

YOUXIAOYINGLI
XINJIE

有效应力新解

邵龙潭 郭晓霞 著

0343
107



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

014040851

0343
107

要 容 内

有效应力新解

邵龙潭 郭晓霞 著

北京航空航天大学
★ 藏书 ★
图书馆

中国水利水电出版社



北航

C1728042

0343

107

128020210

内 容 提 要

本书旨在阐释有效应力的物理意义,说明有效应力是不包含孔隙流体压强作用的土骨架应力。有效应力方程表征着土体内力的平衡关系,对于饱和土和非饱和土具有统一的表达式并且恒成立。对于通常情况下的土力学问题,孔隙流体压强作用对土的变形和强度的影响可以忽略,有效应力决定土的变形和强度。根据土的变形和强度变化等效原则导出的应力不应该称为有效应力而应该称为等效应力。为了使读者更好地理解并接受这些观点,书中对某些问题,如有效应力是否是土体的真实应力、有效应力方程是否需要修正、渗透力的定义和公式、土的应力状态变量和非饱和土的有效应力、是否需要把非饱和土中的表面张力膜作为独立的相等问题做了详细的讨论。

本书适用于岩土力学和工程相关,如力学、土木、建筑、水利、水电、道路、交通、港口、海洋、冶金、石油等专业的本专科生、研究生和工程技术人员。

图书在版编目(CIP)数据

有效应力新解 / 邵龙潭, 郭晓霞著. — 北京: 中国水利水电出版社, 2014. 4
ISBN 978-7-5170-1916-9

I. ①有… II. ①邵… ②郭… III. ①有效应力—研究 IV. ①0343

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第075577号

书 名	有效应力新解
作 者	邵龙潭 郭晓霞 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (发行部)
经 售	北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	三河市鑫金马印装有限公司
规 格	184mm×260mm 16开本 6印张 142千字
版 次	2014年4月第1版 2014年4月第1次印刷
印 数	0001—1000册
定 价	18.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

序 言

种做法难以抓住土力学问题的本质。以土骨架为研究对象则相反，它可以使土力学研究变得逻辑清晰、路径简单。因为土体的强度和变形就是土骨架的强度和变形，所以研究土体的强度和变形应该以土骨架为研究对象。

科学研究的一个重要出发点是描述现象而不是描摹现象。根据土体的强度和变形确定有效应力的做法显然是试图描摹现象。因为影响土的强度和变形的因素很多，而有效应力只是其中之一。

较长时期以来，邵龙潭教授孜孜不倦地从事于土力学的研究与探索，不断有新的发现。最近我怀着十分欣喜的心情阅读到他和郭晓霞博士的新作《有效应力新解》，受到很多启发。我深知他治学严谨，特对他的新作面世表示热烈祝贺，并向广大读者推荐。

土力学这门学科是在生产和工程实践中不断完善和充实起来的。早期经验的成分占有较大的比重。随着相关学科的发展，土力学也更系统化和科学化，成为指导工程实践的一门重要学科。20 世纪 20 至 40 年代 Terzaghi 发表的一系列著作开创了土力学新的纪元。他提出的有效应力原理成为土力学中最基本和最重要的原理，并对土力学后来的发展起了很重要的作用。但是，不同学者和研究者根据其自身的认识和理解，也从不同的观点和角度对有效应力概念进行了不同的阐述。某些方面甚至存在矛盾和争议。我认为邵龙潭教授和郭晓霞博士新作的主要贡献在于以连续介质力学为基础对有效应力概念赋予了明确的物理含义，并且给出了比较科学的证明。他们将饱和土和非饱和土有效应力的概念建立在统一的理论框架之内。据此，澄清了有效应力传统观念中的一些模糊认识。特别值得指出的是提出了对渗透力计算公式的修正。相信这些研究成果对土力学的进一步研究和发展将起重要的促进作用。

林 皋

2014 年 1 月 2 日

前 言

本书旨在阐释有效应力的物理意义以及有效应力方程成立的原因。不包含孔隙流体压强作用的土骨架应力，有效应力方程表述为：对于饱和土和非饱和土具有统一的表达式并且恒成立。对于通常情况下的土力学问题，孔隙流体压强作用对土的变形和强度的影响可以忽略，有效应力决定土的变形和强度。根据土的变形和强度变化等效原则导出的应力平衡方程称为有效应力平衡方程或等效应力平衡方程。为了读者更好地理解等效应力平衡方程，本书在附录中给出了等效应力平衡方程的推导过程。

有效应力的概念和有效应力原理对于土力学具有奠基性的意义。Terzaghi 提出有效应力原理，指出有效应力等于总应力减去孔隙水压强，有效应力决定土的变形和强度。但是他没有说明原因。

为了说明有效应力的物理意义以及有效应力方程成立的原因，我们以土骨架为研究对象分析其受力。当独立地取土骨架脱离体进行内力平衡分析时，土骨架脱离体表面的应力包括两部分：一部分是孔隙流体压强作用产生的，这一部分只有正应力；另一部分是除去孔隙流体压强之外所有其他外力作用产生的。通过对脱离体内力平衡分析得到土骨架的平衡微分方程，由土骨架平衡微分方程与总应力平衡微分方程的比较可以得到总应力和不包含孔隙流体压强的所有其他外力作用产生的土骨架应力与孔隙流体压强之间的关系式。可以发现在完全饱和条件下这一关系式就是太沙基的有效应力方程。由此我们把不包含孔隙流体压强的所有其他外力作用产生的土骨架应力称为有效应力，说明了有效应力方程成立的原因以及有效应力决定土的变形和强度的条件，同时也说明了无论对饱和土还是非饱和土有效应力方程恒成立。

这意味着，用土骨架的粒间应力来解释有效应力，并且认为有效应力应根据土的变形和强度变化等效原则导出的观点不合适；Bishop 给出的非饱和土的有效应力表达式不应该被放弃，只是其系数需要修改并赋予其明确的物理意义。

将土骨架作为独立的研究对象进行内力平衡分析的一个重要理由是孔隙流体的抗剪性可以忽略，土体的强度就是土骨架的强度，土体的变形就是土骨架的变形。

我们当然可以通过对包含孔隙流体在内的土体混合体进行内力平衡分析得到总应力的平衡方程，再通过引入有效应力方程的方式得到有效应力（土骨架应力）的平衡方程（事实上 Boit 就是这样做的）。只是对于非饱和土，在没有得到有效应力方程的情况下，自然也就没有办法得到有效应力（土骨架应力）表示的平衡方程。这其实是一个思维逻辑的问题，或者说是一个处理土力学问题的思维方式问题。以土体混合体为研究对象符合人们的习惯，避开了比较复杂的土骨架和孔隙流体之间的相互作用，看起来更简单。可是这

种做法难以抓住土力学问题的本质。以土骨架为研究对象则相反，它可以使土力学研究变得逻辑清晰、路径简单。因为土体的强度和变形就是土骨架的强度和变形，所以研究土的强度和变形理当以土骨架为研究对象。

科学研究的一个重要出发点或者目的是解释现象而不是描摹现象。根据土的强度和变形确定有效应力的做法显然是试图描摹现象。因为影响土的强度和变形的因素不仅仅只是应力，或者说应力是决定土的强度和变形的因素，却不是唯一因素，所以这种试图把所有影响土的强度和变形的因素都归结到应力的做法显然是不合理的。

以土骨架为研究对象进行内力平衡分析导出平衡微分方程说起来很简单，但是在此之前却没有人这样做。虽然 Fredlund 也是分别以土骨架、孔隙水、孔隙气，还包括收缩膜（表面张力膜）为分析对象，导出平衡方程和控制土的结构平衡的应力状态变量，可是他并没有直接推导土骨架的平衡微分方程。在他的研究中，土结构包含土骨架和收缩膜，土骨架的平衡微分方程是由总应力的平衡方程与孔隙水、孔隙气以及收缩膜的平衡方程相减得到的。混合物理理论是分别以土骨架、孔隙水、孔隙气为研究对象得到各自的平衡微分方程，但是在对土骨架进行内力分析时没有区分孔隙流体压强和外力这两组不同的平衡力系。

上述研究成果解释了有效应力的物理意义，奠定了有效应力原理的理论基础，对于土力学的意义是明显的。这些研究成果包含着对传统土力学和土力学研究传统的挑战，让同行们理解和接受这些研究成果需要付出时间和努力。到目前为止土力学界并不完全了解和接受这些研究成果，主流的学术观点仍然是“饱和土的有效应力是虚拟应力，应该按照强度或者变形变化等效的原则导出”以及“对于非饱和土不存在控制其强度和变形的有效应力”。这使得作者觉得有必要更加详细地讲解和阐释有效应力和有效应力方程，并且对于传统的有关观点逐条加以辨析，以使读者能够更好地理解和把握有效应力的概念，推动饱和土与非饱和土统一的土力学理论体系的建立。这是作者出版这本书的动机。

本书中作者先简要回顾了土力学的发展历程，特别是有效应力的历史。然后介绍土体空间中点的概念、土的物理力学量的定义以及土的连续介质物质模型。接着讲述了有效应力方程的导出，其中重点讲述了土骨架脱离体的受力分析以及土骨架应力平衡方程的导出过程。之后阐述了有效应力的物理意义、土的强度和体积变形与有效应力之间的关系以及土的应力应变关系，修正了有效应力原理的表述。最后是关于有效应力传统观念的辨析，详细说

明了太沙基的有效应力方程不需要修正；有效应力是真实应力，而根据土的体积变形等效或抗剪强度等效导出的应力应称为等效应力；渗透力公式需要修改；非饱和土存在有效应力以及是否有必要把收缩膜作为独立的第4相等相关问题。

全书共3章，为了读者讨论和查阅参考文献方便，还增加了附录的内容。第1章为引言，主要介绍土力学的发展历程和有效应力的历史。第2章为有效应力的连续介质力学理论基础，主要介绍土的物理力学量的定义和土的连续介质物质模型、有效应力方程的推导过程以及有效应力的物理意义及其应用，重点在于应用连续介质力学方法重新阐释有效应力原理。第3章是相关问题的讨论。这些问题对土力学很重要，并且大都存有争议而且与有效应力或者平衡方程相关。讨论这些问题的目的是为了澄清有争议的观点，并使读者能够了解平衡方程的作用，更好地理解 and 把握有效应力的概念。

本书由邵龙潭统稿。第1章和附录由郭晓霞执笔，邵龙潭修改，第2、第3章由邵龙潭执笔，郭晓霞补充修订了图表、公式和参考文献并对全书做了审校。

书中的错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

邵龙潭

2013年11月

目 录

序言	1
前言	1
第1章 有效应力的概念及其发展历程	1
1.1 土力学发展过程简述	1
1.2 有效应力的概念和有效应力原理	1
1.3 关于有效应力的讨论和争议	3
1.4 非饱和土有效应力研究的历程	3
1.5 本书的主要内容	6
参考文献	6
第2章 有效应力的连续介质力学理论基础	8
2.1 土的连续介质物质模型	8
2.1.1 土体中的一点	8
2.1.2 土的物理力学量的定义	8
2.1.3 土的连续介质物质模型	9
2.2 有效应力方程的导出	9
2.2.1 土体总应力平衡微分方程	9
2.2.2 土骨架脱离体的受力分析	10
2.2.3 土骨架应力平衡微分方程	13
2.2.4 有效应力方程	17
2.3 有效应力的物理意义	18
2.3.1 有效应力的物理意义	18
2.3.2 土的强度和变形	18
2.3.3 土的应力应变关系	20
2.4 有效应力原理	20
2.5 小结	21
参考文献	21
第3章 关于有效应力传统观念的辨析	23
3.1 太沙基的有效应力方程是否需要修正	24
3.2 有效应力是虚拟应力还是真实应力	26
3.3 有效应力是否应该根据土的体积变形等效或者抗剪强度等效导出	27

3.4 渗透力公式	28
3.5 土的应力状态变量	33
3.6 非饱和土的有效应力	37
3.7 收缩膜是否应作为第4相	39
3.8 吸力和表面张力是否产生剪应力	42
3.9 小结	44
参考文献	45
附录1 太沙基关于有效应力的论述	46
附录1.1 太沙基关于有效应力的论述	46
附录1.2 太沙基关于有效应力的说明	46
附录2 A. W. Skempton 关于有效应力的论述	49
附录3 《非饱和土土力学》一书中关于应力状态变量导出的附录	79

第1章 有效应力的概念及其发展历程

1.1 土力学发展过程简述

人类和土打交道的的时间几乎和人类的历史一样长,然而土力学学科的发展历程却很短。有资料记载的最早有关土力学的理论研究可以追溯至18世纪70年代,1773年 Coulomb 发表有关材料强度的论文,提出了抗剪强度的库仑定律,后由 Mohr 发展和完善,建立了土的 Mohr-Coulomb 强度理论,成为土的强度和破坏理论的基础,并且为土压力计算、地基承载力和土坡稳定分析提供了理论根据。1776年库仑提出建立在滑动土楔平衡条件分析基础上的土压力理论,发展了挡土结构土压力的计算方法。1857年 Rankine 提出了建立在土体的极限平衡条件分析基础上的土压力理论。1856年 Darcy 通过室内试验提出达西渗流定律,为建立渗透理论和渗流力学奠定了基础。1885年 Boussinesq 和 1892年 Flamant 分别提出了均匀的、各向同性的半无限体表面在竖直集中力和线荷载作用下的位移和应力分布理论。20世纪初,Prandtl 根据塑性平衡的原理,研究了坚硬物体压入较软的、均匀的、各向同性材料的过程,导出了地基极限承载力公式。在此基础上, Terzaghi、Meyerhof、Vesic 和 Hansen 等分别进行了修正、补充和发展,提出了各自的地基极限承载力公式。

尽管有许多关于土力学理论的研究成果,但是在 Terzaghi 之前,这些研究是分散和不系统的。Terzaghi 对于土力学学科的建立做出了重要贡献,主要体现在两方面:一是按物理性质把土分成黏土和砂土,并把当时零散的有关土力学的定律、原理、理论等加以整理和系统化,形成土力学理论体系的基本框架;二是提出饱和土的有效应力原理并建立了土的一维固结理论。Terzaghi 在 1925 年出版的《土力学》是最早的系统论述土力学知识体系的著作。1943 年他出版了《理论土力学》,1948 年他与 Peck 合著了《工程实用土力学》,初步建立了比较完整的土力学和岩土工程的知识体系。因此, Terzaghi 被认为是土力学学科的奠基人。

Biot 在 Terzaghi 有效应力原理和固结理论的基础上,给出了土力学的基本平衡方程——Biot 固结方程。有效应力原理以及建立在有效应力原理基础上的 Biot 固结方程成为建立土力学学科的基石。在 Terzaghi 之后,土力学的主要进展体现在应力应变本构关系研究、土工结构应力应变的数值分析和非饱和土力学研究等方面。

1.2 有效应力的概念和有效应力原理

有效应力的概念是 Terzaghi 在 1936 年提出的,论述的原文见附录 1。大意是“在土



体剖面上任何一点的应力可根据作用在这点上的总主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 来计算,如果土中的孔隙是在应力 u 下被水充满,那么总主应力由两部分组成:一部分是 u ,以各方向相等的强度作用于水和固体,这一部分称作中和应力(或称孔隙水压强);另一部分为总应力 σ 和中和应力之差,即 $\sigma'_1 = \sigma_1 - u$, $\sigma'_2 = \sigma_2 - u$, $\sigma'_3 = \sigma_3 - u$,它只在土的固相中发生作用。总主应力的这一部分称为有效主应力。改变中和应力实际上并不产生体积变化,中和应力与所在应力条件下土体的破坏无关。多孔材料(如砂、黏土和混凝土)对 u 的反应似乎是不可压缩的,好像内摩擦等于零。改变应力所能测得的结果,诸如压缩变形和剪切阻力的变化,仅仅是由有效应力 σ'_1 、 σ'_2 和 σ'_3 的变化引起的^[1]。

Terzaghi 的这一段话揭示了以下几点:①习惯上,人们计算土的应力是土体的总应力;②土的总应力由有效应力和孔隙水压强两部分组成;③孔隙水压强所引起的土的体积和强度变化小到几乎观测不到,有效应力是引起土的变形和强度变化的原因。后来,土力学学者,如 Bishop、Jennings 等将 Terzaghi 的观点归纳为两方面,并称之为有效应力原理。这两方面的内容是:土体体积和剪切强度的变化完全取决于有效应力的变化;土体有效应力等于总应力与孔隙水压力之差。

在 Terzaghi 之前,人们说土体的应力一般都是指总应力,即土体总体(土骨架和孔隙流体的混合体)的应力。虽然以土体总体为分析对象计算其应力比较简单,也比较符合人们的思维习惯,但是却难以反映土体强度和变形的物理本质。原因是:形成土体结构的是土的固体骨架,土体的强度和变形其实是土骨架的强度和变形;而总应力不是土骨架应力,决定土体强度和变形的不是总应力,总应力与土体的强度和变形不存在本质上的对应关系。有效应力概念的提出和确立才使得我们有可能把握土的强度和变形的本质,建立土的强度和变形与应力之间的关系,建立土的应力应变的本构关系,进而建立和完善土力学的知识体系。

有效应力原理被认为是土力学中最重要的原理。Jennings 认为 Terzaghi 饱和土有效应力原理的正确性已不容置疑,在土力学中所展现的意义是非常重要的^[2]。Bishop 认为有效应力原理不仅在对于土体变形和强度特性的理解方面提供了满意的基础,更为实际工程设计提供了很好的基础,这一点早已被广泛接受^[3]。J. K. Mitchell 认为太沙基关于饱和土体的有效应力原理是土力学的“拱心石”^[4],亦即是石拱结构中封顶的那一块石头,可见其重要性。李广信认为“经典土力学中的太沙基一维渗流固结理论,比奥固结理论,土的排水与不排水强度及其指标,Skempton 的孔隙水压力系数,水下土体的自重应力与附加应力的计算,渗透变形,土中水的压力(扬压力与侧压力),地基的预压渗流固结,有水情况下的极限平衡法边坡的稳定分析等课题,都是建立在有效应力原理基础上的。太沙基的有效应力原理也是土力学能够成为一门独立的力学学科的标志性理论”^[5]。

虽然有效应力原理非常重要,也被大家普遍接受,但是作为土力学的基础却并非圆满无缺。首先,尽管对于饱和土,室内试验和岩土工程实践反复证明了有效应力原理的适用性和正确性,可是对于非饱和土,到目前为止尚没有大家都接受的有效应力表达式。其次, Terzaghi 提出有效应力的概念基于观察和经验,没有给出理论依据,其定义也不是很清晰。他只是提出有效应力等于总应力减去孔隙水压强以及有效应力决定土的变形和强度,却没有说明原因。这导致了到目前为止,大多数学者都认为有效应力是虚拟的物理



量,同时也使得有效应力概念和有效应力原理自提出以来一直伴随争议。

1.3 关于有效应力的讨论和争议

A. W. Skempton 通过分析土骨架颗粒间的作用力来解释有效应力^[6],原文见附录 2。在这篇重要的论文中, A. W. Skempton 根据对土体微元引起等量的体积变化或者抗剪强度等效的原则,提出了依据土体体积变形等效或者抗剪强度等效的有效应力表达式。A. W. Skempton 通过试验验证了两种等效条件下表达式的正确性,方法是通过试验观察哪一个表达式与受到总应力和孔隙水压强作用的土体体积变化有关并检验哪一个方程能够满足排水剪切强度的摩尔—库仑方程。

A. W. Skempton 的研究影响了后来的许多学者,他们均持有这样的观点,即有效应力应该是土体体积变形等效或者抗剪强度等效的等效应力。在此基础上,研究者们提出了许多不同的有效应力表达式以及修正公式,而有关这些公式的争论就一直没有停止过。

Bishop^[3]进一步地将 Skempton 体积变形等效和抗剪强度等效的等效应力表达式用一个统一的公式表达,即 $\sigma' = \sigma - ku_w$, 其中的 k 为分别对应于体积变形等效和抗剪强度等效的参数。根据该定义,有效应力是总应力和孔隙水压力的函数,该函数控制着体积变化和抗剪强度变化过程中的应力变化。Bishop 还认为“Terzaghi 的有效应力原理是方程 $\sigma' = \sigma - ku_w$ 中的 k 为 1 的特殊情况,虽然它从工程的角度来说是一种很好的近似,但是它只能是一种特殊情况,不具有一般性”。Nur A 和 Byerlee J D.^[7]同样考虑土颗粒的压缩性,给出了控制饱和土体积变化的有效应力的精确表达式 $\sigma' = \sigma - \left(1 - \frac{K}{K_s}\right)u_w$, 其中 K 和 K_s 分别为土骨架的体变模量和土颗粒的体变模量。沈珠江院士认为“Skempton 从体积变化和抗剪强度等效的角度所推导的两相介质的有效应力公式已经是完满的了,实无必要继续争论这一问题。Skempton 的研究已充分表明,有效应力应通过强度或变形等效的原则计算,像离心力一样,它并不是客观存在的一个物理量。”^[8]同时还以变形等效的有效应力为例,给出在总应力增量和孔隙压力增量作用下的体应变增量表达式,并依据变形等效的原则,进一步给出了变形等效的有效应力表达。

我们知道,按照体积变形等效或抗剪强度等效得到的等效应力一般不会相同。这意味着,体积变形等效或抗剪强度等效的“有效应力”在数值上并不会相等。A. W. Skempton 得出的“有效应力”只是一个“等效应力”,等效应力是一个虚拟的物理量,不具有普适性,也没有物理基础,把虚拟的等效应力和客观存在的有效应力等同起来是不适当的。

1.4 非饱和土有效应力研究的历程

同饱和土的有效应力原理一样重要,非饱和土有效应力的研究是非饱和土研究中最基本和最重要的,它是非饱和土的其他研究的基础和前提^[9]。对非饱和土有效应力的研究,主要可以归纳为 3 类:①单应力变量的有效应力;②用应力状态变量组合表示土的强度和变形;③从功的表达式中确定有效应力。



1. 单应力变量的有效应力

1959年, Bishop 根据土饱和状态和土干燥状态的特点, 提出了非饱和土中的有效应力公式^[10]:

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + \chi(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (1.1)$$

式中 σ'_{ij} ——有效应力;

σ_{ij} ——总应力;

u_a ——孔隙气压力;

u_w ——孔隙水压力;

$u_a - u_w$ ——基质吸力;

χ ——非饱和土有效应力参数, 它受非饱和土性质的影响, 从 0 (干土时) ~ 1 (饱和时) 变化。

从式 (1.1) 可以看出, 在 Bishop 的理论中, 核心问题是确定 χ 的值, 几十年来提出的得到 χ 的形式各种各样, 以下几种具有代表性。

(1) Bishop 假定对于某一给定的起始孔隙比来说, c' 和 φ' 与饱和度无关。于是从完全饱和试样的试验中取得 c' 和 φ' 值代入有效应力强度式解出 χ 。

(2) 沈珠江^[11]在 1963 年针对强度问题对 χ 提出如下表达式:

$$\chi = \frac{B_a - 1 + \tan \varphi_a / \tan \varphi'}{B_a - B_w} \quad (1.2)$$

式中 φ' ——饱和土的有效内摩擦角;

φ_a ——同一土体非饱和时测得的内摩擦角;

B_a 、 B_w ——孔隙气压力和孔隙水压力系数, $B_a = \Delta u_a / \Delta \sigma$, $B_w = \Delta u_w / \Delta \sigma$ 。

(3) 陈正汉^[12]推广了 Skempton 的研究方法, 在弹性理论的基础上, 导出了非饱和土的有效应力原理理论公式:

$$\sigma' = \sigma - \left(\frac{K^n}{K^m} - \frac{K^n}{K^0} \right) u_w - \left(1 - \frac{K^n}{K^m} \right) u_a \quad (1.3)$$

式中 K^0 、 K^n 、 K^m ——固体材料本身, 孔隙率等于 n 和 s_n 的同一骨架的体积压缩模量。

该公式概括了 Bishop 公式和 Skempton 公式, 饱和土的有效应力公式是其特例。

(4) Blight^[13]在 1967 年利用两个试样均为非饱和或一个饱和一个非饱和, 从强度和体变两个方面研究了 χ 值的变化特性。通过试验发现对于强度问题和体变问题 χ 值不相等, 且 χ 值可能大于 1。

确定 χ 的方法还有很多种, 但实质还是要像饱和土那样, 利用 σ'_v 确定非饱和土的强度和变形。针对非饱和土中单应力变量的有效应力, Jennings 等^[14]提出了以下质疑, 即它不能说明非饱和土在湿化过程中的湿陷现象。通过对非饱和土进行一系列固结试验, 结果表明, 在湿化过程 (即减小吸力) 中所有土样都表现出湿陷, 但用 Bishop 非饱和土有效应力公式进行计算反而得到膨胀的结果, 这与试验结果相违背。另外, 人们还发现, 饱和度与有效应力参数 χ 之间没有唯一关系。从总体上说, 非饱和土的单变量有效应力原理是借鉴饱和土中有效应力的概念, 从唯象的观点出发提出的, 它是一种宏观、直觉、经验



性的表达式^[9], 缺乏物理基础和理论依据, 不少学者也对其持怀疑态度。如包承纲^[15]明确指出, Bishop 公式“既未从理论上加以论证, 也未从试验中加以充分验证”。因此, 后来的研究者们基于 Bishop 公式的研究思路是有待商榷的。

2. 用应力状态变量组合表示土的强度和变形

因为建立非饱和土的有效应力方程很困难, 并且研究者们对在有效应力方程中出现土性参数是否合理心存疑虑, 所以人们倾向于放弃非饱和土有效应力的概念, 认为对于非饱和土不存在类似于饱和土有效应力一样的控制土体强度和变形的单一应力。

Coleman^[15]、Bishop^[13]、Blight^[13]提出了用两个独立的应力变量—净应力和基质吸力描述非饱和土的强度和变形^[9]。D. G. Fredlund 和 N. R. Morgenstern^[16]认为, 土的力学性状是由控制土的结构平衡的应力变量所控制。因此, 可用控制土的结构平衡的应力变量作为土的应力状态变量。应力状态变量是描述应力状态特征所需的非材料变量。状态变量必须与材料的物理性质无关。D. G. Fredlund 和 N. R. Morgenstern 应用连续介质力学方法, 对土体每一相进行内力平衡分析, 并且将土骨架中孔隙水形成的表面张力膜作为独立的第 4 相。根据内力平衡方程, 指出应放弃单一的有效应力概念, 控制非饱和土强度和变形的应力状态变量是 $\sigma_t - u_a$ 、 $\sigma_t - u_w$ 和 $u_a - u_w$ 3 个应力中任意两个应力的组合, 可能的组合方式为 $\sigma_t - u_w$ 和 $u_a - u_w$ 、 $\sigma_t - u_a$ 和 $u_a - u_w$ 、以及 $\sigma_t - u_a$ 和 $\sigma_t - u_w$ 。鉴于两个应力状态变量不包含材料参数, 可分开考虑净总应力和基质吸力对非饱和土的力学性质的影响, 加之 Fredlund 用 19 个零体变和零排水试验对其进行了验证, 因而这一思想被土力学界普遍接受, 成为非饱和土力学研究的基础。1993 年 Fredlund 等人在多年研究的基础上, 出版了《非饱和土力学》^[17]一书, 建立了比较完整的非饱和土力学知识体系。此后, 用双应力状态变量作为有效应力, 即认为用两个独立的变量就可以确定非饱和土的变形和强度的研究得到了迅速的发展, 并占据了非饱和土研究的主流地位。

陈正汉^[18]基于非饱和土典型体元骨架的平衡方程, 探讨了非饱和土应力变量的选择问题。指出, 非饱和土的应力状态变量有多重组合形式 (5 组以上), 不是唯一的, 大多数应力状态变量与土的孔隙率、饱和度等物理指标相关, 甚至与微观结构相关, 而有效应力只能作为其中一项, 碰到具体情况要具体分析选取。Lu^[19]认为, 应力状态变量的选择具有随意性和主观臆断性, 主要取决于研究问题的类型, 是破坏问题, 弹性问题, 还是塑性变形问题。Alonso 等^[20]对非饱和土应力状态变量的不同选择进行了评述和比较, 认为采用 Bishop 形式的应力 (有效应力) 和吸力作为两个应力变量已经是一个没有争议的选择, 并建议 Bishop 形式的有效应力应考虑非饱和土微观结构的影响, 并且这种影响可以通过采用有效饱和度得到反映^[9]。这样看来, 研究者们用土体的应力状态变量来描述其状态的方式多种多样, 所以非饱和土的强度方程、修正方法也有很多。

3. 从功的表达式中确定有效应力

赵成刚^[9]对从功的表达式中确定有效应力的方法进行了很好的总结。认为用具有普适性的能量守恒方程中的变形功对非饱和土中的应力和变形进行表述是一种更加科学的方法, 并具有坚实的理论基础。Houlsby^[21]从变形功出发, 讨论了非饱和土有效应力的原则和具体表述方式。值得注意的是, 基于变形功, 非饱和土有效应力的表达式不是唯一的。Li^[22]认识到双应力变量理论和非饱和土中有效应力的局限性, 将气体作为理想气体, 给



出的非饱和土变形功的表达式中包含了气相的影响,但在塑性变形中却未能体现出气相的影响。赵成刚等^[23]基于能量原理和功的表达式,给出了与固体骨架变形对偶的 Bishop 形式的非饱和土的有效应力,并提出了非饱和土广义有效应力原理。这一广义有效应力原理的实质是:仅用有效应力是不能唯一地确定非饱和土的变形和强度,还必须同时考虑其他广义应力的影响。例如,吸力和气相压力、相应的广义应变以及饱和度等的影响。

由非饱和土有效应力原理的发展历程可以看出,尽管近年来对非饱和土的有效应力和应力状态变量的研究比较活跃,研究者们也提出了很多相关理论,但关于非饱和土的有效应力的基本问题没有解决,即有效应力是否是真实存在的,非饱和土的有效应力是否是唯一的,更没有取得学术界的共识。

1.5 本书的主要内容

自 Terzaghi 提出有效应力原理,土力学经历了近一个世纪的发展,已经取得了巨大的进步。太沙基的有效应力原理无疑是土力学中最重要的原理。有效应力原理的物理意义是什么?对于非饱和土是不是也存在和饱和土一样的有效应力?这是本书所要回答的问题。

本书内容紧紧围绕有效应力原理展开,全书只有3章的内容。本章为引言,简要回顾了土力学的发展历程,并特别介绍了关于饱和土和非饱和土有效应力的发展历史。第2章为有效应力的连续介质力学理论基础,主要介绍土的连续介质物质模型、有效应力方程是如何得到的以及有效应力的物理意义及其应用。重点在于应用连续介质力学方法重新阐释有效应力原理:①有效应力是除孔隙水压强的所有其他外力作用产生的土骨架应力;②有效应力与总应力和孔隙流体压强之间满足有效应力方程;③当孔隙流体压强作用对土的抗剪强度和变形的影响可以忽略时,土的抗剪强度和变形由有效应力决定。第3章是关于有效应力传统观念的辨析,详细说明了为什么太沙基的有效应力方程不需要修正?为什么有效应力是真实应力而根据土的体积变形等效或者抗剪强度等效导出的应力应该称为等效应力?为什么渗透力公式需要修改?为什么非饱和土存在有效应力并且为什么应力状态变量组合的研究不再重要?以及为什么没有必要把收缩膜作为独立的第4相?这些问题对土力学很重要,并且大都存有争议。讨论这些问题的目的是为了澄清有争议的观点,并使读者能够了解平衡方程的作用,更好地理解 and 把握有效应力的概念。

参考文献

- [1] Terzaghi, K. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. Proceedings for the 1st. International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (Cambridge, MA), 1936, 1, 54-56.
- [2] Jennings J. E. B., Burland J. B. Limitations to the Use of Effective Stresses in Partly Saturated Soils [J]. Geotechnique, 1962, 12 (2): 125-144.
- [3] Bishop A. W., Blight G. E. Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils [J], Geotechnique, 1963, 13 (3): 177-197.

- [4] Mitchell J. K. Fundamentals of soil behavior [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1993.
- [5] 李广信. 关于有效应力原理的几个问题 [J]. 岩土工程学报, 2011, 33 (2): 315-320.
- [6] Skempton A. W. Effective stress in soils, concrete and rocks, pore pressure and suction in soils. Conf. organized by the British National Society of Int. Society of soil Mech. and Foundation Eng., Butterworths, London, 1961: 4-25.
- [7] Nur A., Byerlee J. D. An Exact Effective Stress Law for Elastic Deformation of Rock with Fluids [J]. J. Geophys Res, 1971, 76: 6414-6419.
- [8] 沈珠江. 关于固结理论和有效应力的讨论 [J]. 岩土工程学报, 1995, 17 (6): 118-119.
- [9] 赵成刚, 李舰, 刘艳等. 非饱和土力学中几个基本问题的探讨 [J]. 岩土力学, 2013, 34 (7): 1825-1831.
- [10] Bishop A. W. The principle of effective stress [J]. Teknisk Ukeblad, 1959, 106 (39): 113-143.
- [11] 沈珠江. 土体强度和变形理论中的有效应力原理: 水利水运专题述评第五辑 [R]. 南京: 南京水利科学研究院, 1963.
- [12] 陈正汉. 非饱和土的有效应力探讨 [J]. 岩土工程学报, 1994, 16 (3): 62-69.
- [13] Blight G. E. Effective stress, evaluation for unsaturated soils [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1967 (SM2): 125-128.
- [14] 包承纲. 非饱和土的应力应变关系和强度特性 [J]. 岩土工程学报, 1986, 8 (1): 26-31.
- [15] Coleman J D. Stress-strain relations for partly saturated soils [J]. Géotechnique, 1962, 12 (4): 348-350.
- [16] Fredlund D. G., Morgenstern N. R. Stress state variables for unsaturated soils [J]. Journal of Geotechnical Engineering Division (ASCE), 1977, 103 (5): 447-466.
- [17] Fredlund D. G., Rahardjo H. Soil Mechanics for Unsaturated Soils. JOHN WILEY & SONS, INC. 1993.
- [18] 陈正汉, 秦冰. 非饱和土的应力状态变量研究 [J]. 岩土力学, 2012, 33 (1): 1-11.
- [19] LU N. Is matric suction stress variable? [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE. 2008, 134 (7): 899-905.
- [20] Alonso E. E., Pereira J-M, Vaunat J, et. A microstructurally based effective stress for unsaturated soils [J]. Géotechnique. 2010, 60 (12): 913-925.
- [21] Houlsby G. T. The work input to an unsaturated granular material [J]. Geotechnique, 1997, 47 (1): 193-196.
- [22] Li X S. Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils [J]. Geotechnique, 2007, 57 (5): 411-422.
- [23] 赵成刚, 蔡国庆. 非饱和土广义有效应力原理 [J]. 岩土力学, 2009, 30 (11): 3233-3236.

第2章 有效应力的连续介质力学理论基础

土的典型特征是其孔隙特性和多相性。因为现阶段还没有能够直接描述真实土的特征的数学工具,所以我们必须应用连续介质力学方法定义描述土的物理力学性质的数学量并藉此来处理土力学问题。

应用连续介质力学方法分别对土骨架、孔隙水和孔隙气取脱离体进行内力分析导出土体各相的平衡微分方程,通过与总应力的平衡微分方程作比较,可以得到有效应力方程,即饱和土与非饱和土统一的有效应力表达式。由此可以揭示有效应力的物理意义,阐明有效应力和有效应力方程的理论基础。

2.1 土的连续介质物质模型

土的连续介质物质模型并不是把土变成连续介质,而是应用连续介质力学方法定义土的物理力学量,并在此基础上进行土的力学分析。要点是当我们说土体中一点,均是指以该点为中心的一定大小的空间体积内所包含的土体。该空间体积被定义为该点的代表体积,英文缩写为 REV (Representative Elementary Volume)。定义代表体积的目的是为了保证物理力学量在土体所占据的空间上的连续性。代表体积的概念早已有人提出和应用^[1],关于它的详细定义和讨论请参见参考文献 [2] 21~24 页和参考文献 [3] 2~8 页。

2.1.1 土体中的一点

如果没有代表体积的概念,那么我们说土体中一点,要么落在土骨架上,要么落在孔隙中。此时,不仅不能保证土的物理力学量的连续性,甚至没有办法定义土的物理力学量。而当引入代表体积的概念后,土体中一点的物理力学量就是该点代表体积内相应物理力学量的平均值。比如,一点的土体密度是该点代表体积内单位体积土体(土骨架和孔隙流体)质量的平均值;土骨架的密度是该点代表体积内单位体积土体土骨架质量的平均值。再比如,一点代表体积内单位面积上土体的内力称为土体应力,一点的土骨架应力则是该点代表体积内单位面积上土骨架的内力。

当考察的点连续移动时,点所对应的代表体积也连续移动。因此,土的物理力学量在土体所占据的连续空间上严格满足数学上的连续条件,连续介质力学分析方法可以直接应用于土力学。

2.1.2 土的物理力学量的定义

以土的密度的定义为例。用 V_n ($n=0, 1, 2, \dots$) 表示收敛于土体中 P 点的体积序列,设 V_n 中所包含的土骨架的质量是 M_{sn} , 孔隙液体的质量是 M_{wn} 。忽略孔隙气体的质