)
2.1	边界积分方程	(61)
2.2	边界元法的方法构造	(67)
2.3	边界单元与分片解析函数	(70)
2.4	形状函数	(72)
2.4.1	线元的形状函数	(72)
2.4.2	平面三角形元素的形状函数	(74)
2.4.3	矩形元素的形状函数	(76)
2.5	电磁场问题的边界积分方程	(79)
2.5.1	标量波动方程	(79)
2.5.2	矢量波动方程	(81)
2.5.3	非均匀各向异性媒质中的波动方程	(84)
2.6	典型应用	(87)
2.6.1	波导不连续性问题	(87)
2.6.2	金属谐振腔谐振频率的计算	(93)
2.7	奇异积分的处理	(100)
2.8	复变量边界元法	(103)
2.8.1	复变量边界积分方程	(104)
2.8.2	边界元方程	(107)
2.8.3	传输线特性阻抗的计算	(110)
2.9	赝解问题	(111)
2.9.1	赝解的性质	(114)
2.9.2	边界积分方程的等价性	(116)
2.9.3	劈尖边缘场性态与赝波数的判别方法	(118)

2.10	边界元法与其他数值方法的耦合	(120)
2.10.1	加权余量法	(121)
2.10.2	耦合理论	(123)
2.10.3	边界元与有限元的耦合——填充铁氧体波导 不连续性问题	(124)
	参考文献	(130)
<b>第三章</b>	<b>网络模型分解法</b>	(132)
3.1	二维电磁边值问题的节点模型	(133)
3.2	网络分解节点分析	(138)
3.3	传输线问题的网络模型分解法	(140)
3.4	波导不连续性的网络模型分解法	(145)
	参考文献	(150)
<b>第四章</b>	<b>时域有限差分法(FDTD)</b>	(153)
4.1	Yee 算法	(153)
4.2	数值稳定准则	(158)
4.3	数值色散	(159)
4.4	吸收边界条件	(162)
4.4.1	Engquist-Majda 吸收边界条件	(162)
4.4.2	Lindman 吸收边界条件	(165)
4.4.3	Bayliss-Turkel 吸收边界条件	(166)
4.4.4	Liao 吸收边界条件	(167)
	参考文献	(172)
<b>第五章</b>	<b>直线法</b>	(174)
5.1	直线法一般原理	(176)
5.1.1	二维 Helmholtz 方程的直线法求解	(176)
5.1.2	两侧边界条件与混合模位函数的离散	(179)
5.1.3	不等间距离散	(182)
5.1.4	三维 Helmholtz 方程的直线法求解	(185)

5.1.5	Sturm-Liouville 方程的求解 .....	(189)
5.1.6	求解耦合常微分方程组的直接方法 .....	(192)
5.2	微波平面电路的直线法分析 .....	(196)
5.2.1	多层介质基片屏蔽微带线 .....	(197)
5.2.2	平面电路谐振器和周期性结构 .....	(207)
5.3	推广与应用 .....	(216)
5.3.1	有限厚度金属条带的准平面电路 .....	(216)
5.3.2	有耗平面波导 .....	(222)
5.3.3	平面电路不连续性分析 .....	(227)
5.3.4	非理想导体边界区域上的 TM 模问题 .....	(233)
5.3.5	曲边域上二维边值问题的分析 .....	(242)
5.3.6	时域直线法 .....	(245)
	参考文献 .....	(250)
<b>第六章 谱域法</b> .....		<b>(252)</b>
6.1	谱域法原理 .....	(253)
6.1.1	Helmholtz 方程的谱域解 .....	(253)
6.1.2	平面电路结构的谱域代数方程组 .....	(254)
6.1.3	谱域中的 Galerkin 法 .....	(257)
6.1.4	基函数的选择 .....	(259)
6.1.5	谱域导抗法 .....	(261)
6.2	谱域法分析示范——微带线的全波分析 .....	(264)
6.2.1	谱域代数方程组的建立 .....	(264)
6.2.2	传播常数计算 .....	(268)
6.2.3	特性阻抗的计算 .....	(269)
6.2.4	屏蔽微带线的分析 .....	(272)
6.3	谱域法的应用 .....	(273)
6.3.1	槽线与鳍线 .....	(273)
6.3.2	共面波导、共面带线及耦合线 .....	(277)

6.3.3	耦合微带谐振器 .....	(281)
6.4	谱域直线法 .....	(287)
6.4.1	谱域直线法原理 .....	(288)
6.4.2	计算实例 .....	(295)
	参考文献 .....	(297)
第七章	最优化方法 .....	(299)
7.1	概述 .....	(299)
7.1.1	最优化设计问题 .....	(299)
7.1.2	目标函数 .....	(300)
7.2	灵敏度问题 .....	(302)
7.2.1	灵敏度的定义 .....	(302)
7.2.2	灵敏度的直接算法 .....	(303)
7.2.3	伴随网络法 .....	(305)
7.2.4	微分散射矩阵的计算 .....	(309)
7.3	minimax 优化方法 .....	(313)
7.3.1	最小 $p$ 次逼近方法 .....	(313)
7.3.2	线性规划方法 .....	(315)
7.3.3	容差参数的 minimax 优化方法 .....	(317)
7.4	统计设计方法 .....	(324)
7.4.1	引言 .....	(324)
7.4.2	计算成品率的 Monte Carlo 方法 .....	(326)
7.4.3	利用参数抽样的统计优化方法 .....	(329)
7.4.4	线性规划方法 .....	(333)
7.4.5	对可接受域的单纯形逼近 .....	(335)
7.4.6	应用 $\hat{R}$ 进行成品率的最优设计 .....	(336)
7.4.7	应用 $\hat{R}$ 进行最坏情况设计 .....	(338)
	参考文献 .....	(340)



# 第一章 变分法

变分学是一古老的课题,其中大多数问题的研究已相当深入,很难有什么新的进展.然而变分学的基本内容在自然科学的各个领域中有着十分广泛的作用并占据着十分重要的位置.众所周知,变分原理给许多物理问题提供了整体的描述,这比采用微分方程来描述物理规律更加符合实际情况.事实上,描述物理规律的微分方程是局部的,建立微分方程时常要对场函数作光滑假定,这在原则上就排除了实际情况中可能出现的大量不连续性现象,故采用微分方程来描述物理规律不如采用变分原理来得自然.

人们在研究自然界的运动规律时,常常是先建立问题的场方程(微分方程),然后再寻找相应的变分原理.一旦找到变分原理之后,往往将上述过程逆转过来,在陈述时是给出问题的变分表达式,再由它导出场方程.这种陈述方式不应看作是一种数学上的游戏,而是理论上的一个飞跃.现在有一种观点已为较多的人所接受,即一切基本物理规律只有当它存在变分原理时,也即是支配物理规律的场方程可由某一变分原理导出时,才算是完整的.因此变分原理常常作为物理各学科的逻辑出发点.

研究场方程变分原理的存在性以及怎样导出相应的变分表达式构成了所谓变分逆问题.当某一物理规律存在变分原理时,不仅意味着物理规律存在整体描述,而且也为数值计算(如有限元法)提供了基础.

在电磁工程领域内,变分法至今仍然是一种用途广泛的方法,经常出现在有关文献中.本章我们采用泛函分析的统一观点来阐