

Thus, the set of θ -adjacencies for a biword $\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \end{pmatrix} \in (N \times N)^n$ is

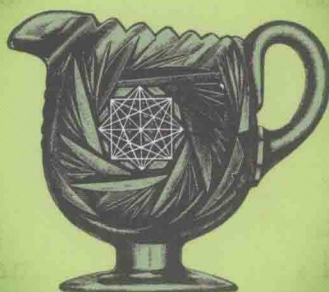
$$\theta \text{Adj} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \{k : 1 \leq k \leq n-1, a_k > a_{k+1}, b_k \leq b_{k+1}\}.$$

钱昌本 *Mathematics with*
Qian Changben (8)

教你快乐学数学 上

◎ 钱昌本 著

where X_i denotes the set of biletters $N_i \times N_0 = \left\{ \begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix} : 0 \leq k \leq i \right\}$ and where W is the homomorphism on $(N \times N)^*$ obtained by multiplicatively extending the weight $W \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} = q^i p^j$ on each $\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \in N \times N$. In view of (5) and (6), this can be accomplished by summing a sum of the form



twice; once summed over the set $T_{N \times N}$ and once summed over the set $T_{N \times N}$.

By (8), expression (9) can be simplified to

$$\sum_{n \geq 0} (-1)^n (1-t)^n z^n \sum_{i \geq a_1 > a_2 > \dots > a_n \geq 0} q^i p^j \sum_{j \geq b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n \geq 0} p^j$$

which, by Lemma 1, 数学主要地是一项青年人的游戏。它是智力运动的练习，只有具有青春与力量才能做得满意。——诺伯特·维纳

为了激励人们向前迈进，应使所给的数学问题具有一定的难度，但也不可难到高不可攀，因为望而生畏的难题必将挫伤人们继续前进的积极性。总之，适当难度的数学问题，应该成为人们揭示真理奥秘之征途中的路标，同时又是人们在问题获解后的喜悦感中的珍贵的纪念品。——大卫·希尔伯特

Summarizing, we have established that



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

$$\sum_{\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} \in T_{N_i \times N_j}} (-1)^{\theta \text{Adj} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}} (1-t)^{\theta \text{Adj} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}} W \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = J_0^{\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}}(z(1-t); q, p).$$

Thus, the set of θ -set of biletters $\mathbf{b}$ biword $\binom{v}{w} = (\mathbf{b}, \mathbf{b})$ is

$$\theta \text{Adj} \left(\binom{v}{w} \right) = \{ a_k \}$$

钱昌本 *Having Fun Learning Mathematics with Qian Changben* (8)

教你快乐学数学上

© 钱昌本 著

1079761



twice; once summed over t and once summed over the set $T_{N \times N}$.

By (8), expression (9) is

$$\sum_{n \geq 0} (-1)^n (1-t)^n z^n$$

which, by Lemma 1, 数学主要地是一项青年人的游戏。它是智力运动的练习，只有具有青春与力量才能做得满意。——诺伯特·维纳

为了激励人们向前迈进，应使所给的数学问题具有一定的难度，但也不可难到高不可攀，因为望而生畏的难题必将挫伤人们继续前进的积极性。总之，

适当难度的数学问题，应该成为人们揭示真理奥秘之征途中的路标，同时又是人们在问题获解后的喜悦感中的珍贵的纪念物。——大卫·希尔伯特

Summarizing, we have established that

哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

$$\sum_{\binom{v}{w} \in T_{N \times N}, \theta} (-1)^{\binom{v}{w}} (1-t)^{\binom{v}{w}} W \left(\binom{v}{w} \right) = \sum_{\binom{v}{w} \in T_{N \times N}, \theta} (z(1-t); q, p).$$

内 容 提 要

学数学的最好办法是“做数学”,如何使学生喜爱、擅长“做数学”并从中发展自我学习能力,是困难且诱人的课题。作者对此曾做过长期的思考和有益的探索实践,本书正是这一工作的部分反映。

全书试图通过对精选的系列问题解决过程的探究,用慢镜头的方式向读者展现问题解决的全过程及相应的思维活动,旨在让师生从“深深的题海”中求得部分解脱并卓有成效地发展学生的智能。本书与“结果简单呈现、知识严肃注入”的书籍截然不同,它注重从方法论的角度,按照科学的思维规律去处理问题解决的全过程,强调意识、直觉、形象思维在解决问题中的作用,富有启发性,充分体现认知规律。

本书可供中学生作为数学学习提高的参考书。阅读本书有助于开阔眼界、拓宽思路、提高解决问题的能力。另外,对数学教师、数学教育研究人员,本书提供了开展第二课堂的活动内容和值得探讨的课题。

图书在版编目(CIP)数据

钱昌本教你快乐学数学. 上/钱昌本著. —哈尔滨:

哈尔滨工业大学出版社, 2011. 11

ISBN 978-7-5603-3416-5

I. ①钱… II. ①钱… III. ①中学数学课—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 228475 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 王勇钢

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451-86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 787mm×960mm 1/16 印张 21.5 字数 428 千字

版 次 2011 年 10 月第 1 版 2011 年 10 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-3416-5

定 价 48.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎

社会发展和科技进步对人才培养提出了新的标准和要求。而从宏观看,数学课程内容陈旧、教本单一、教法沉闷等现状已严重影响着人才的培养。对优质教育的呼唤,迫使数学教育工作者考虑,数学应该怎么教?又应该怎么学?

在第24届国际数学家大会(北京,2002年8月)期间,数学泰斗陈省身送给“少年数学论坛”的孩子们一幅题词“数学好玩”。随后著名数学家田刚院士又对孩子们说:“陈老送给你们‘数学好玩’,我想鼓励你们‘玩好数学’,因为这是一个需要付出长期努力和勤奋的过程。”“数学好玩”也即学习数学是充满乐趣的事,有了这种乐趣,会激发学生去自觉地学习和研究数学。而“玩好数学”并非易事!“玩好”是指在数学观念、数学思想、运用数学去解决问题的能力上都达到了较高的境界。如何从学习数学中去享受“好玩”,并将“好玩”玩到“玩好”的高度呢?对此,我们不妨记住数学家哈尔莫斯(P. Holmos)的一句名言:“学习数学的唯一方法是做数学。”

这里的“做数学”绝非传统意义上的演解纯数学习题,而是指综合地、创造性地应用已学到的知识和方法去解决问题。这里的问题包括实际问题 and 源于数学内部的问题,而“解决”包括:提出问题(含猜想)、分析情境、建立模型、变换结论、绘制图表、估计误差、解释结果、用多种策略和方法去解答同一个问题、将问题收缩为特例或引申到更一般的情境等。也即“做数学”就是“问题解决”。

“问题解决”是20世纪80年代初以美国数学教育界为代表提出的一句口号。至今,这一口号已日益显示其历史的必然性和内在的合理性。“问题解决”主张“以问题解决作为学校数学教育的中心”,这与对数学知识的强调相比,表明了数学教育思想的根本转变,即将“帮助学生学会‘数学地思维’,从而提高解决问题的能力”作为数学教育的主要目标。“问题解决”的思想实质是对传统数学教育思想,特别是对“传授式”教学方法和“学用脱离”的严重倾向的直接否定。“以解决问题为中心”的宗旨是:

- (1) 让学生通过解决问题的实践去学数学;
- (2) 让学生通过解决问题的过程去认识数学的价值,并从中逐步树立起对自身数学能力的信心;
- (3) 帮助学生学会“数学地思维”,从而达到提高解决问题能力的教学最终目标。

在传统数学观和教学观的影响下,我们目前的数学教学,强调静态数学知识(数学概念、命题、算法、解题技巧等)及其获得的本身,注重对数学结果的理解、记忆、巩固和简单意义的再现,认为教学中解题的目的是“利于基本知识的消化和基本技能的强化”,从而形成单一性“数学”式练习的以机械操练为主的模式。这种静态的接受数学结果的教学制约了学生才智的发展,也无法培养起学生探究解决问题的态度和行为。为克服上述弊端,顺应时代发展潮流,二十多年来,我们对“在问题解决中去学习数学”的课题进行了一系列的探索和实践。对此,我们的做法和体会是:

- (1) 数学的教与学的本质核心是“问题解决”。
- (2) 数学教学中“问题解决”的目的。

教学中解题的目的不是追求问题的终结,而是追求解题过程本身的认知实践。为此加大解题教学在教学中的比重,创造条件让学生在“寻求思路、拟定解答方案、实现方案及回味”的过程中亲身参加认知实践,去探究未知的事物,去解决未知的问题,并从中去获取知识和发展才智。也即重过程。

(3) 解题的教与学不能停留在演示与模仿。

解题是一种高级心理活动,它与科学思维、熟练技巧、涉及知识的拥有和强烈的使用意识密切相关。而这一切决不能单凭模仿和博览下的见多识广所能解决,更不能依赖处方式的解题模式的牢记与套用。解决问题的能力不能靠“教”与“学”来简单获得,它必须在解题实践的训练中方能得到发展。也即重参与。

(4) “熟”未必生“巧”。

数学解题中的题必须少而精,以质胜量。教学应注重问题引入、解法寻求过程及相应思维活动。“熟读唐诗三百首,不会做诗也会吟”是找不到规律时不得已而为之。“熟”也未必生“巧”。“题海战术”和“大运动量训练”有百害而无一利。也即重效益。

(5) 掌握“模式”条件下处理好“套路”与“散打”的关系。

重视“模式思维”和“模式解题法”,但不必过分推崇。因为解决问题的是人,而不是方法。我们更重视“具体问题具体分析”。解题意味着从困难中寻求一条超越障碍的路,反映人天赋的活动决非囿于对模式的识记及对号入座。我们注重对学生思维的流畅性、变通性和创造性的培养。借助武术的术语,套路即基本规定(规范)动作,而散打则是在套路基础上将动作灵活应用于实战。数学解题中,对卓有成效的套路无疑应该掌握(学校的实际教学中已足够重视),而重要的是在套路纯熟的基础上,应如何注重“散打”能力的培养。也即重分析。

(6) 注重解题意识的培养。

意识是人特有的心理现象,是心理活动的高级形式。解题中的有关意识对解题起着特殊的调节作用,其表现为意识的活动使解题人在头脑中产生概念、思想和计划来指导自己的行动,使解题活动更具有目的性、方向性和预见性,从而使解题过程有效完成。解题教学必须注重对学生有关意识(知识的使用意识、深究意识、判断预测意识、变换意识等)的培养,注重“题感”的培养。也即重创造。

(7) 学以致用。

教学的目的是不是让学生牢记有关的知识和方法,而是通过学习过程在了解知识和方法的同时培养起运用它们的意识和能力,使学生善于将自己获得的知识、方法和技巧带到实际中去,直至今后当他需要完成自己所担负的职责和任务时发挥其作用。应用不能局限于数学各科间的交叉应用,而更应注重在日常

生活和科技活动中的应用。也即重应用。

(8) 解题中的精神满足感、表现欲和学习内动力的激发。

数学目前好似不那么受到学生的欢迎。原因虽复杂,但教本枯燥乏味,而教学又往往将定型教条强灌给学生,不论其是否消化就逼迫学生陷入演题机械训练,无疑是重要原因之一。是教学的扭曲扼杀了学生求知的欲望,抑制了学生才智的发展。现状必须靠教学本身的改革来转变,而解题教学的改革是关键。实践表明,“问题解决”富有挑战性,易于展示创造性,它能使学生在精神满足感并由此产生学习内动力。也即重乐学。

数学教学从概念上讲经历了三个阶段,即从“是传授知识的过程”,到“是传授知识、培养能力的过程”,又到“是传授知识、培养能力、转变态度的过程”,发展中不变的是数学教学的本质,即思维过程。认知科学和构建学习观认为,数学学习并非一个被动的知识吸收过程,而是一个主动的构建过程;数学教学不应是以教师为主的知识传授过程,而应该是以学生为主的发现过程(再发现过程),应该让学生主动去进行探索、猜测、修正等活动。而当前现行的数学教学恰恰与认识规律相违背,在教学中往往注重了“数学结果”而忽视了“数学过程”。我们的培训实践以“问题解决”作为教学核心,探索将教学从“结果教育”变为“过程教育”,变学生被动接受为参与探究。让学生通过解决问题的过程去学习数学,去认识数学,学会“数学地”思维,并逐步树立起对自身数学能力的信心,最终提高学生解决问题的能力。而教师则以示范者、咨询者、启发者、鼓励者和质疑者来体现“教学过程”活动中的主导作用。

“在问题解决中学习数学”课题的培训实验,在使数学教学从建立在“知识传授”与“例题—练习”上的传统模式向“鼓励学生积极探究”为特色的教学方式的转变上迈出了可喜的一步。事实表明:实验班学生乐学,并在思考、判断、创造和自学等能力上均获得良好的发展。实验及其成果已受到数学教育界同行的关注并引起了很大的反响,北京学知堂教育文化公司已决定将实验成果推广。可以相信,成果将在更广的范围产生影响,并对数学教学质量的提高和学生的智能发展产生显著的效益。

钱昌本

2002年10月1日

◎ 钱昌本生平简介

钱昌本(1945—2006)祖籍浙江临安,1969年毕业于北京大学,先后在西安交通大学,广东省汕头大学从事高等数学教育34年。

钱昌本生前曾是中国数学会会员,运筹学会会员,全国高等数学研究会常务理事,(原)国家教育委员会考试中心数学科命题组成员,中国数学奥林匹克(首批)高级教练员。

他长期从事高等学校概率、运筹、组合最优化等方面的教学和认知理论、数学教育测量等方向的研究工作,在几十年的高校工作中,他尽心竭力于“教学过程最优化、学生智能发展、优异人才培养、数学考试及命题”等研究工作,并取得突出成绩。发表论文30余篇,撰写出版了专著、教材、工具书共11部。他的高校数学教学改革经验引起同行的极大关注,曾多次特邀参加全国性的专业会议,就高等数学课程的改革与建设做大会专题报告,引起与会代表的关注和强烈反响。

他有关高等数学教学成果的专著《高等数学解题过程的分析与研究》(1994年,科学出版社)和《解题之道》(2004年,西安交通大学出版社)得到著名数学教育家王梓坤院士,徐利治教授,马之思教授等同行的充分肯定和很高的评价。

从1987年起曾连续七年被国家教育委员会聘请为研究生入学考试数学科命题组成员,自1987年至1995年起连续九次被国家教育委员会聘请为全国普通高等学校统一招生考试(简称高考)数学科命题组成员。他在完善国家考试工作中突出的实绩和贡献曾多次受到国家教委相关部门的肯定和表彰,并在1991,1993,1994,1995和1997年五次获国家教育委员会颁发的荣誉证书。

自1985年到2005年间,他曾先后获高等学校优秀教学成果奖校级一等奖7项(其中西安交通大学3项,汕头大学4项)、省级优秀奖2项、国家优秀奖2项(集体项目);获汕头大学优秀教材一等奖和教育教学突出贡献奖各一项。另外:

1990年获国家教育委员会科学技术进步二等奖。

1985年获陕西省人民政府授予的“陕西省优秀教师”称号。

1993年、1994年分别获广东省人民政府授予的“广东南粤教书育人优秀教师”和“广东省先进工作者”称号。

1997年获国务院颁发的政府特殊津贴。

钱昌本几十年的教学体验,对教育、教学有他自己的独到见解:

1. 教师教,学生学,共同的目的是学习者的发展和提高,而决不是各种名目纷繁的考试后的(高)分数,也不是横向比较中优于他人的排名。分数、排名仅仅是通过教与学后,学习者自身发展提高的自然结果,是人为的、主观的特定条件下的一种表征。自身发展较快、提高幅度较大,且自我感觉良好的,就是学习的成功者!尽管他的分数、排名可能不那么看好。

2. 人的智力存在差异,有时差异甚至较大。这是客观事实必须承认并尊重的。对学习智能差异的忽视和偏见往往会引发让人啼笑皆非的后果(“大家……你怎么就……”,“人家孩子……你怎么就……”),严重挫伤了孩子的自尊和自信!学校不应公布成绩的排名,应淡化横向比较,鼓励进步,肯定成绩,表扬先进,允许滞后。

3. 教学的投入问题

投入与回报不相匹配,教得累,学得苦,精力、时间、财力使用过大而收效并不理想。投入不值!

4. 学习动力问题

“理想教育”、“功利”和“奖惩”,对学习的动力都是有限的!学习是一种脑力活动,应让学习者乐意参与其中,有活动的主人翁感。

5. 人的智能发展潜力大,智能培训必须从小抓起。

学习者怀着良好的心态,在教师得法的指导下,学习的潜在能力将大的难以估量。而“从小抓起”的内涵不是提早学习后继课程,而是及早抓实力、能力的培养和开发,如:兴趣、观察力、创新精神、科学思维、科学方法、运用意识、学习的责任心与自信心、自我矫正的习惯与能力、克服困难的意志、自学的习惯、追求高效的心态等。

钱昌本虽在大学任教,但“智能培训必须从小抓起”的理念使他十分关心中小学基础教育的改革。几十年来他利用业余时间亲自实施了对青少年智育发展和能力培养的研究和实践工作,并取得很好的成绩。

钱昌本主要培训成果简介

一、课外辅导,全面丰收

钱老师从1978年暑假开始在西安组织开展数学课外小组活动,有14名初中生参加。学生在训练中,学习兴趣十分浓厚,自学能力和探究能力方面得到加强,在数学素养上有了不同程度的提高。为此在他们参加的省、市多次单科竞赛中取得了突出成绩。

1979年,课外小组的三位同学(当时上初三)被批准提前参加西安市、陕西省的高中数学竞赛与全国八省市高中数学联赛,成绩优异。在市数学竞赛中,他们分获一等奖、二等奖、三等奖,其中赵钢同学获第一名;在省数学竞赛中,两人获二等奖、一人获三等奖;在全国数学联赛中,赵钢同学获陕西赛区第一名。

1981年西安市高中数学、物理、化学单科竞赛中,原小组同学有多人参加并获得良好成绩。共获得数学竞赛一等奖一名、二等奖三名;物理竞赛一等奖二名,获得化学竞赛一等奖、二等奖、三等奖各一名。其中锁志钢同学获数学第二名,沈祖昌和林茜分别获得物理第一、二名。

1981年,课外小组同学有13人参加全国高考,11人进全国重点院校,1人进普通院校。温尔庄同学是当年全省理工类考生的第一名。他们被录取的专业大都为数学、力学、计算机软件和自动控制。此外,当年落榜的1人第二年被录取。

现在这14位同学中大多已获得了博士学位。锁志钢同学在哈佛获得博士学位后,28岁就被聘教授,不久他又获美国总统奖。

二、国际竞赛,为国争光

在工作之余,他对部分优异学生也进行过个别的训练和指导。西安八十五中女学生荆秦在参加我国第一届数学奥林匹克冬令营前曾接受钱昌本的短期指导,后来她入选国家集训队,并代表中国参加1986年华沙第27届国际奥林

匹克数学竞赛,获得银牌,她在这一届各国女选手中成绩最好,后进入北京大学,现在美国哈佛大学任教。

陕西西乡第一中学学生汪建华,在1987年初中联赛获奖后,登门拜师。此后,利用假期接受钱昌本的指导,从基础知识入手,进行数学素养方面的训练。1990年汪建华代表国家参加了在北京举行的31届国际奥林匹克数学竞赛,获得了满分金牌的好成绩。现在美国陈省身数学研究所工作。

三、国内联赛,屡创佳绩

1993年春,钱昌本应邀对广东省潮州市各校选拔的80名中小學生进行了4个月的数学培训,其中3名同学组成潮州市代表队参加在成都举行的第四届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛,在67个队中获得了团体第三名的好成绩(前两名为北京队、武汉队)。其中一位来自乡村小学的许应涛同学获得了个人第四名。

1995年春,钱昌本再次对潮州市学生进行培训,其中4名同学组成潮州市代表队组队参加在江苏金坛市举行的第五届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛,在97个参赛队中潮州市代表队获得了团体第四名(一至三名分别为武汉队、北京队和金坛队)。潮州队参赛的这四名同学分获个人奖的第5、8、12和29名。

2000年,钱昌本在北大附中汕头分校对学生培训,虽然民办学校学生的起点比较低,但在当年参加的全国初中数学联赛中,8名学生参赛,7人获省级奖。

2004年春,他第三次对潮州市30名学生进行培训,其中12名同学组成了两支潮州市(因东道主,多一个参赛队)代表队,在第九届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛总决赛上,闯入团体决赛的潮州二队一举获得亚军,潮州一队获团体第七名。参赛的12名学生共夺得4块金牌、7块银牌和1块铜牌的好成绩。

朱红 2011年11月整理

◎ 妻子的话

昌本：看到了吗？你写的书《钱昌本教你快乐学数学》即将出版啦！我双手捧着你那字迹工整的书稿、讲稿，望着你的像，耳边仿佛听到你刚退休时多次说过的话：终于可以集中精力投入到我所喜爱的事业“心动数学”上了。

不幸的是，你退休第二年，就因疾病倒下了，带着遗憾永远离开了这个世界。昌本，虽然你永远走了，但亲笔撰写的书即将实现你的遗愿，传播你的“玩数学长才智”的教育思想，让更多热爱数学的孩子们受益。

昌本，自你 20 世纪 70 年代从事高校教育工作后，就曾多次说过我们的教育不仅是给学生知识，更应该培养他们具有独立学习的能力和创造性思维的能力。教师不能把世上的知识全部教给学生，正像我们不能带领他们走遍世界的每个角落一样，但是能够把掌握知识的方法教给学生，指点他们去跨越我们尚未走过的路。

你又说儿童和少年时期与一生中的其他时期相比，智力发展最为迅速。从小去培养他们学会科学地观察、分析客观事物，挖掘智力潜能，是教学中的上策。

为了激发青少年学习兴趣、挖掘学习潜力,你在繁重的高校数学教学工作之余,忘我地开展了二十多年青少年数学教学研究和智力开发工作,直至你大咳血的前一天,你还站在“心动数学”的讲台上。你把全部生命都贡献给了你喜爱的数学教育事业。你不愧为“南粤优秀教师”、“广东省先进工作者”、“国务院政府特殊津贴”的获得者。

记得70年代,我们还在西安交通大学工作时,为了将孩子们从题海中解救出来,你利用业余时间,无偿为西安交大教工子女自愿报名的初二的孩子办了一个“玩数学试验班”。用你的教育理念和方训练他们。这些受训的初中孩子,先后有多位破例参加了本是高中生参加的西安市、陕西省数学、物理和全国八省市数学高中级联赛,均获优胜,取得前几名的好成绩。经培训后,这些孩子掌握了自学的能力,在初中阶段读完了高中数学课程,高中阶段自学了大学高等数学的主要课程。几年后,其中一人在美国哈佛大学获得博士学位后,28岁被聘为哈佛大学教授,之后又获得美国总统奖。另一名孩子高中毕业参加高考,获得陕西省理工科高考状元。该小组成员中13人参加高考,11人进全国重点院校。

你还记得在全国四、五、九共三届“华罗庚金杯”数学邀请赛中名不见经传的潮州队,先后夺得了团体第二,第三,第四名的好成绩吗?人们在诧异之中找到了答案:钱昌本是潮州队的教练员。

从此,请你传经送宝的请柬不断送来,几乎每年寒、暑假,你都没有休息。走遍了全国十多个大中城市,北上哈尔滨、南下昆明、西去乌鲁木齐……。你就像播种机,带动了一大批热衷教育改革的中小学数学教师,也培养出大批热爱数学的中小学生。记得有几次我跟随你外出讲学,偶尔也坐在课堂上“欣赏”你的“心动数学”课。虽然每次连讲两三个小时,但看着课堂上活跃的气氛,你和学生互动的场面,感觉时间过得特别快。尤其是你的得意之作,用扑克牌娴熟表演“数学魔术”,简直像一个专业魔术演员,使在场的老师、学生对神秘的结果惊叹不已,希望得到答案,你却得意地告诉大家:“这就是奇妙的数学!要想知道答案,就好好学数学吧!”幸运的是,你已将自编的这套“数学魔术”,它的操作原理及数学内涵写入这部即将出版的著作中。

在你的书包里总是放着止咳药片,你常常累的哮喘病发作,咳嗽不止。但你在课堂上总是那么兴奋,你觉得用自己的辛勤劳动换来的是孩子们在课堂上的快乐和对数学的热爱。

看到你那渐渐弯曲的背影,半夜睡觉时听到你不停的咳嗽声,我的心好痛。

唉！我现在真是一百个后悔，为什么没有强制你休息！可以告慰的是，你虽然走了，但你的数学教育理念得到了传承，你呕心沥血撰写的书即将出版。

在此，我代表你向关心你和支持这部书出版的学者、朋友表示感谢。他们是徐枢、王尚志、汪国强、吴康、陈冬生、王松浦、袁明德、叶涛、冯莹莹等，还有你的北大同学：李桦、黄玲、高戎等。

最后还要感谢哈尔滨工业大学出版社的刘培杰先生、张永芹女士，他们为这本书的出版付出了辛勤的劳动。

昌本，你安息吧！

妻 朱红

第一讲 数谜问题 // 1

第一节 算式的恢复 // 1

第二节 填数游戏 // 12

第三节 自然数数字移位问题 // 25

第四节 六位数问题 // 37

第五节 找数列中的漏项 // 46

第六节 求倒数之和为 1 的几个自然数 // 53

第二讲 四点问题 // 72

第一节 问题的提出和求解的思考 // 72

第二节 分类方式 1 下的求解实现 // 75

第三节 分类方式 2 下的求解实现 // 80

第四节 分类方式 3 下的求解实现 // 82

第五节 问题的回味和引申 // 84

第三讲 从上楼梯的走法种数谈起 // 86

第一节 上楼梯的走法种数问题 // 86

第二节 上楼问题及其引申问题的求解 // 88

第三节 铺路、排棋子、染色、分拆和售票 // 93

第四节 格图、非降路径和标数法 // 99

第五节	“上楼数”数列及其通项	//	102
第六节	斐波那契数列	//	105
第四讲 切割问题 // 111			
第一节	问题的提出	//	111
第二节	切饼和切香肠的分割问题	//	113
第三节	切西瓜分块问题的求解	//	115
第四节	关于切割问题的再思考	//	117
第五节	“带皮西瓜块”的块数问题	//	120
第六节	连平面图形周界上点划分图形的问题	//	122
第五讲 “立即疯”问题 // 131			
第一节	游戏“立即疯”	//	131
第二节	求解的思路与策略	//	132
第三节	解的搜寻	//	136
第四节	对解及解搜寻的再思考	//	140
第六讲 从围棋擂台赛比赛过程种数的计数谈起 // 145			
第一节	问题的提出	//	145
第二节	问题求解的实现	//	147
第三节	问题的引申	//	149
第四节	问题的重新另解	//	152
第五节	问题的再引申	//	157
第六节	相关问题的例	//	162
第七节	卡特兰数	//	170
第七讲 从水槽设计到等周定理 // 177			
第一节	水槽设计问题	//	177
第二节	最优水槽的设计	//	179
第三节	水槽设计问题的推广	//	182
第四节	等周长问题	//	183
第五节	等周定理应用的例	//	186

第八讲	天平称量、砝码配置和伪币鉴别	//	193
第一节	天平称量问题	//	193
第二节	砝码配置和称量的实现	//	198
第三节	伪币鉴定问题的例	//	206
第四节	伪币鉴定问题的一般情形	//	211
第九讲	取火柴游戏的制胜策略	//	219
第一节	关于一堆火柴的游戏 1	//	219
第二节	关于一堆火柴的游戏 2	//	224
第三节	关于一堆火柴的游戏 3	//	228
第四节	关于多堆火柴的游戏	//	233
第五节	对多堆火柴游戏解的再思考	//	242
第十讲	最大流、纸片剪拼、地图染色和台球反弹	//	249
第一节	最大流问题	//	249
第二节	纸片剪拼问题	//	260
第三节	平面地图染色法的计数问题	//	274
第四节	台球反弹的问题	//	283
第十一讲	滑块游戏	//	289
第一节	滑块游戏	//	289
第二节	对滑块游戏的初步感知	//	290
第三节	对滑块游戏的探究	//	292
第四节	状态的转换与分类	//	295
第五节	对状态判定的再思考	//	300
第六节	滑块游戏的推广	//	305
第十二讲	一种扑克纸牌的游戏	//	307
第一节	一种扑克纸牌的游戏	//	307
第二节	扑克纸牌游戏的解密	//	308
第三节	扑克纸牌游戏的再设计	//	313
参考文献		//	316