

丛书主编 马德高

spark 星火·燎原

大学数学 公式定理手册

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

高等
数学

延边大学出版社

spark® 星火·燎原

大学数学 公式定理手册

本册主编 彭 辉

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

高等
数学

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学数学公式定理手册. 1, 高等数学 / 马德高主编
—延吉: 延边大学出版社, 2010.6
ISBN 978-7-5634-3210-3

I. ①大… II. ①马… III. ①高等数学—公式(数学)
—高等学校—教学参考资料②高等数学—定理(数学)
—高等学校—教学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 072910 号

大学数学公式定理手册

主编:马德高

责任编辑:赵立才

出版发行:延边大学出版社

社址:吉林省延吉市公园路 977 号 邮编:133002

网址:<http://www.ydcbs.com>

E-mail:ydcbs@ydcbs.com

电话:0433-2732435 传真:0433-2732434

印刷:桓台县方正印务有限公司

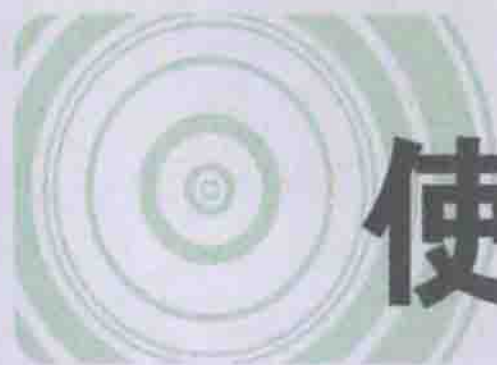
开本:880×1230 1/64

印张:14.5 字数:760 千字

版次:2010 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 978-7-5634-3210-3

定价:28.20 元



使用说明

【品 名】 大学数学公式定理手册(高等数学)

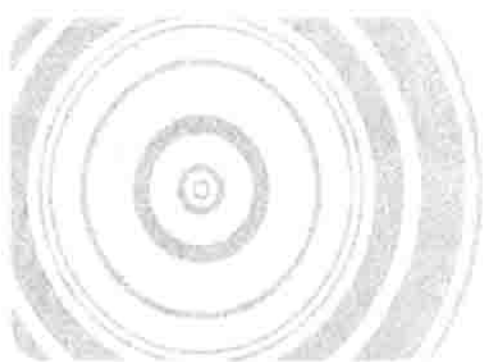
【主要成分】 教材基础知识+重点难点点拨+规律技巧方法

【成分分析】 完全依照大学课程教学要求进行编写,汇集经典版本的精华,囊括了《高等数学》中所有概念、公式、定理、解题方法以及在使用时要注意的问题,并精选典型例题帮助理解和记忆。灵活运用图表、网络图等形式使知识更条理化、明晰化。名师点拨重点难点,举重若轻,化难为易。规律方法科学实用,能让读者举一反三,触类旁通。

【适用人群】

1. 想在极短时间内迅速记忆检索《高等数学》全部知识的同学。
2. 感觉许多公式都知道,但实用起来困难重重的同学。
3. 虽“众里寻她千百度”,蓦然回首,依旧找不到学习诀窍的同学。
4. 想快速复习教材知识的同学。

- 【主要功能】**
1. 能让读者快速系统地梳理《高等数学》的基本知识和重点难点。
 2. 能让读者系统地掌握学习方法、规律、技巧。
 3. 能让读者在极短时间内快速提升知识运用能力。
- 【产品特点】** 易学,易记,易读,易用。
- 【用法用量】** 随时随地学习,利用有限时间合理安排学习。少则几分钟,多则几小时,可重复使用,无毒副作用。
- 【贮 藏】** 随身携带
- 【禁 忌】** 固执地认为只有死记硬背就能学好数学的同学慎用。



目录

| | |
|----------------------------|----|
| 第一章 函数与极限 | 1 |
| § 1 映射与函数 | 2 |
| § 2 数列的极限 | 9 |
| § 3 函数的极限 | 12 |
| § 4 无穷小与无穷大 | 14 |
| § 5 极限运算法则 | 16 |
| § 6 极限存在准则 两个重要极限 | 18 |
| § 7 无穷小的比较 | 25 |
| § 8 函数的连续性与间断点 | 27 |
| § 9 连续函数的运算与初等函数的连续性 | 31 |
| § 10 闭区间上连续函数的性质 | 32 |
| 第二章 导数与微分 | 35 |
| § 1 导数的概念 | 36 |
| § 2 函数的求导法则 | 42 |

| | | |
|-----|-----------------------------------|----|
| § 3 | 高阶导数 | 46 |
| § 4 | 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 相关变化率 | 49 |
| § 5 | 函数的微分 | 52 |

第三章 微分中值定理与导数的应用 59

| | | |
|-----|---------------------|----|
| § 1 | 微分中值定理 | 59 |
| § 2 | 洛必达法则 | 65 |
| § 3 | 泰勒公式 | 70 |
| § 4 | 函数的单调性与曲线的凹凸性 | 76 |
| § 5 | 函数的极值与最大值最小值 | 81 |
| § 6 | 函数图形的描绘 | 87 |
| § 7 | 曲 率 | 91 |
| § 8 | 方程的近似解 | 93 |

第四章 不定积分 96

| | | |
|-----|------------------|-----|
| § 1 | 不定积分的概念与性质 | 97 |
| § 2 | 换元积分法 | 99 |
| § 3 | 分部积分法 | 107 |
| § 4 | 有理函数的积分 | 112 |

| | |
|--------------------------------|------------|
| 第五章 定积分 | 117 |
| § 1 定积分的概念与性质 | 118 |
| § 2 微积分基本公式 | 123 |
| § 3 定积分的换元法和分部积分法 | 125 |
| § 4 反常积分 | 128 |
| § 5 反常积分的审敛法 Γ 函数 | 131 |
| 第六章 定积分的应用 | 134 |
| § 1 定积分的元素法 | 134 |
| § 2 定积分在几何上的应用 | 135 |
| § 3 定积分在物理学上的应用 | 142 |
| 第七章 微分方程 | 143 |
| § 1 微分方程的基本概念 | 143 |
| § 2 可分离变量的微分方程 | 145 |
| § 3 齐次方程 | 147 |
| § 4 一阶线性微分方程 | 149 |
| § 5 可降阶的高阶微分方程 | 152 |
| § 6 高阶线性微分方程 | 154 |
| § 7 常系数齐次线性微分方程 | 157 |
| § 8 常系数非齐次线性微分方程 | 160 |

| | | |
|------|----------------|-----|
| § 9 | 欧拉方程 | 162 |
| § 10 | 常系数线性微分方程组解法举例 | 163 |

第八章 空间解析几何与向量代数 165

| | | |
|-----|-------------|-----|
| § 1 | 向量及其线性运算 | 166 |
| § 2 | 数量积 向量积 混合积 | 170 |
| § 3 | 曲面及其方程 | 173 |
| § 4 | 空间曲线及其方程 | 182 |
| § 5 | 平面及其方程 | 182 |
| § 6 | 空间直线及其方程 | 185 |

第九章 多元函数微分法及其应用 190

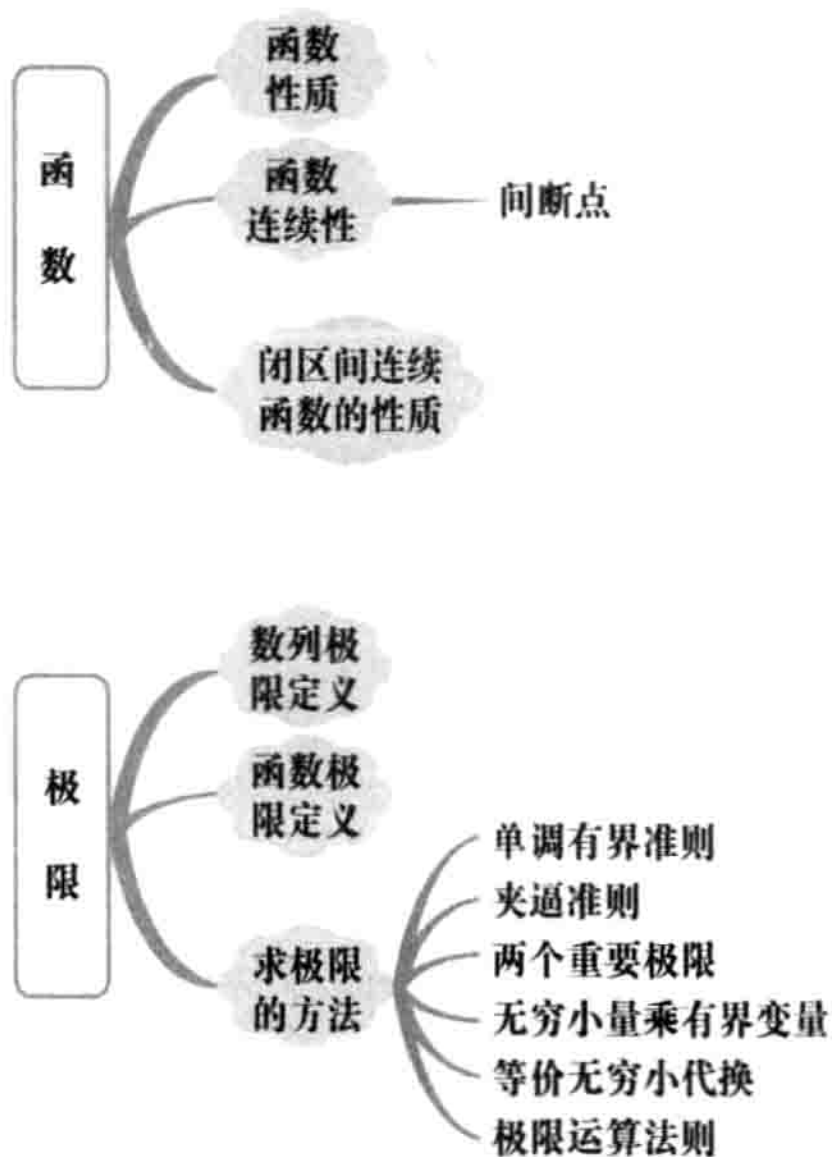
| | | |
|-----|--------------|-----|
| § 1 | 多元函数的基本概念 | 190 |
| § 2 | 偏导数 | 199 |
| § 3 | 全微分 | 203 |
| § 4 | 多元复合函数的求导法则 | 208 |
| § 5 | 隐函数的求导公式 | 212 |
| § 6 | 多元函数微分学的几何应用 | 216 |
| § 7 | 方向导数与梯度 | 218 |
| § 8 | 多元函数的极值及其求法 | 221 |

| | |
|-----------------------------|-----|
| 第十章 重积分 | 228 |
| § 1 二重积分的概念与性质 | 229 |
| § 2 二重积分的计算法 | 231 |
| § 3 三重积分 | 244 |
| § 4 重积分的应用 | 254 |
| § 5 含参变量的积分 | 259 |
| 第十一章 曲线积分与曲面积分 | 261 |
| § 1 对弧长的曲线积分 | 262 |
| § 2 对坐标的曲线积分 | 267 |
| § 3 格林公式及其应用 | 273 |
| § 4 对面积的曲面积分 | 279 |
| § 5 对坐标的曲面积分 | 284 |
| § 6 高斯公式 通量与散度 | 290 |
| § 7 斯托克斯公式 环流量与旋度 | 293 |
| 第十二章 无穷级数 | 296 |
| § 1 常数项级数的概念和性质 | 296 |
| § 2 常数项级数的审敛法 | 299 |
| § 3 幂级数 | 308 |
| § 4 函数展开成幂级数 | 312 |

| | | |
|----------------------------|-----------------------------------|------------|
| § 5 | 函数的幂级数展开式的应用 | 316 |
| § 6 | 函数项级数的一致收敛性及一致收敛级数的 基本性质 | 317 |
| § 7 | 傅里叶级数 | 320 |
| § 8 | 一般周期函数的傅里叶级数 | 322 |
| 附 录 常用的初等数学知识 | | 324 |
| § 1 | 常用的三角函数公式 | 324 |
| § 2 | 常用的初等代数公式 | 327 |
| § 3 | 常见图形的面积、体积和侧面积 | 329 |
| § 4 | 平面上的直线方程 | 331 |
| § 5 | 平面上的二次曲线方程 | 333 |
| § 6 | 常见曲线的极坐标方程和参数方程 | 335 |

第一章 函数与极限

本章网络知识结构图



1 映射与函数

函数：设数集 $D \subset \mathbf{R}$ ，则称映射 $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ 为定义在 D 上的函数，通常简记为

$$y = f(x), x \in D$$

其中 x 称为自变量， y 称为因变量， D 称为定义域，记作 D_f ，即 $D_f = D$ 。

函数定义中，对每 $x \in D$ ，按对应法则 f ，总有唯一确定的值 y 与之对应，这个值称为函数 f 在 x 处的函数值，记作 $f(x)$ ，即 $y = f(x)$ 。因变量 y 与自变量 x 之间的这种依赖关系，通常称为函数关系。函数值 $f(x)$ 的全体所构成的集合称为函数 f 的值域，记作 R_f 或 $f(D)$ ，即

$$R_f = f(D) = \{y \mid y = f(x), x \in D\}.$$

复合函数：设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_1 ，函数 $u = g(x)$ 在 D 上有定义，且 $g(D) \subset D_1$ ，则由下式确定的函数

$$y = f[g(x)], x \in D$$

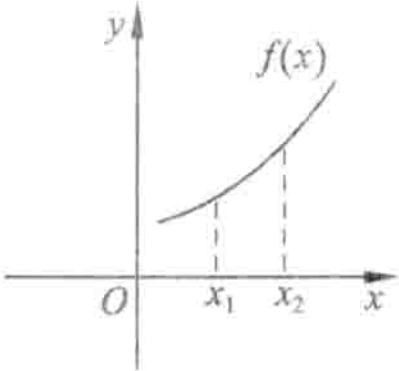
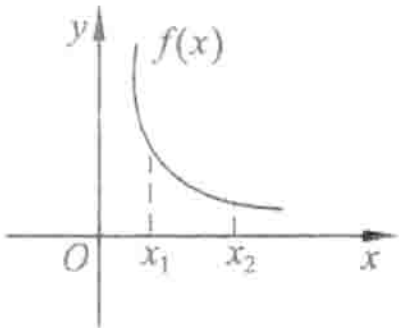
称为由函数 $u = g(x)$ 和函数 $y = f(u)$ 构成的复合函数，它的定义域为 D ，变量 u 称为中间变量。

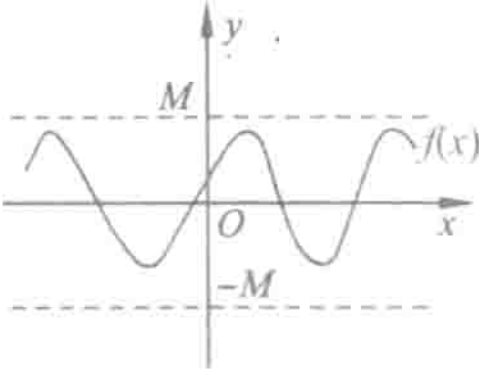
函数 g 与函数 f 构成的复合函数通常记为 $f \circ g$ ，即

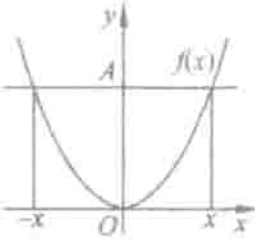
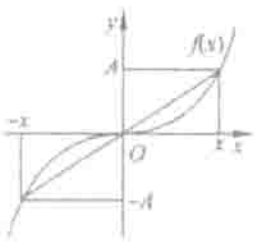
$$(f \circ g)(x) = f[g(x)].$$

反函数：设函数 $f: D \rightarrow f(D)$ 是单射，则它存在逆映射 $f^{-1}: f(D) \rightarrow D$ ，称此映射 f^{-1} 为函数 f 的反函数。

函数的几种特性:

| 性质 | 定 义 | | 图例说明和注意 |
|-----|-------------------------|--|---|
| 单调性 | 单调上升 (单调递增) | 函数 $f(x)$ 在 X 上有定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ |  |
| | 单调下降 (单调递减) | 函数 $f(x)$ 在 X 上有定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ |  |
| | 若严格不等号成立, 则称严格单调上升 (下降) | | |

| 性质 | 定义 | 图例说明和注意 |
|-----|--|--|
| 有界性 | 函数 $f(x)$ 在 X 上有定义, 若 $\exists M > 0, \forall x \in X$, 有 $ f(x) \leq M$ (或 $\exists m, M$, 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成立), 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有界函数 |  <p>即函数的图形位于 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间</p> |
| 无界性 | 函数 $f(x)$ 在 X 上有定义, 若 $\forall M > 0, \exists x' \in X$, 使得 $ f(x') > M$, 则称 $f(x)$ 在 X 上无界 | 例: $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M > 0$, 取 $x' = \frac{1}{3M}$, 则 $f(x') = 3M > M$ |

| 性质 | 定 义 | | 图例说明和注意 | |
|-----|-----|--|---|---|
| 奇偶性 | 偶函数 | 设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称. 如果对于任一 $x \in D$, $f(-x) = f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为偶函数 |  | 函数的奇偶性是相对于区间而言的, 若定义域关于原点对称, 则该函数就不是奇或偶函数 |
| | 奇函数 | 设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称. 如果对于任一 $x \in D$, $f(-x) = -f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为奇函数 |  | |

| 性质 | 定义 | 图例说明和注意 | |
|-----|--|---------|---|
| 周期性 | <p>设函数 $f(x)$ 的定义域为 D, 如果存在一个不为零的数 l, 使得对于任一 $x \in D$ 有 $(x \pm l) \in D$, 且 $f(x + l) = f(x)$ 恒成立, 则称 $f(x)$ 为周期函数, l 称为 $f(x)$ 的周期</p> | | <p>一般将 $f(x)$ 的最小正周期简称为 $f(x)$ 的周期, 但周期函数不一定存在最小正周期, 如常数函数.</p> |

基本初等函数:

(1) 幂函数(如图 1-1) $y = x^\mu$ (μ 是常数).

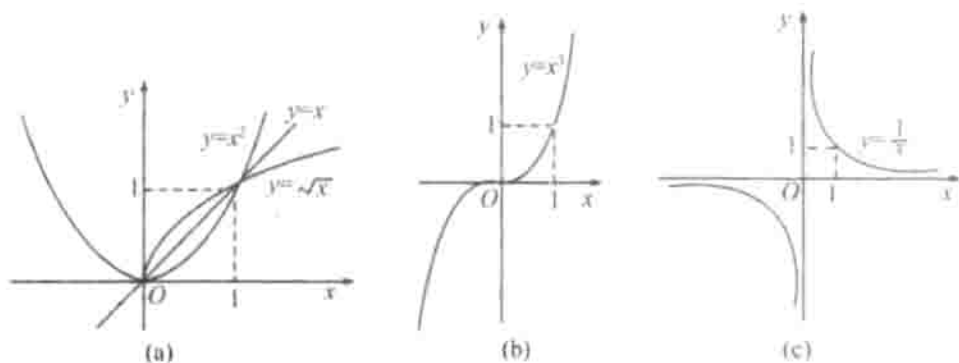


图 1-1

(2) 指数函数(如图 1-2): $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$).

(3) 对数函数(如图 1-3): $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$).

自然数对数函数: $y = \ln x$.