



普通高等教育“十二五”规划教材

PUTONG GAODENG JIAOYU "12·5" GUIHUA JIAOCAI

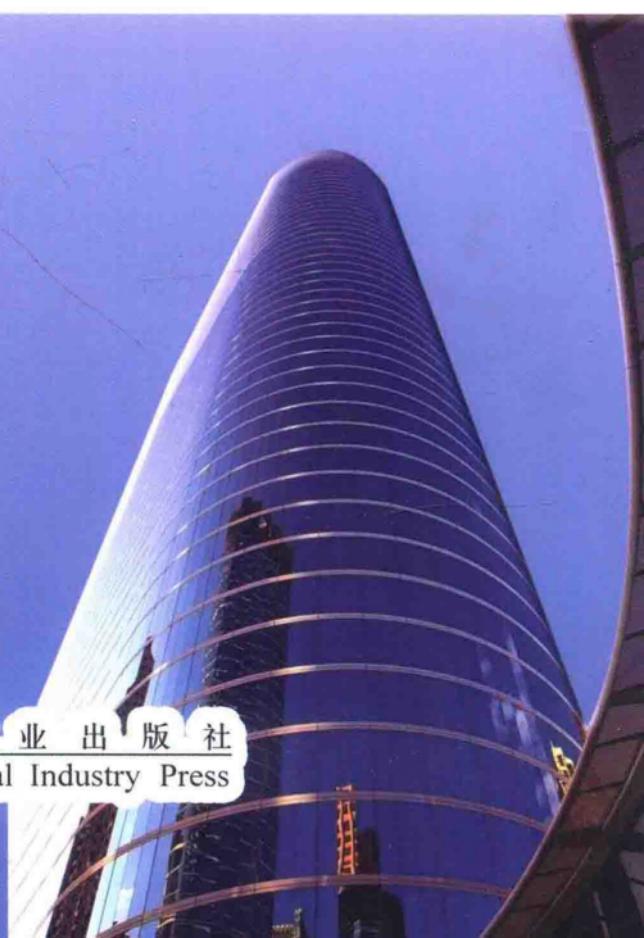
建筑力学

JIAN ZHULI XUE

主编 ◎ 杨丽珍 杨静



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press





普通高等教育“十二五”规划教材

建筑力学

主 编 杨丽珍 杨 静

副主编 赵玉霞

北京
冶金工业出版社
2014

内 容 简 介

本书共有13章,第1章静力学基本知识和受力分析;第2章平面力系的合成与平衡;第3章材料力学基础;第4章内力与内力图;第5章应力与应变;第6章强度计算;第7章刚度计算;第8章压杆稳定;第9章建筑工程结构的组成规律;第10章静定结构的内力分析;第11章静定结构位移的计算;第12章超静定结构的内力分析;第13章影响线。

本书适合高等院校本科、高职高专、高级技校、技师学院建筑类以及相关专业的基础课教材,也可作为建筑工程技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

建筑力学/杨丽珍,杨静主编. —北京:冶金工业出版社,2014.1

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5024-6523-0

I . ①建… II . ①杨… ②杨… III . ①建筑力学—高等学校—教材 IV . ①TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 006804 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjcbs@cnmip.com.cn

ISBN 978-7-5024-6523-0

冶金工业出版社出版发行;各地新华书店经销;北京明兴印务有限公司印刷

2014 年 1 月第 1 版,2014 年 1 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16; 19 印张; 461 千字; 303 页

38.00 元

冶金工业出版社投稿电话:(010)64027932 投稿信箱:tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100010) 电话:(010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

前 言

本书是结合高等院校学生实际能力和就业特点，并根据教学大纲及培养技术应用型人才的总目标来编写的。本书充分总结教学与实践经验，考虑学生的知识水平和能力特点，本着深入浅出的原则体现力学课程的特色，理论推导从简，加强与实际工程的联系，着重基本理论的应用，把培养学生解决实际问题的能力放在首位。教学内容以“必需、够用”为度，突出实训、实例教学，紧跟时代和行业发展步伐，力求体现应用型本科教育注重职业能力培养的特点。

本书中力求概念准确清楚，理论推导简明扼要，突出重点，讲透难点，着重讲清解题思路与解题方法。本书特点是增大了例题和习题量，以此加深学生对基本概念的理解和解题的熟练。以提高学生综合应用理论和分析问题的基本素质。

本书由甘肃建筑职业技术学院杨丽珍、杨静担任主编，赵玉霞担任副主编。

由于作者水平所限，书中不妥之处，恳请读者批评指正。

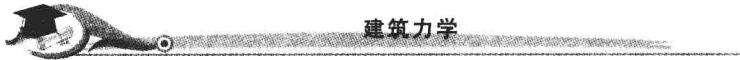
编者

2013.11



目 录

绪论	(1)
0.1 建筑力学的研究对象	(1)
0.2 建筑力学的主要任务	(2)
0.3 建筑力学的基本内容	(3)
0.4 荷载的分类	(4)
1 静力学基本知识和受力分析	(5)
1.1 静力学基本概念	(5)
1.2 静力学基本公理	(7)
1.3 力的投影	(9)
1.4 力矩	(11)
1.5 力偶及力偶矩	(13)
1.6 约束与约束反力	(17)
1.7 平面杆件结构的简化	(22)
1.8 受力分析与受力图	(24)
小结	(31)
2 平面力系的合成与平衡	(36)
2.1 平面汇交力系的合成与平衡	(36)
2.2 平面一般力系的合成与平衡	(39)
2.3 物体系统的平衡	(50)
小结	(53)
3 材料力学基础	(59)
3.1 变形固体及其基本假设	(59)
3.2 杆件变形的基本形式	(60)
小结	(62)



4	内力与内力图	(63)
4.1	基本概念	(63)
4.2	轴向拉压杆的内力与内力图	(64)
4.3	剪切与挤压	(67)
4.4	受扭圆轴的内力与内力图	(69)
4.5	平面弯曲梁的内力与内力图	(72)
小结	(89)
5	应力与应变	(94)
5.1	基本概念	(94)
5.2	轴向拉压杆横截面上的应力	(96)
5.3	受扭圆轴横截面上的应力	(97)
5.4	平面弯曲梁横截面上的应力	(99)
5.5	平面应力状态简介	(105)
小结	(109)
6	强度计算	(112)
6.1	工程材料的力学性质	(112)
6.2	轴向拉压杆的强度条件	(115)
6.3	受扭圆轴的强度条件及其应用	(117)
6.4	连接件的强度计算	(118)
6.5	平面弯曲梁的强度条件及其应用	(120)
6.6	强度理论简介	(123)
6.7	组合变形杆件的强度计算	(125)
6.8	提高梁弯曲强度的途径	(126)
7	刚度计算	(132)
7.1	轴向拉压杆的刚度计算	(132)
7.2	扭转圆轴的刚度计算	(134)
7.3	平面弯曲梁变形的计算	(137)
7.4	梁的刚度条件和提高梁弯曲刚度的措施	(141)
小结	(143)
8	压杆稳定	(147)
8.1	压杆稳定性概念	(147)
8.2	压杆的临界压力和临界应力	(148)



8.3	压杆稳定性的校核	(153)
8.4	提高压杆稳定性的措施	(158)
	小结	(159)
9	建筑工程结构的组成规律	(162)
9.1	平面杆件体系的几何组成分析	(162)
	小结	(168)
10	静定结构的内力分析	(170)
10.1	静定梁的内力分析	(170)
10.2	静定平面刚架的内力分析	(171)
10.3	静定平面桁架的内力分析	(175)
10.4	三铰拱的内力分析	(181)
10.5	静定组合结构的内力分析	(184)
10.6	静定结构的静力特性	(185)
	小结	(186)
11	静定结构位移的计算	(192)
11.1	结构的位移与位移计算的目的	(192)
11.2	变形体的虚功原理	(193)
11.3	结构位移计算的一般公式	(196)
11.4	荷载作用下结构位移的计算	(199)
11.5	计算梁和刚架位移的图乘法	(202)
11.6	线性变形体的三个互等定理	(208)
	小结	(210)
12	超静定结构的内力分析	(215)
12.1	超静定结构及其超静定次数	(215)
12.2	力法	(218)
12.3	位移法	(239)
12.4	超静定结构的力矩分配法	(255)
12.5	超静定结构的特性	(258)
	小结	(259)
13	影响线	(268)
13.1	影响线的概念	(268)
13.2	静力法作影响线	(269)



13.3 机动法作影响线	(276)
13.4 影响线的应用	(278)
小结	(285)
习题参考答案	(288)
参考文献	(296)



绪 论

建筑力学是研究建筑物结构设计中有关力学分析与计算问题的一门重要的技术基础课程。任何建筑物必须符合使用的需要,同时也要满足安全与经济这两个要求。因此,在对建筑物进行结构设计时,必须把力学的分析与计算放在十分重要的地位。

0.1 建筑力学的研究对象

力学是研究物体机械运动规律的学科。机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化,包括移动、转动、流动、变形、振动、波动、扩散等。机械运动是物质运动的最基本的形式。物质运动的其他形式还有热运动、电磁运动、原子及其内部的运动和化学运动等。

建筑力学主要研究建筑物或构筑物中的结构或构件。建筑物或构筑物中能够承受并传递各种外部作用的骨架称为结构,组成结构的基本部件统称为构件。任何一幢建筑物都是由许许多多的构件组合而成的。例如,一幢普通的民用楼房,通常是由板、梁、墙、柱、基础等组成的,板、梁、墙、柱、基础就是构件。建筑物在使用中会受到各种力的作用,如风力、积雪、人群、设备的质量以及各部分构件自身的质量等。这些直接作用在建筑物上的力,在工程上称为荷载。

当要进行一个建筑物结构设计时,一般的做法是:首先对建筑物进行整体结构布置,然后把建筑结构分解成一些基本构件,再逐个对这些构件进行设计。设计时,要考虑各构件在整体结构中的地位以及它们之间的联系。这样,就把一个庞大而复杂的建筑物的结构设计,转化为一些相对小的、比较简单的构件设计,然后再通过构造处理将各个构件联系起来,就构成了建筑物结构的整体。但必须指出,随着设计方案和计算方法的不同,可以是一些单个构件,也可以是由一些构件组成的构件系统。

在工程实际中,构件的形式虽然是多种多样的,但它们都分别具有某些共同的特点。为便于研究,可以根据某些主要的共同点对构件进行抽象、概括和分类。例如,根据它们的几何特征,可以将各种各样的构件归纳为如下四类:

(1) 杆件。

杆件是指纵向尺寸(长度)比横向尺寸(厚度、宽度)大得多的构件,即 $l \gg h, l \gg b$ 。如图 0-1-1 所示。

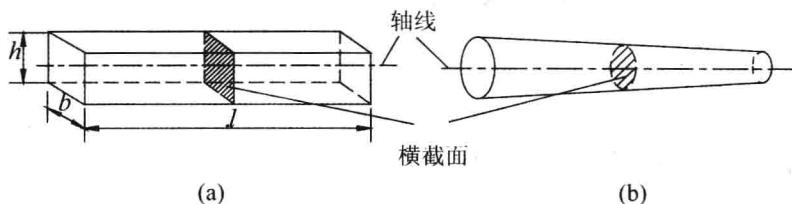


图 0-1-1



杆件有两个主要的几何因素：轴线和横截面。轴线是杆件各个横截面形心的连线。垂直于杆件轴线的截面称为横截面。根据轴线和横截面的特征，杆件又可分为等截面杆（横截面大小不改变），如图 0-1-1(a) 所示和变截面杆（沿轴线横截面大小发生改变），如图 0-1-1(b) 所示。平行于杆件轴线的截面，称为纵截面；既不平行也不垂直于杆件轴线的截面，称为斜截面，如图 0-1-2 所示。工程上常见的很多构件都可以简化为杆，如梁、柱、传动轴等，而且大多为等截面直杆。等截面杆的几何形状可以用轴线和垂直于轴线的任一图形（即横截面）来表示。

(2) 板和壳。

板和壳是宽而薄的构件，即 $l \gg t, b \gg t$ 。板件的形状可用它在厚度中间的一个面（称为中面）和垂直于该面的厚度来表示。中面是平面的称为板，中面是曲面的称为壳，如图 0-1-3 所示。这类构件在建筑物水平方向的承重构件里用得较多，如房屋的楼板、建筑物的屋顶等。

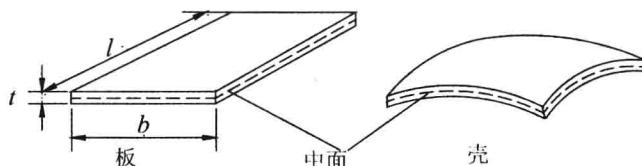


图 0-1-3

(3) 块体。

块体是指长、宽、高三个尺度大体相近，内部大多为实体的构件。例如房屋的柱基础、大坝坝体等，如图 0-1-4 所示。

任何建筑物或构筑物中的构件，都可以归结为杆、板和壳、块体这三类构件。在这三类构件中，杆件结构是建筑工程中应用最广的一种结构，因此，杆件和杆件结构是建筑力学的主要研究对象。

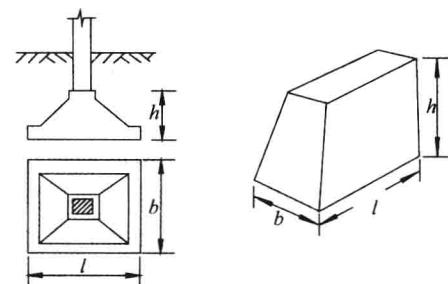


图 0-1-4

0.2 建筑力学的主要任务

在工程实际中，由于荷载的作用，构件和结构的形状和尺寸都会发生改变。构件和结构的形状、尺寸的改变称为变形。当荷载达到某一数值时，构件和结构会因变形过大而不能正常工作，甚至因为超载而破坏倒塌。因此，要确保构件和结构正常工作，必须满足三项基本条件：

(1) 应具有足够的强度。

例如，当吊车起吊重物时，吊车梁可能被弯曲断裂。因此，在设计任何构件时都要首先保



证它在荷载作用下不会发生破坏。可见,所谓强度,是指构件和结构抵抗破坏的能力。

(2) 应具有足够的刚度。

在荷载作用下,构件虽然有足够的强度不致发生破坏,但如果产生的变形过大,也会影响它的正常使用。例如,吊车梁的变形如果超过一定的限度,吊车就不能在它上面正常地行驶。因此,设计时还要保证构件的变形数值不超过它正常工作所容许的范围。因而,所谓刚度,是指构件和结构抵抗变形的能力。

(3) 应具有足够的稳定性。

例如,比较细长的中心受压杆件,或受压的薄壁结构,当压力超过某一数值时,它们会突然地改变原来的形状(中心受压杆由直变弯),改变它原来受压的工作性质,发生屈曲破坏。这种现象叫做失稳。因此,设计时还必须保证构件不会丧失稳定。所谓稳定性,是指构件保持其原有平衡形态的能力。

建筑力学就是研究各种类型构件和构件系统的强度、刚度和稳定性问题的科学。构件的强度、刚度、稳定性统称为构件的承载能力,其大小与构件的材料性质、几何形状和尺寸、受力性质、工作条件以及构造情况等有关。换句话说,构件的承载能力包括强度、刚度、稳定性三个方面。在结构设计中,如果构件的截面尺寸过小,或截面形状不合理、或材料选用不当,在外力作用下将不能满足上述要求,则结构将不安全。反之,如果构件尺寸过大,材料质量太高,虽满足了上述要求,但构件的承载能力难以充分发挥。这样,既浪费了材料,又增加了成本和质量。因此,建筑力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,以最经济的代价,为构件确定合理的形状和尺寸,选择适宜的材料,为构件和结构设计提供必要的理论基础和计算方法。

还应当指出:在具体的结构设计计算中,强度、刚度和稳定性三方面的问题,并不都是同等重要的,通常只有其中一个方面起着主要的控制作用,而其他两个方面的问题则是处于次要的地位。一般说来,强度要求是基本的,只是在某些情况下,才对构件提出刚度要求。至于稳定性问题,只有在一定受力情况下的某些构件才会出现。

此外,对于有特殊要求的构件,还要满足其他有关方面的要求。对于建筑工程中经常遇到的钢筋混凝土构件,不能容许混凝土出现裂缝,或不能容许其裂缝的宽度超过某一范围等等。

0.3 建筑力学的基本内容

建筑力学这个名词涵义较广,涉及的内容很多,通常包括理论力学、材料力学、结构力学、弹性力学、塑性力学等学科。理论力学包括静力学、运动学和动力学三部分,静力学主要研究物体在力系作用下的平衡问题;运动学从几何的观点研究物体运动的规律,如质点的运动轨迹、速度、加速度等;动力学主要研究物体的运动与物体所受作用力之间的关系。材料力学主要研究杆件的强度、刚度、稳定性。结构力学主要研究杆件系统的强度、刚度、稳定性。弹性力学主要研究板、壳和块体的强度、刚度、稳定性。塑性力学主要研究物体处于全部或局部塑性状态时的强度、刚度、稳定性。

本书主要涉及静力学、材料力学、结构力学三部分内容。

(1) 静力学。

主要研究结构中各构件与构件之间作用力的问题。建筑物都是相对于地面处于静止平



衡状态。因此,构件上所受到的各种力都要符合使物体保持平衡状态的条件。这部分内容以研究各力之间的平衡关系为主题,并将它应用到结构的受力分析中去。

(2) 材料力学。

主要研究单个构件受力后发生变形时的承载能力问题。这是在知道了各力之间的平衡关系后,进一步对构件在荷载作用下的变形大小以及会不会破坏的问题做深入讨论,为设计既安全又经济的结构、构件选择适当的材料、截面形状和尺寸,并掌握构件承载能力的计算方法。

(3) 结构力学。

以构件系统为研究对象,研究其组成规律、合理形式以及结构在外力作用下内力和变形的计算,为结构设计提供分析方法和计算公式。

在本书的三部分内容中,第一部分是建筑力学基本知识,第二、三部分则是各种构件及结构设计的理论基础。值得指出的是,实际结构往往是很复杂的。在结构设计中,想完全严格地按照结构的实际情况进行力学分析是很难做到的,也是不必要的。因此,对实际结构进行力学分析时必须做一些必要的简化,表现其主要特点,略去一些次要因素,采用一个简化了的图形来代替实际结构。这种图形叫做结构的计算简图。这个问题将在以后有关章节中通过实例来具体阐述。

0.4 荷载的分类

作用在建筑结构上的荷载可分为不同的类型:

(1) 分布荷载和集中荷载。按荷载作用的范围,可分为分布荷载和集中荷载。分布作用在体积、面积和线段上的荷载分别称为体荷载、面荷载和线荷载,并统称为分布荷载。重力属于体荷载,风、雪的压力等属于面荷载。本书中局限于研究由杆件组成的结构,可将杆件所受的分布荷载视为作用在杆件的轴线上。这样,杆件所受的分布荷载均为线荷载。如果荷载作用的范围与构件的尺寸相比十分微小,这时可认为荷载集中作用于一点,并称之为集中荷载。当以刚体为研究对象时,作用在构件上的分布荷载可用其合力(集中荷载)来代替,例如、分布的重力荷载可用作用在重心上的集中合力代替。当以变形固体为研究对象时,作用在构件上的分布荷载则不能用其集中合力来代替。

(2) 恒荷载和活荷载。按荷载作用时间的久暂可分为恒荷载和活荷载。永久作用在结构上的荷载称为恒荷载。结构的自重就是恒荷载。暂时作用在结构上的荷载称为活荷载。风、雪荷载等属于活荷载。

(3) 静荷载和动荷载。按荷载作用的性质,可分为静荷载和动荷载。由零逐渐增加到最后值的荷载称为静荷载。静荷载作用的基本特点是:荷载施加过程中,结构上各点产生的加速度不明显;荷载达到最后值以后,结构处于静止平衡状态。大小、方向随时间而改变的荷载称为动荷载。机器设备的运动部分所产生的扰力荷载属于动荷载;地震时由于地面运动在结构上产生的惯性力也属于动荷载。动荷载作用的基本特点是:由于荷载的作用,结构上各点产生明显的加速度,结构的内力和变形都随时间而发生变化。

本书主要讨论结构在静力荷载作用下的计算问题。应该指出,结构除承受荷载外,还可能受到其他外在因素的作用,如温度改变、支座位移、材料收缩等,这些因素对结构的影响将在有关章节中讨论。



1 静力学基本知识和受力分析

本章主要介绍力、力矩及力偶的概念和性质,约束与约束力的概念,物体的受力分析与受力图。这些内容是刚体静力分析的基础。通过学习,熟悉力、力偶、刚体、平衡等静力学基本概念,掌握力的分解、力的投影、力矩和力偶矩的计算方法;熟悉工程中常见的约束类型及其性质,掌握物体的受力分析方法,能熟练地画出工程结构的受力图。

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力的基本概念

1.1.1.1 力的概念

力是物体间的一种相互的机械作用。常见的作用可分为两种情形:一种是通过物体间的直接接触产生的,如相邻物体间的相互挤压、车头对车厢的牵引等;另一种是通过“场”产生的,如地球应力场作用使物体产生重力、电场作用于电荷产生的引力等。

1.1.1.2 力的作用效应

力对物体作用的效果称为力的效应,力的作用将使物体发生运动效应或变形效应。

力的运动效应,又称外效应,力的作用改变物体的运动状态,即产生加速度。力的变形效应,又称内效应,力的作用使物体发生形状和尺寸的改变。例如飞机在空中飞行,有着复杂的整体运动;同时,机翼、机身等结构自身的尺寸和形状也有微小的变化(变形),有时甚至可以看到机翼随飞机的升降而上下翘曲。这二种效应都是力作用的结果。

1.1.1.3 力的三要素

力对物体的作用效应取决于力的大小(物体间相互作用的强烈程度)、方向(包含方位和指向)和作用点(力在物体上的作用位置),简称为力的三要素。这三个要素中,有任何一个要素改变,力的作用效应就会改变。因此,在描述力时,必须表明力的三要素。

1.1.1.4 力的表示

力是矢量,矢量可用一有向线段表示,线段的长度(按一定的比例)表示力的大小;线段的方位和箭头的指向表示力的方向;线段的起点或终点表示。力的作用点,常用黑体字母 F 表示力的矢量,用普通字母 F 表示力的大小。

1.1.1.5 力的分类

力按作用方式分,有超距力和接触力两类。超距力通过场起作用,工程实践中常见的超距力为重力及电磁力;接触力通过物体间的相互接触起作用,比如物体间的压力及摩擦力等。

力按作用空间位置分,有分布力和集中力。分布力又可分为体积力和表面力;体积力作用于物体内部的各个质点,如物体的重力;表面力则作用于物体的表面,如压力。体积力和表面力的大小可以用单位体积和单位面积所受力的大小来度量,称为荷载集度,常用单位分别



为 N/m^3 和 N/m^2 。真实物体上所受的力都是分布力,但当分布力作用面积很小时,例如静止的汽车通过轮胎作用在桥面上的力,静止火车车轮作用于钢轨的力,天平刀口支承对天平臂的作用力等,为了分析计算方便,可以将分布力简化为作用于一点的合力,称为集中力,常用单位为 N。此外,若表面力作用在一个狭长的面域内,则可以简化为线力,其单位为 N/m,具体的例子在后面将进行讨论。

按力的性质分,有静力和动力。静力是缓慢地施加于物体上的力——力由零逐步增大至某一确定值后不再改变,或有变化但变化速度很慢、变化幅度很小的力。在静力作用下,物体整体保持平衡或者物体各部分产生的相对加速度可以忽略不计。动力又可分为冲击力和交变力。冲击力在很短时间内可以由零增至最大值;交变力的大小或方向随时间做周期性的改变,多次作用在物体上。

还可以按其他的方式分类,将力分为主动力,约束力(或称为被动力);外力、内力等,将在以后的章节中介绍。

本书中,用黑体字母表示矢量,用对应字母表示矢量的大小。

集中力常用大写黑体字母 F, P, W 等表示,分布力常用小写黑体字母 p, q, w 等表示。对应的表示力的大小用 F, P, W 及 p, q, w 。

1.1.2 物体的抽象与简化

力学研究中根据研究对象及目的的不同,将物体及物体系统抽象为质点、质点系、刚体、变形体等模型。

当所研究的物体的运动范围远远超过其本身的几何尺度时,物体的形状和大小对运动的影响很小,这时可以不考虑物体本身的形状和大小,并把物体的质量看作集中在一点时,就将这种物体看成只有质量而无体积的“质点”。用质点代替物体,可不考虑物体上各点之间运动状态的差别。比如研究汽车在道路上运行的速度、位移时,就可以用一个质点代替汽车。

将由若干质点组成的系统,称为质点系。例如运动中的飞机相对于其飞行轨迹可以视为质点;编队飞行的机群则可视为质点系。

实际物体受力时,其内部各点间的相对距离都要发生改变,这种改变称为位移,各点位移累加的结果,使物体的形状和尺寸改变,这种改变称为变形,并称外力作用下可发生变形的物体为可变形体。物体变形很小时,变形对物体运动和平衡的影响非常小,可以忽略不计,这时的物体便可抽象为刚体。刚体可看作是内部质点间联系是刚性的质点系,可变形体可看作是内部质点间联系是非刚性(如弹性、塑性)的质点系。

在静力学中对所研究的工程构件采用了两种基本的力学模型:刚体和可变形体。一般研究构件在外力作用下外效应问题,并且构件的变形对结论影响很小时,采用刚体模型;研究构件在外力作用下内效应问题时,采用变形体模型。

1.1.3 物体的平衡

力学中研究的运动是物体机械运动,机械运动是指随时间推移物体空间位置的变动。

物体是运动还是静止是相对而言的,因此,为了确切描述所研究物体的位置和运动,应该选择其他不变形的物体作为参考系。此外,为了定量描述物体的运动及力,还需要在参考系上取一点作为坐标原点建立坐标系。



本书中,一般取固结于地面的参考系作为惯性参考系,在参考系上建直角坐标系。当物体相对于地面保持静止状态或匀速直线运动状态时,称物体处于平衡状态。而在建筑工程中的平衡则特指的就是静止。

将作用在同一物体或物体系统上的一组力称为力系。

如果一个力系作用于某一刚体而使该刚体保持平衡状态,则该力系称为平衡力系,也称零力系。

如果作用于物体上的一个力系可以用另一个力系来代替,而不改变原力系对物体作用的运动效应,则这两个力系互为等效力系。如果一个力与一个力系等效,则此力称为该力系的合力,而组成此力系的各力称为该力系的分力。

还可以根据其他的原则,将力系分为空间力系、平面力系等。

1.2 静力学基本公理

静力学公理是人们从实践中总结出的最基本的力学规律,这些规律的正确性已为实践反复证明,是符合客观实际的。

1.2.1 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力,使刚体平衡的充分与必要条件是:这两个力大小相等、方向相反、作用线在一条直线上。

这一结论是显而易见的。如图 1-2-1 所示直杆,在杆的两端施加一对大小相等的拉力(F_1, F_2)或压力(F_1, F_2),均可使杆平衡。

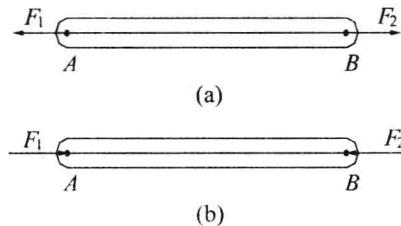


图 1-2-1

应当指出,该条件对于刚体来说是充分而且必要的;而对于变形体,该条件只是必要的而不是充分的。如柔索当受到两个等值、反向、共线的拉力时平衡而压力时就不能平衡。如图 1-2-2 所示。

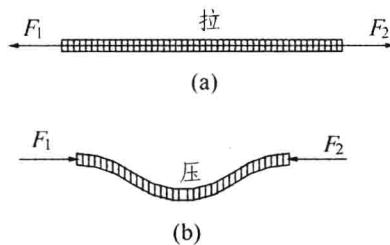


图 1-2-2



只在两个力作用下平衡的物体称为二力构件；若为杆件，则称为二力杆。根据二力平衡公理可知，作用在二力构件上的两个力，它们必通过两个力作用点的连线（与杆件的形状无关），且等值、反向，如图 1-2-3 所示。二力杆在工程实际中经常遇到，它也是一种约束。

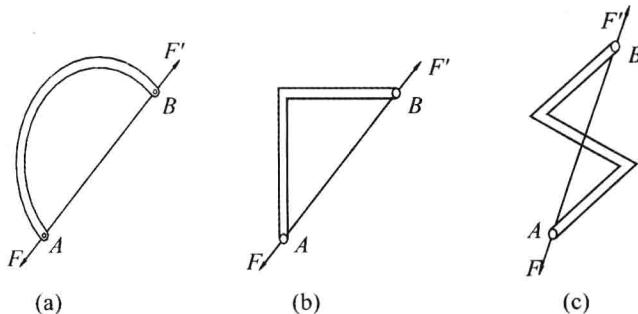


图 1-2-3

1.2.2 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的已知力系上，加上或减去任意一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效应。这是因为平衡力系不会改变刚体的运动状态，即平衡力系对刚体的运动效应等于零。这个公理是研究力系等效变换的重要依据。根据上述公理可以导出下列推理：

推理 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力，可沿其作用线移动到刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用。所以，对于刚体而言，力的三要素可改为大小、方向、作用线。利用加减平衡力系公理，很容易证明力的可传性原理。如图 1-2-4 所示，设力 F 作用于刚体上的 A 点。现在其作用线上的任意一点 B 加上一对平衡力系 F_1 、 F_2 ，并且使 $F_1 = -F_2 = F$ ，根据加减平衡力系公理可知，这样做不会改变原力 F 对刚体的作用效应，再根据二力平衡条件可知， F_2 和 F 也为平衡力系，可以撤去。所以，剩下的力 F_1 与原力 F 等效。力 F_1 即可看成为力 F 沿其作用线由 A 点移至 B 点的结果。

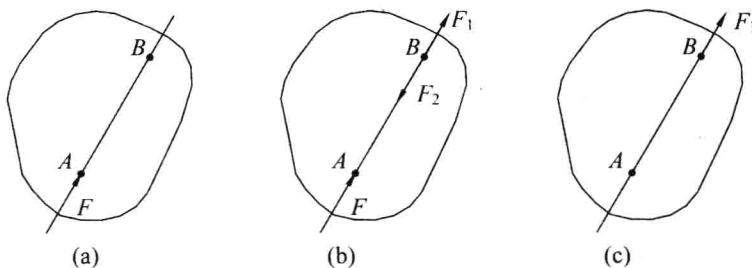


图 1-2-4

推理 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过该点（证明略）。应当指出，三力平衡汇交定理只说明了不平行的三力平衡的必要条件。

必须强调的是，加减平衡力系公理和力的可传性原理只适用于刚体而不适用于变形体。



1.2.3 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力也作用于该点,其大小和方向由以两个分力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。如图 1-2-5 所示,其矢量表达式为:

$$F_1 + F_2 = R$$

在求两共点力的合力时,为了作图方便,只需画出平行四边形的一半,即三角形便可。其方法是自任意点 O 开始,先画出一矢量 F_1 ,然后再由 F_1 的终点画另一矢量 F_2 ,最后由 O 点至力矢 F_2 的终点作一矢量 R ,它就代表 F_1 、 F_2 的合力矢。合力的作用点仍为 F_1 、 F_2 的汇交点 A 。这种作图法称为力的三角形法则。显然,若改变 F_1 、 F_2 的顺序,其结果不变,如图 1-2-6 所示。

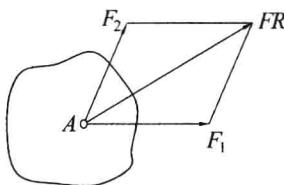


图 1-2-5

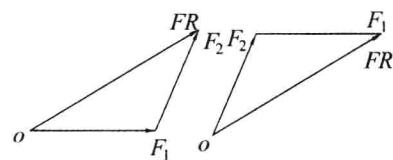


图 1-2-6

利用力的平行四边形法则,也可以把作用在物体上的一个力,分解为相交的两个分力,分力与合力作用于同一点。但是,将一个已知力分解为两个分力可得无数的解答。因为以一个力的矢量为对角线的平行四边形,可作无数个。要得出唯一的解答,必须给以限制条件。如给定两分力的方向求其大小,或给定一分力的大小和方向求另一分力,等等。实际计算中,常把一个任意力分解为方向已知且相互垂直的两个分力。

1.2.4 作用力与反作用力公理

两个物体间相互作用的一对力,总是大小相等、方向相反、作用线相同,并分别而且同时作用于这两个物体上。

这个公理概括了任何两个物体间相互作用的关系,不论物体是处于平衡状态还是运动状态,也不论物体是刚体还是变形体,该公理都普遍适用。力总是成对出现的,有作用力,必定有反作用力,两者总是同时存在,又同时消失。

需要强调的是,作用力和反作用力公理与二力平衡公理有本质的区别:作用力与反作用力是分别作用在两个不同的物体上,是不能平衡的;而二力平衡公理中的两个力则是作用在同一物体上,它们是平衡力。

1.3 力的投影

1.3.1 力在平面直角坐标轴上的投影

首先看一下力 F 在 xoy 坐标系的投影,1-3-1(a) 所示。从力 F 的起点 A 和终点 B 分别向