大学物理竞赛精选详解350题

刘家福 编

国防工业出版社
National Defense Industry Press

大学物理竞赛

精选详解350题

刘家福　编

国防工業出版社

·北京·

内 容 简 介

本书共分8章。前6章按照《理工科类大学物理课程教学基本要求》的前6个板块编写,第七章对应《基本要求》的第七、第九两个板块。前7章的每一章均由“内容精粹”“解题要术”“精选习题”及“习题详解”等四节构成,第八章为综合性习题及其详解。“内容精粹”和“解题要术”可以较好地帮助学生掌握大学物理的基本概念、原理和方法。全书共选入习题350余个,覆盖面宽,相当数量的题目难度较大,其详尽的解答能够提高学生分析问题、解决问题的能力。

本书可以作为非物理类专业大学生学习大学物理课程的学习指导书,尤其适于作为大学物理竞赛和考研参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理竞赛精选详解350题 / 刘家福编. —北京:国防工业出版社,2014.9

ISBN 978-7-118-09434-3

Ⅰ.①大… Ⅱ.①刘… Ⅲ.①物理学-高等学校-习题集 Ⅳ.①04-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第188310号

※

国防工業出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 **印张** 22¼ **字数** 408千字

2014年9月第1版第1次印刷 **印数** 1—2500册 **定价** 56.00元

国防书店:(010)88540777 发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755 发行业务:(010)88540717

前　言

大学物理是高等学校理工科非物理类各专业的一门重要基础理论课,它在培养学生思维方法、研究能力及科学素养等方面具有不可替代的作用。北京物理学会举办的大学生物理竞赛历史久、影响大,对促进学生学好物理发挥了积极的作用。根据长期的教学实践,结合对物理竞赛的多年跟踪研究,完成了本书的编写。

本书共8章。前7章的每一章均由“内容精粹”“解题要术”“精选习题”及“习题详解”构成,第八章为综合性习题及其详解,全书共选入习题350余个。其中,“内容精粹”突出重点,总结了必须掌握的基本概念、基本理论;“解题要术”突破难点,凝炼了重要的分析、解决问题的方法;所选入的试题覆盖面宽,相当数量的题目难度较大,有益于学生对大学物理课程内容的深入思考和理解;习题的详尽解答既利于学生自我检验,也利于他们能力提升。本书作为一本教学指导书,于那些对物理学抱有浓厚兴趣的学生、意欲参加大学物理竞赛的选手、准备大学物理课程考试的考研者,都具有重要的参考价值。

感谢张昌芳、刘影、王洋、刘炳灿等对编者完成书稿所给予的帮助。

书中不当之处在所难免,恳请读者批评指正。

编　者

2014年7月

目　录

第一章　力　　学

第一节　内 容 精 粹

一、质点运动学

1. 运动方程、位移、速度、加速度

质点在坐标系中的位置随时间的变化描绘出质点的轨迹曲线，该曲线方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 即质点的运动方程。由运动方程可以方便地得到质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$。

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t),\qquad \Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$$

$$\boldsymbol{v}(t)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}(t)}{\mathrm{d}t},\qquad \boldsymbol{a}(t)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}(t)}{\mathrm{d}t^2}$$

以上相互关系是普遍性的，在任意参照系及其上的任意坐标系中均成立。

2. 自然坐标系和曲线运动、圆周运动

自然坐标系建立在质点的轨迹上，选取轨迹上的一点为“原点”，选取相对原点的某一方向为“轴”的正方向，质点的位置由质点相对原点的曲线长度唯一确定，位置、位置变化、速度和加速度表示为

$$s=s(t),\qquad \Delta s=s(t+\Delta t)-s(t)$$

$$\boldsymbol{v}(t)=\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau},\quad \boldsymbol{a}(t)=\frac{\mathrm{d}^2s(t)}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$$

式中：$\boldsymbol{\tau}$、$\boldsymbol{n}$ 分别是 t 时刻质点所在位置处轨迹曲线的切向、法向单位矢量，与“轴”正方向一致的切向为 $\boldsymbol{\tau}$ 的正方向，指向曲线凹侧的法向为 $\boldsymbol{n}$ 的正方向，$\boldsymbol{\tau}$ 和 $\boldsymbol{n}$ 的大小为一个单位，但方向可以时刻改变。

圆周运动：圆周运动是曲率半径 $\rho=R=$ 常量的曲线运动。

$$v=R\omega,\quad a_\tau=R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=R\beta,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$$

式中：ω 是质点做圆周运动的角速度；β 是角加速度。

3. 直线运动

直线运动问题可以分为两个基本类型:

第一类问题:① 已知 $x = x(t)$,求 $v(t)$;

② 已知 $v = v(t)$,求 $a(t)$;

③ 已知 $x = x(t)$,求 $a(t)$。

这类问题直接通过导数求解。

第二类问题:① 已知 $a = a(t)$,求 $v(t)$、$x(t)$,则

$$v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(s)\mathrm{d}s$$

② 已知 $a = a(v)$,求 $v(t)$、$x(t)$,则

$$t = t_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}\tau}{a(\tau)}$$

先求出 $v = v(t)$,再求 $x = x(t)$。

③ 已知 $a = a(x)$,求 $v(t)$、$x(t)$,则

$$v^2 = v_0^2 + 2\int_{x_0}^{x} a(\tau)\mathrm{d}\tau,\text{求出 } v = v(x)$$

$$t = t_0 + \int_{x_0}^{x} \frac{\mathrm{d}s}{v(s)},\text{求出 } x = x(t)$$

这类问题需要积分求解,而且必须已知初始条件。

三维空间中复杂的运动是直线运动的合成,所以,求解直线运动问题是最基本的。实际上,掌握了一维运动的求解,三维运动问题也就解决了。

在圆周运动中,θ、ω、β 与此处的 x、v、a 有对等的关系,求解问题的方法一致。

4. 相对运动

设质点在S系中的位矢(位置矢量)、速度和加速度分别为:$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$;在S′系中的位矢、速度、加速度分别为:$\boldsymbol{r}'$、$\boldsymbol{v}'$、$\boldsymbol{a}'$;S′系原点 O' 相对S系原点 O 的位矢为 $\boldsymbol{r}_0$,在S系中的速度、加速度分别为 $\boldsymbol{v}_0$、$\boldsymbol{a}_0$。它们之间满足关系:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{r}_0,\quad \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}_0,\quad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0$$

这些关系也称为经典力学的伽利略变换。

二、牛顿运动定律

1. 牛顿运动定律

牛顿第一定律定义了惯性、惯性系,说明了力、运动状态改变和力的联系。

牛顿第二定律:在惯性参考系中,质量为 m 的质点受到合力 $\boldsymbol{F}$ 的作用时,产生加速度 $\boldsymbol{a}$,它们之间满足

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}=m\boldsymbol{a}$$

合力和加速度之间有因果关系,即力是原因,加速度是结果;它们之间还有瞬时性,一旦 $\boldsymbol{F}$ 存在,则产生 $\boldsymbol{a}$,一旦 $\boldsymbol{F}$ 消失,也不再有 $\boldsymbol{a}$。

牛顿第三定律:相互作用的两物体间,作用力和反作用力是同种性质的力,大小相等、方向相反、作用在同一直线上。

$$\boldsymbol{F}_{12}=-\boldsymbol{F}_{21}$$

作用力和反作用力同时存在、同时消失。

2. 牛顿力学中常见的力

万有引力和重力:质量会在空间中产生引力场,引力场之间发生相互作用,质量分别为 m_1 和 m_2 的两质点,相距为 r 时,彼此间的引力为 $F=G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$;质量为 m 的质点,在地球表面附近受到地球的引力(重力)为 $F=mg$。

压力和张力:物体间的正压力总是垂直于接触面;绳子的张力总是沿着绳子方向。

弹性力:弹簧相对原长改变 x 时,弹簧张力为 $F=-kx$。

摩擦力:滑动摩擦力 $f_k=\mu_kN$,静摩擦力 $f_s\leqslant\mu_sN$。

流体阻力:流体对在其中运动的物体产生阻力,流体阻力与多种因素有关,如流体的种类、密度、温度以及物体的形状、速度等。与物体运动速度的关系:低速时近似与速度成正比,速度较高时近似与速度平方成正比,等等。

3. 非惯性系中牛顿第二定律的变形

在惯性系中的牛顿第二定律:

$$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$$

在非惯性系中,有

$$\boldsymbol{F}+(-m\boldsymbol{a}_0)=m\boldsymbol{a}'$$

在相对于惯性系以加速度 $\boldsymbol{a}_0$ 运动的非惯性系中观察,质点产生的加速度 $\boldsymbol{a}'$ 与其质量 m 的积,等于质点所受作用力 $\boldsymbol{F}$(真实力)与惯性力($-m\boldsymbol{a}_0$,虚拟力)的合力。

三、动量守恒定律

1. 力与力的冲量

设物体受到合力 $\boldsymbol{F}(t)$ 的作用,在 $t_1\leqslant t\leqslant t_2$ 时间内,力(对物体)的冲量 $\boldsymbol{I}$ 定

义为

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t)\,\mathrm{d}t$$

冲量与过程有关,不是状态的函数,不能有 $\boldsymbol{I}(t)$。

2. 质点的动量定理

力的作用改变物体的运动状态,设 t_1、t_2 时刻物体的动量分别为 $\boldsymbol{P}_1$、$\boldsymbol{P}_2$,则物体的动量改变量就是 t_1 至 t_2 时间内,力对物体的冲量:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{P}_1$$

3. 质点系的动量定理

合外力对质点系的冲量,等于各外力对质点系的冲量的矢量和:

$$\boldsymbol{I} = \sum_i \boldsymbol{I}_i$$

质点系的总动量定义为所有质点的动量的矢量和:

$$\boldsymbol{P} = \sum_j \boldsymbol{P}_j$$

质点系内质点间的相互作用力不改变质点系的总动量,质点系总动量的改变等于合外力对质点系的冲量:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{P}_2 - \boldsymbol{P}_1$$

4. 动量守恒定律

质点受合力为零的过程中,动量保持不变;质点系受合外力为零的过程中,质点系的总动量保持不变:

$$\boldsymbol{F} \equiv 0 \Rightarrow \boldsymbol{P} \equiv \text{常矢量}$$

四、角动量守恒定律

1. 力对点的力矩

设力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点(如质点)相对某一点 O 的位矢是 $\boldsymbol{r}$,则 $\boldsymbol{F}$ 对 O 的力矩 $\boldsymbol{M}$ 定义为

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

2. 运动质点对点的角动量

设某时刻质量为 m 的质点运动动量为 $\boldsymbol{P}$、速度为 $\boldsymbol{v}$、相对某一点 O 的位矢是 $\boldsymbol{r}$,则该质点对 O 点的角动量 $\boldsymbol{L}$ 定义为

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{P} = \boldsymbol{r} \times (m\boldsymbol{v})$$

3. 角动量定理和角动量守恒定律

对某一点 O,如果质点受到力矩 $\boldsymbol{M}$ 的作用,则质点相对该点的角动量 $\boldsymbol{L}$ 发生变化,而且有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M}$$

如果质点受到的对某一点的合力矩保持为零,则质点运动相对该点的角动量保持不变:

$$\boldsymbol{M} \equiv 0 \Rightarrow \boldsymbol{L} \equiv \text{常矢量}$$

角动量定理和角动量守恒定律对质点系同样适用。在质点系情况下,$\boldsymbol{M}$ 是质点系受到的相对某一点的合外力矩(是外力力矩的矢量和,而不是合外力之力矩,下同),$\boldsymbol{L}$ 是质点系相对该点的总角动量。质点系内部相互作用力的力矩矢量和为零。

五、质心和质心参考系

1. 质心

对质点系或质量连续分布的物体(可以是几个物体),定义其质心位矢 $\boldsymbol{r}_C$ 为

$$\boldsymbol{r}_C = \frac{\sum\limits_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum\limits_i m_i} \quad \text{或} \quad \boldsymbol{r}_C = \frac{\int \boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m}$$

地面附近质量分布范围不是太大的系统,其质心与重心重合。

2. 质心运动定理

合外力 $\boldsymbol{F}$ 作用在总质量为 m 的质点系上,引起质点系运动状态发生变化。相应地,质心运动状态发生变化。质心的运动相当于质量为 m 的质点受到力 $\boldsymbol{F}$ 的作用。

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}_C$$

如果 $\boldsymbol{F} \equiv 0$,则 $\boldsymbol{v}_C \equiv$ 常矢量或 $\boldsymbol{v}_C \equiv 0$。

3. 质心系

质心系:质点的质心在其中静止的平动参考系。

在质心系中,质点系的总动量恒为零:

$$\boldsymbol{P} = 0$$

所以,质心系也称为零动量参考系。

在质心系中,质点系所受外力对质心的合力矩等于质点系对质心的角动量

的变化率。

在质心系中,当质点系所受外力对质心的合力矩恒等于零时,质点系对质心的角动量守恒,而不强求质心系一定是惯性系。

六、机械能守恒定律

1. 力的功和动能定理

力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点(如质点)发生位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 时,作功为

$$\mathrm{d}A = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

在有限的过程中,质点由状态 a 运动到状态 b,力 $\boldsymbol{F}$ 作功为

$$A_{ab} = \int_a^b \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

力的功与质点运动过程有关。

合力的功等于各分力的功的代数和。

质点的动能定理:质点从状态 a 变化到状态 b 的过程中,质点动能的增加量等于外力作功,即

$$A_{ab} = E_{kb} - E_{ka}$$

质点系的动能定理:质点系从状态 a 变化到状态 b 的过程中,质点系总动能的增加量等于外力作功和质点间内力作功的和,即

$$A_{外ab} + A_{内ab} = E_{kb} - E_{ka}$$

2. 保守力的功与势能

作功只与状态的变化有关,而与过程无关的力,称为保守力:

$$\oint \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0$$

定义状态函数——势能,使得在过程 $a \to b$ 中,保守力的功等于系统势能的减少量:

$$A_{保ab} = E_{pa} - E_{pb}$$

引力势能(取 $r = \infty$ 处为势能零点):

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

重力势能(取地面上方 $y = a$ 处为势能零点):

$$E_p = mg(y - a)$$

弹性势能（取弹簧相对于原长其长度改变为 x_0 时势能为零）：

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx_0^2$$

由势能求保守力：

$$F_l = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}l}$$

3. 功能原理

质点系从状态 a 变化到状态 b 的过程中，质点系机械能的增加量等于外力作功和质点间非保守内力作功的和，即

$$A_{外ab} + A_{非保守内ab} = E_b - E_a$$

4. 机械能守恒定律

在一过程中，如果外力不作功（$A_{外} \equiv 0$），也没有非保守内力作功（$A_{非保守内} \equiv 0$），则系统的机械能保持不变：

$$E \equiv 常量$$

七、质点在有心力场中的运动

1. 有心力场中质点轨迹的微分方程

以力心为原点建立平面极坐标系，设质量为 m 的质点受到的力为 $F(r)$，则质点运动的径向微分方程为

$$m\left(\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} - r\omega^2\right) = F(r)$$

式中：$\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ 是质点位矢的旋转角速度。

质点的角动量 L 是一个守恒量

$$L = mr\omega$$

引入新的变量 $R = 1/r$，可以得到质点运动轨迹的微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}\theta^2} + R = -\frac{m}{L^2}\frac{1}{R^2}F$$

2. 质点在万有引力作用下的运动

在力心质量为 M 的万有引力场中

$$F = -G\frac{Mm}{r^2} = -GMmR^2$$

质点轨迹的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}\theta^2} + R = G\frac{Mm^2}{L^2}$$

由此可以解出质点的轨迹为

$$r = \frac{p}{1 + e\cos(\theta - \theta_0)}$$

其中

$$p = \frac{L^2}{GMm^2} \qquad e = \sqrt{1 + \frac{2L^2E}{G^2M^2m^3}}$$

E 是系统的总机械能(是守恒量)。

当 $\theta = \theta_0$ 时,r 取得最小值,对应于轨道的近心点。如果当初建立坐标系时取力心至近心点的连线为极轴方向,即 $\theta_0 = 0$,那么质点的轨迹方程就是

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}$$

(1) 当 $E > 0$ 时,$e > 1$,质点的运动轨迹是双曲线;

(2) 当 $E = 0$ 时,$e = 1$,质点的运动轨迹是抛物线;

(3) 当 $E = -\frac{G^2M^2m^3}{2L^2}$ 时,$e = 0$,质点做圆周运动,半径为

$$r = p$$

(4) 当 $-\frac{G^2M^2m^3}{2L^2} < E < 0$ 时,$0 < e < 1$,质点的轨迹为椭圆,e 是偏心率。

质点的近心距离 $r_{\min} = \frac{p}{1 + e}$,远心距离 $r_{\max} = \frac{p}{1 - e}$;椭圆的半长轴 $a = \frac{r_{\min} + r_{\max}}{2}$,半短轴 $b = \sqrt{r_{\min}r_{\max}}$。

八、刚体的定轴转动

1. 定轴转动定律

定轴转动的刚体受到对转轴的合力矩 M 作用时,刚体的转动状态发生变化,产生角加速度 β,且

$$M = J\beta$$

2. 转动惯量

刚体对轴的转动惯量为

$$J = \sum_i m_i r_i^2 \text{或} J = \int r^2 \mathrm{d}m$$

刚体对轴的转动惯量受刚体与轴的相对位置、刚体的质量密度和总质量、刚体的形状和大小等因素的影响。这里的“轴”不一定是定轴转动的“转轴”。

平行轴定理：设总质量为 m 的刚体对过质心 C 的一轴（质心轴）的转动惯量为 J_C，另一轴与质心轴平行，相距为 d，那么刚体对该轴的转动惯量 J 为

$$J = J_C + md^2$$

垂直轴定理：设平面刚体所在平面内有两个相互垂直的轴 X 和 Y，另有一轴 Z 过它们的交点并垂直于刚体平面，则刚体对这三轴的转动惯量间满足关系

$$J_Z = J_X + J_Y$$

3. 力矩的功和动能定理

力矩的功：力作用在刚体上，使刚体转动 $\mathrm{d}\theta$ 的角度，力作功可以用力矩表示为 $\mathrm{d}A = M\mathrm{d}\theta$，称为力矩作功。在有限过程中，力矩作功为

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M\mathrm{d}\theta$$

动能定理：力改变刚体的运动状态，这体现为力矩的功与刚体转动动能的改变量相等，即

$$A = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

4. 机械能守恒定律

刚体的重力势能：

$$E_p = mgh_C$$

式中：h_C 是刚体质心（重心）相对重力势能零点的高度。

机械能守恒定律：含有刚体的系统，在运动过程中如果只有保守内力作功，则系统的机械能守恒。

如果刚体不是定轴转动，而是绕平动轴转动，则刚体动能含两部分，一部分为刚体的转动动能，另一部分为刚体的平动动能。

5. 角动量守恒

定轴转动的刚体，如果所受合外力矩 $M \equiv 0$，则刚体对转轴的角动量 $L = (J\omega) \equiv$ 常量。

设一轴过刚体质心（质心轴），刚体对该轴的角动量为 J_C；另有一轴，与质心轴平行，质心对该轴的角动量为 J_0。那么，刚体对该轴的角动量，等于 J_C 与 J_0