

南京航空航天大学

论文集

(一九九九年)

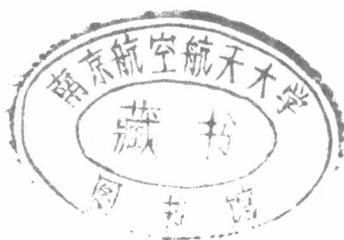
第8册

(三系)

南京航空航天大学科技部编

二〇〇〇年三月

三 系



目 录

三〇四教研室(6 篇)

基于四元数方法的 GPS 航姿解算	段志勇等 H
低成本惯导系统在战术导弹上的应用	杨莉等
Study of Fast Transfer Alignment on Moving Base	杨莉等 H
捷联陀螺动、静态误差补偿研究	芮俊丽等
GPS/DR 车辆导航系统研究	刘建国等
捷联/捷联惯导传递对准在战术导弹上的应用	张文龙等

三〇五教研室(16 篇)

一种基于改进的付氏变换提取特征的新方法	丁勇等 H
系统主导特征向量配正设计的稳定性分析	姜长生等 H
一种直升机的组合智能飞行控制系统的设计	姜长生等 H
一类离散系统最优迭代学习控制方法	王从庆
一种双臂机械手的阻抗协调学习控制方法	王从庆等 H
On Hybrid Position/Fokce Coordinated Learning Control of Multiple Manipulators	王从庆等 H
在毕业设计中结合教学基地建设培养学生创新能力	王从庆
一种基于非线性规划的多机器人动态内力优化计算方法	王从庆等 H
一种飞行模拟转台高精度位置随动系统的设计与实现	王从庆等 J
歼击机自修复控制系统仿真研究	柴干等 H
基于神经网络辨识的表面温度传感器动态标定及瞬态温度测量	周川等 H
An Approach to Robust Fault Detection for Nonlinear System Based on RBF Neural Network Observer	胡寿松等 H
一种多故障检测滤波器设计的新方法	胡寿松等 H



- 一种基于神经网络非线性观测器的鲁棒故障检测 胡寿松等 H
- 一类信息交迭关联大系统的分散自适应修复控制 胡寿松等 H
- 自修复飞机操控因子的研究 董卓敏等 H

三〇六教研室(5 篇)

- 逆变器并联运行技术 王欣亚等
- 一种谐振直流环节逆变器的建模与校正 刑岩等 H
- 逆变器两种双环瞬时反馈控制方式的分析比较 刑岩等
- 一种新的并联运行逆变器系统的研究 刑岩等 J
- Simulation modeling for a soft - switching - combination
DC - DC Converter 刑岩等 H

三〇七教研室(6 篇)

- 测频接收系统中频率虚假检测及信号丢失问题分析 董尔令等
- PC 输入信号秩序检测及应用 范玉萍
- 重视实验电路选择,搞好实验考核 范玉萍
- 有源钳位正激变换器的分析与设计 陈道炼等 J
- 高频直流脉冲环节静止变流器研究 陈道炼等
- A Novel Aeronautical Static Inverter With High
Frequency Pulse DC Link 陈道炼等 H

三〇八教研室(5 篇)

- 直升机多模态控制律的内/外回路设计 黄一敏等
- 执行机构饱和对多变量系统的影响及其对策 黄一敏等
- 直升机多模态控制律的全飞行包线设计策略 黄一敏等
- 直升机控制系统的内/外回路设计概念及其应用 黄一敏等 H
- 特征结构配置的直接离散化设计 黄一敏等 H



三〇九教研室(5 篇)

电子商务中的信息安全技术	高 攀
Open GL 在 Windows 环境下的多窗口实现	高攀等
面向低空突防的三维可视化仿真	高攀等 H
数字地图的 TIN 自动生成技术	高攀等
低空突防中的多传感器信息融合技术研究	徐克虎等 H



基于四元数方法的 GPS 航姿解算

段志勇 袁 信

(南京航空航天大学自动控制系 南京, 210016)

摘要 应用 GPS 载波相位双差测量来确定载体的航向和姿态需要解决两个主要问题: 模糊度的确定和航姿算法。本文提出了 GPS 航姿解算的四元数方法, 直接利用 GPS 载波相位双差测量值解算姿态四元数, 从而保证了姿态矩阵的正交性质。同时还对航姿误差进行了分析, 并在误差分析的基础上给出了基线的最优配置。通过仿真对双基线 GPS 航姿系统进行了研究, 比较了不同基线配置下的航姿角解算误差。

关键词: 相位计量; 仿真; 全球定位系统; 姿态
中图分类号: V249.3; P22

引 言

从 80 年代末开始, 利用 GPS 测飞机的航向和姿态成为 GPS 的又一应用领域。1989 年进行了第一个利用 GPS 载波相位差分测量的非实时飞机航向和俯仰的试验, 基线长为 23 m, 航向和俯仰的误差低于 0.0057° 。在 Ohio 大学和 Ashtech 公司合作下, 1991 年进行了这种试飞^[1]。

1992 年美国 Stanford 大学的 Clark E. Cohen 博士等在一个双引擎螺旋桨飞机上试飞了 GPS 航向姿态系统, 动态飞行情况下和同机的惯性导航系统(航姿精度为 0.05° RMS)相比较, 其航姿误差低于 0.1° 。试验中所选三条基线长度分别为 11 m, 8 m 和 11 m, 并且考虑了机体的弹性变形^[2]。

GPS 航姿测量中的两个主要问题是: 载波相位初始整周模糊度的解算和航姿角的解算问题。对于超短基线(本文中基线长度为 0.36 m), 模糊度的快速解算将不再是难题, 而且有利于周跳的检测。本文主要研究航姿角的解算问题, 提出了一种基于四元数方法的航姿角确定算法。

1 四元数方法

GPS 载波相位双差测量可写成矩阵形式

收稿日期: 1999-04-08; 修改稿收到日期: 1999-06-04
第一作者 段志勇 男, 博士生, 1970 年 4 月生。

参 考 文 献

- 1 Graas F V, Braasch M S. GPS interferometric attitude and heading determination: flight test results. *Navigation*, 1991, 38(4): 183~191
- 2 Cohen C E, Parkinson B W, McNally B D. Flight tests of attitude determination using GPS compared against an inertial navigation unit. *Navigation*, 1994, 41(1): 83~97
- 3 Wei Ming, Schwarz K P. Fast ambiguity resolution using an integer nonlinear programming method. U. S. A: ION GPS-95, California, 1995. 1101~1110
- 4 Teunissen P J G. A new method for fast carrier phase ambiguity estimation. *IEEE PLAN' 94*, 1994. 562~573
- 5 Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observation. *Journal of Guidance and Control*, 1981, 4(1): 70~77

GPS-based Attitude Determination Based on Quaternion Algorithm

Duan Zhiyong Yuan Xin

(Department of Automatic Control,
Nanjing University of Aeronautics & Astronautics Nanjing, 210016)

Abstract Attitude determination using GPS carrier phase is successfully applied in aircraft measurement. The GPS attitude determination can be broken into integer ambiguity resolution and operational attitude calculations. This paper presents quaternion algorithm to determine heading and attitude using GPS carrier phase double difference measurements, assuming that the integer ambiguities are known. Unlike the other methods which must calculate the baseline vectors at first, the presented algorithm determines the heading and attitude quaternion directly. And the algorithm can handle not only one baseline to determine two angles of the heading and attitude, but also any multi-baselines to calculate the heading and attitude. The optimal configuration of baselines is put forward on the error analysis of the heading and attitude. The simulation results of dual-baselines GPS-based attitude system show the relationship between the heading and attitude error and baseline configuration.

Key words: phase measurement; simulation; GPS; attitudes

2 误差分析

考虑式(3),如果权阵 W 的逆矩阵取为观测误差方差阵,则使式(3)取极值的四元数是使航姿角误差方差最小的最优四元数,由 $G'WG=I$ 可知: G 应满足 $G'cov^{-1}(v)G=I$,因为 G 阵不能人为控制,所以本文不作进一步研究。

把 $D_i=GC_b^n R_{bi}+v_i$, $C_b^n=\hat{C}_b^n(I-\Phi\times)$ 代入 $(D_i-G\hat{C}_b^n R_{bi})^T W(D_i-G\hat{C}_b^n R_{bi})$,并略去误差的二阶项,可得

$$R_{bi} \times \Phi = \hat{C}_b^n G' W v_i \quad (10)$$

其中, $\Phi=[\Delta\gamma \ \Delta\theta \ \Delta\psi]^T$ 为航姿角误差列向量。由上式有

$$-R_{bi} \times cov(\Phi) R_{bi} \times = \hat{C}_b^n G' W cov(v_i) W G \hat{C}_b^n \quad (11)$$

其中, $cov(\Phi)$ 为航姿角误差方差。下面分三种情况对式(11)进行讨论。

首先考虑单基线情况,取 $R_b=[x \ 0 \ 0]^T$,则式(11)等号左边项对角线元素可写成

$$\begin{bmatrix} 0 & * & * \\ * & x^2 \sigma_{\Phi_{33}} & * \\ * & * & x^2 \sigma_{\Phi_{22}} \end{bmatrix}$$

由上式可见,对于如上的单基线,解算不出正确的横滚角来。同样可以证明,对于其他两个轴上的单一基线也不能实现全部三个航姿角的解算。考虑到式(11)等号右边项与基线无关,所以由上式可知,航姿角误差方差与基线长度的平方成反比。

考虑双基线情况。式(11)等号右边项与基线无关,又考虑到飞机可以全姿态飞行,所以对于双基线总可以定义新的机体坐标系 b' ,使 $R_{b'1}=[x_1 \ 0 \ 0]^T$, $R_{b'2}=[x_2 \ y_2 \ 0]^T$ 。相应地有

$$\sum_i -R_{b'i} \times cov(\Phi) R_{b'i} \times = \sum_i C_{b'}^b \hat{C}_b^n G' W cov(v_i) W G \hat{C}_b^n C_{b'}^b \quad (12)$$

式(12)等号左边项对角线元素可写成

$$\begin{bmatrix} y_2^2 \sigma_{\Phi_{33}} & * & * \\ * & (x_1^2 + x_2^2) \sigma_{\Phi_{33}} & * \\ * & * & (x_1^2 + x_2^2) \sigma_{\Phi_{22}} + y_2^2 \sigma_{\Phi_{11}} - x_2 y_2 \sigma_{\Phi_{21}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

由于 $x_2 y_2 \sigma_{\Phi_{21}}$ 非负,而式(12)等号右边项与基线配置无关,故当 $x_2 y_2=0$ 时, $(x_1^2 + x_2^2) \sigma_{\Phi_{22}} + y_2^2 \sigma_{\Phi_{11}} - x_2 y_2 \sigma_{\Phi_{21}}$ 最小。综合考虑式(13)的三个对角线元素可知,当 $x_2=0$ 时,即当两基线正交时航姿角误差方差最小。

对于三基线同样可以证明,三基线相互正交是使航姿误差最小的配置。

3 仿真结果

本文对双基线情况进行了仿真研究,GPS 载波相位观测噪声为 2 mm,基线长度为 0.36 m,基线配置为

正交配置

$$R_{b1}=[0.36 \ 0 \ 0]^T \quad R_{b2}=[0 \ 0.36 \ 0]^T$$

非正交配置

$$R_{b1}=[0.36 \ 0 \ 0]^T \quad R_{b2}=[0.18\sqrt{3} \ 0.18 \ 0]^T$$

对比图 1,2 可知,对于非正交基线配置,横滚角误差明显大于基线正交配置时的结果,

$$DD = GR_n + N + v \quad (1)$$

其中, DD 为载波相位双差测量; G 为指向卫星的方向阵; N 为整周模糊度; R_n 为地理系的基线矢量, $R_n = C_b^n R_b$, C_b^n 为姿态阵, R_b 为机体系下的基线矢量; v 为测量噪声。

姿态阵 $\hat{C}_b^n$ 及整周模糊度的解算应使如下的代价函数最小

$$J(\hat{C}_b^n, N) = \sum_{i=1}^m (DD_i - N_i - G\hat{C}_b^n R_{bi})^T W (DD_i - N_i - G\hat{C}_b^n R_{bi}) = \min \quad (2)$$

其中, $i=1, 2, \dots, m$ 为不同的基线; W 为权阵。

整周模糊度 N 的解算方法有基于最小二乘的搜索算法^[3,4]等多种方法。本文对此不做研究, 即假定整周模糊度是已知的。若记 $D_i = DD_i - N_i$, 则式(2)可写为

$$J(\hat{C}_b^n) = \sum_{i=1}^m (D_i - G\hat{C}_b^n R_{bi})^T W (D_i - G\hat{C}_b^n R_{bi}) = \min \quad (3)$$

因为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m ((D_i - G\hat{C}_b^n R_{bi})^T W (D_i - G\hat{C}_b^n R_{bi})) &= \text{tr}((D - G\hat{C}_b^n \bar{R}_b)^T W (D - G\hat{C}_b^n \bar{R}_b)) \\ &= \text{tr}(D^T W D + \bar{R}_b^T \hat{C}_b^n G^T W G \hat{C}_b^n \bar{R}_b - 2D^T W G \hat{C}_b^n \bar{R}_b) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $D = [D_1 \ D_2 \ \dots \ D_m]$, $\bar{R}_b = [R_{b1} \ R_{b2} \ \dots \ R_{bm}]$ 。

记 G 阵的奇异值分解为 $G = USV^T$, 若取 $W = US^{-2}U^T$, 其中 S^{-2} 是以 G 阵的奇异值的二次方的倒数为对角线元素的对角阵。

式(4)的代价函数等价于

$$\begin{aligned} L(\hat{C}_b^n) &= \text{tr}(D^T W G \hat{C}_b^n \bar{R}_b) = \text{tr}(\hat{C}_b^n \bar{R}_b D^T W G) = \text{tr}(\hat{C}_b^n B) = \max \\ B &= \bar{R}_b D^T W G \end{aligned} \quad (5)$$

四元数在空间技术和捷联惯导中已得到了实际的应用, 如果能用于 GPS 的航姿解算, 则式(5)的极值问题就简化为单一约束的情况, 也即姿态阵的九元数简化为四元数。参照文[5]讨论的 QUEST 方法, 有如下结论:

若令: $\bar{q} = [Q^T \ q]^T$ 为四元数, 并记 $\sigma = \text{tr}(B)$ $T = B + B^T$ $Z = \sum_{i=1}^m R_{bi} \times (D_i W G)$

$$K = \begin{bmatrix} T - \sigma I & Z \\ Z^T & \sigma \end{bmatrix}$$

$$\text{则有} \quad L(\hat{C}_b^n) = L(\bar{q}) = \bar{q}^T K \bar{q} \quad (6)$$

$$\text{约束条件为} \quad \bar{q}^T \bar{q} = 1 \quad (7)$$

利用拉格朗日算子 λ 可以把式(6)化为无条件的极值问题

$$L'(\bar{q}) = \bar{q}^T K \bar{q} - \lambda \bar{q}^T \bar{q} \quad (8)$$

$$\text{显然式(8)取得极值应满足} \quad K \bar{q} = \lambda \bar{q} \quad (9)$$

所以使式(8)取极大值的四元数必须是 K 阵的特征向量, 而 λ 是相应的特征值。

当四元数是相应于 K 阵最大特征值的特征向量时, $L(\bar{q})$ 最大, 即 $J(C_b^n)$ 最小。因为 $L(\bar{q}) = \bar{q}^T K \bar{q} = \lambda \bar{q}^T \bar{q} = \lambda$, 所以 $L(\bar{q})$ 最大值就等于 K 阵的最大特征值。

解出四元数后很容易解出姿态阵, 进而解出航姿角来。

这是因为对于本文选定的非正交基线对应于式(13)。由此可知,由于 y_2^2 明显小于 $(x_1^2+x_2^2)$,而且 $x_2y_2 \neq 0$,所以横滚角误差大。

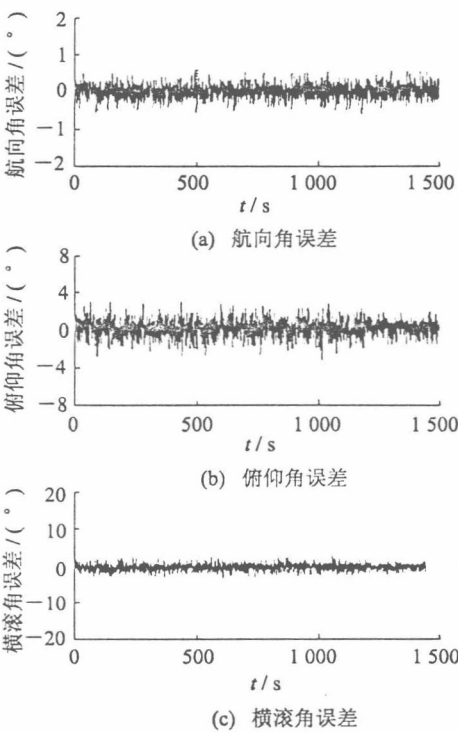


图 1 航姿角误差 (正交基线)

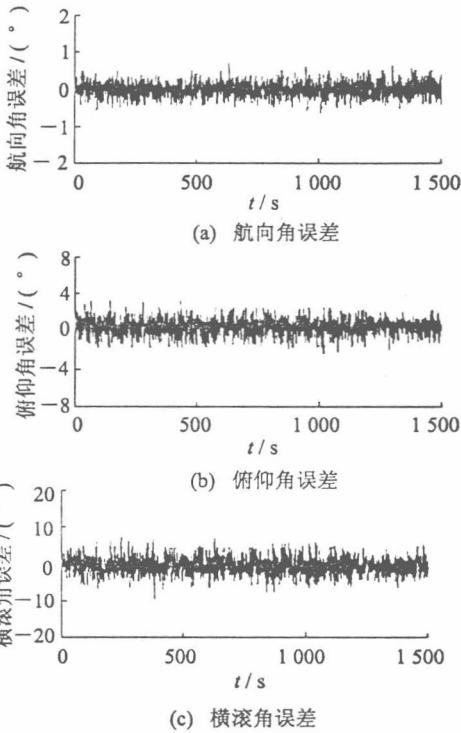


图 2 航姿角误差 (非正交基线)

4 结 论

和先解算基线矢量再利用矩阵求逆确定姿态阵的“通常方法”相比较,本文提出的航姿解算四元数方法可以用于从单基线到多基线的 GPS 航姿系统,对于基线个数不同的航姿系统不再需要不同的算法,而且姿态矩阵的估值恒为正交阵。基于相同的基线配置及噪声水平,仿真表明(见表 1),四元数方法的航姿解算精度明显优于“通常方法”。

本文还导出了相应的航姿角误差协方差阵,直观地解释了基线长度和航姿角误差的关系,并为根据不同航姿角精度要求配置基线提供了初步的判断依据。

表 1 航姿解算方法误差方差比较 (°)

误差方差	四元数方法			通常方法		
	航向角	俯仰角	横滚角	航向角	俯仰角	横滚角
正交配置	0.19	0.93	0.99	0.23	2.00	2.19
非正交配置	0.21	0.98	2.62	0.23	1.93	5.30

现有的一种 VSCF 电源无刷交流发电机实例,剖析了此类发电机的设计要点。(2)对一样机进行了性能试验和仿真计算,仿真和试验结果较吻合,说明了仿真分析的有效性。(3)针对该样机的不足,提出了一种改进方案。仿真表明,改进后的电机性能与样机的一致,而结构工艺性大大改善。

参 考 文 献

- 1 刘迪吉. 航空电机学. 北京:航空工业出版社,1992. 2~4
- 2 谢少军. 飞机交直交变速恒频电源系统的数字仿真:[学位论文]. 南京:南京航空航天大学, 1995
- 3 陈世坤. 电机设计. 北京:机械工业出版社,1985. 24~44
- 4 Jahns T M, Doncker D E, Radun R W, *et al.* System design considerations for a high-power aerospace resonant link converter. IEEE Trans on Power Electronics, 1993, 8(4): 663~671
- 5 汤蕴璆. 电机内的电磁场. 北京:科学出版社,1998. 212~232
- 6 程福秀,林金铭. 现代电机设计. 北京:机械工业出版社,1993. 169~179

Design Principles of Aircraft Brushless AC Generators

Wang Jin Xie Shaojun Yan Yangguang

(Department of Automatic Control,
Nanjing University of Aeronautics & Astronautics Nanjing, 210016)

Abstract Rotating-rectifier model brushless AC generator is the core part of the aircraft electrical power generating system including CSCF, VSCF and HVDC systems. The brushless AC generator has been improved with the development of manufacturing materials such as ferro-magnetic and insulating materials. The characteristics of the generator used in CSCF, VSCF and HVDC systems are compared, so the structure and characteristic of the generator is different from that in CSCF system. This paper analyzes the difference between these two kinds of generators. Furthermore, the parameters of two generators in VSCF and CSCF systems are summerized in a table. In order to reduce the weight and bulk, and to optimize the performance of the VSCF brushless AC generator, design principles of the VSCF brushless AC generator, such as magnetic flux and current density levels, number of poles, winding connections, and shape of armature slots are discussed. The generator in a VSCF system embodies the principles. Test and numerical simulations are done on the prototype. The results of the test and the simulation are coincident, so that the simulation is verified. Finally, an improved design of the main AC generator of the prototype is put forward. The simulation results show that the performance of the generator is feasible, however, its manufacturability is obviously improved.

Key words: brushless electric machines; brushless AC generator; variable speed constant frequency(VSCF) AC power system; rotating rectifier; digital simulation

低成本惯导系统在战术导弹上的应用

杨 莉 汪叔华

(南京航空航天大学 南京 210016)

摘 要 为使低成本惯导系统的精度与战术导弹攻击远程目标的任务相适应,提高导弹的命中率,十分重要的是提高惯导系统初始对准精度。本文研究了飞机主惯导为平台式惯导系统,导弹子惯导为捷联惯导系统的传递对准原理和精度计算方法。文中强调了以主惯导平台为基准,去校正子惯导数学平台的传递对准设计思想,采取了对导弹安装误差角处理的合理措施,以达到快速对准的目的。通过仿真研究证实了本文观点的正确性。

关键词 传递对准 动基座 惯性导航

1 引 言

近代科学正日新月异飞速发展,使常规战争的科技水平从少数兵种的分层作战,发展到多兵种的空间立体化战争。在空中预警机的配合下,使空空导弹从通过光学或雷达瞄准装置攻击“视野”以内的目标,发展到对远在几十公里或几百公里,处于瞄准装置“视野”外的目标进行攻击和拦截。为此,在弹体内一般安装有重量轻、成本较低的捷联惯导系统(SINS),通过导航系统的定位,并加以一定的控制,就可将导弹引导到目标附近区域于导引头攻击目标。由于导弹从发射到命中目标的时间是非常短的,所以精度较低、成本低的陀螺和加速度计所构成的捷联惯导系统,当初始对准达到一定精度时,也可以为提供准确的位置与速度信号,从而命中目标。

初始对准的精度是保证导弹被正确引导到目标空域的一个关键,而初始对准的速是一个不容忽视的问题,因为空战形势瞬息万变,是否能抓住时机,是非常关键的。飞机惯导系统,常采用自主式对准方案,其初始对准时间均很长,通常在20分钟左右,也要5分钟。这对于导弹SINS来说太长了,其对准时间应控制在5s~10s之间^{[3][4]},不延误战机,显然自主式对准方案在导弹SINS中不再适用,目前都采用传递式对准,传递对准。

若称飞机惯导为主惯导(master INS),弹内惯导为子惯导(slave INS),则所对准就是以主惯导为基准,去校正子惯导,使子惯导在导弹发射脱机瞬间,其数学态和航向的精度以及速度精度尽量趋近主惯导,以便减小子惯导的定位误差,提高

2 传递对准原理与姿态阵表达式

在理想情况下,传递对准是确定弹体系 bs 与飞机主惯导平台所模拟的导航系 n' 之间的方向余弦矩阵 $C_{bs}^{n'}$, 该坐标系 n' 就是传递对准中的基准导航坐标系。换句话说,由于惯导数学平台模拟的导航坐标系 n_i 所构成的子惯导姿态阵 $C_{bs}^{n_i}$ 应与 $C_{bs}^{n'}$ 一致, 即 n_i 系与 n' 系重合。可实际上, n_i 与 n' 之间存在有角位置误差, 传递对准必须做到最大限度地减少他们之间的角误差。

传递对准中所涉及到的各种坐标系间的角误差可由图1形象表示。图1(a)表示弹体在机翼下的安装误差角 $\bar{\xi}$ 和机翼弹性挠曲变形误差角 $\bar{\rho}$ 均为零的理想情况。这时机体坐标与弹体坐标是重合的。

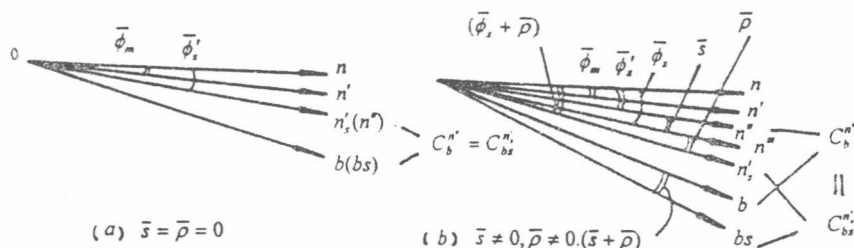


图1 各坐标系间的误差角关系

由于图1(a)中主惯导平台框架上的角度传感器有误差, 所以不可能把平台坐标系 n' 与 b 之间的姿态角和航向角精确传递给子惯导, 而传递给子惯导的是偏离 n' 的 n'' 坐标系与 b 之间的姿态角和航向角, 故 n'' 坐标系就成了子惯导数学平台坐标系 n_i ; 图1(b)表示了 $\bar{\xi} \neq 0, \bar{\rho} \neq 0$ 的实际情况, 此时, bs 系偏离 b 系的误差为 $(\bar{\xi} + \bar{\rho})$, 数学平台坐标系 n_i 也一定相应偏离 n'' , 形成中间坐标系 n''' , n'' 与 n''' 间为安装误差角, n''' 与 n_i 间为挠曲变形误差角 $\bar{\rho}$ 。因为 $\bar{\xi}$ 是个随机常数, 所以可以看作是子惯导数学平台在对准前的一个初始误差角, 这样一来, 就可以把原来 n'' 系相对 n 系的平台误差角 $\bar{\varphi}_i$ 与 $\bar{\xi}$ 角合并为子惯导数学平台的总的平台误差角 $\bar{\varphi}_i = \bar{\varphi}_i + \bar{\xi}$ 。如再考虑到机翼挠曲变形误差角 $\bar{\rho}$, 那么子惯导数学平台坐标系 n_i 将被迫偏离导航坐标系 n 的总的误差角应为 $(\bar{\varphi}_i + \bar{\rho})$ 。

由图1(b)可求得 n_i 相对 n' 的角误差为 $\bar{\rho} + \bar{\xi} + \bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}_m = \bar{\rho} + \bar{\varphi}_i - \bar{\varphi}_m = \bar{\rho} + \delta\bar{\varphi}$, 由此不难获得子惯导姿态阵为:

$$C_{bs}^{n_i} = C_{n_i}^{n'} C_{bs}^{n'} = (I - \phi^i)^T C_{bs}^{n'} \quad (1)$$

式中

$$\varphi = \begin{bmatrix} 0 & -(\delta\varphi_z + \rho_z) & (\delta\varphi_y + \rho_y) \\ (\delta\varphi_z + \rho_z) & 0 & -(\delta\varphi_x + \rho_x) \\ -(\delta\varphi_y + \rho_y) & (\delta\varphi_x + \rho_x) & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

从图1(b)上清楚看到 C_b^i 与 C_b^r 是相等的两个方向余弦矩阵, 所以

$$C_{b_i}^r = (I - \varphi) C_b^r \quad (3)$$

式中 C_b^r 就是主惯导平台向子惯导实际传递的姿态阵, 是个已知阵。在对准初始时刻可作为子惯导粗对准姿态阵, 即 $C_{b_i}^r(t_0) = C_b^r(t_0)$ 。

传递对准最终是要获取对准过程中各个瞬间 (t_i) 的误差角 $\delta\bar{\varphi}(t_i)$ 和 $\bar{\rho}(t_i)$ 的精确值, 并不断校正矩阵 $C_{b_i}^r(t_i)$, 以获得导弹脱机瞬间的子惯导独立工作姿态阵 $C_{b_i}^r$ 。

本文将采用卡尔曼滤波器, 排除随机干扰的影响, 获取误差角的最优估值 $\delta\hat{\varphi}(t)$ 和 $\hat{\rho}(t)$ 。假设它们的估值误差方差值为 $\sigma_{\delta\hat{\varphi}}^2$ 和 $\sigma_{\hat{\rho}}^2$, 则子惯导数学平台 n' , 相对主惯导平台 n 的水平和航向对准的精度分别为

$$\text{水平: } \sigma_i = \sqrt{\sigma_{\delta\hat{\varphi}_i}^2 + \sigma_{\hat{\rho}_i}^2} \Big|_{i=x,y} \quad \text{航向: } \sigma_z = \sqrt{\sigma_{\delta\hat{\varphi}_z}^2 + \sigma_{\hat{\rho}_z}^2} \quad (4)$$

3 卡尔曼滤波器在传递对准中的应用^[1]

对于平台式/捷联式的传递对准方案应采用计算参数匹配法中的速度匹配^[2], 即计算主/子惯导系统的速度差值 $\delta\bar{V}$, 并将其作为对准系统的观测值。为了得到误差角的大小, 这里将误差角 $\delta\bar{\varphi}$ 和 $\bar{\rho}$ 与速度误差 $\delta\bar{V}$ 作为状态, 并用状态方程来描述它们。

两系统在导航坐标系 n 内的速度误差运动方程可写成 (下标用 s 代表子惯导, m 代表主惯导)

$$\delta\dot{\bar{V}}^n = \dot{\bar{V}}_{en}^{n'} - \dot{\bar{V}}_{em}^{n'} \quad (5)$$

式中:

$$\dot{\bar{V}}_{en}^{n'} = (I - \varphi^n) \dot{\bar{f}}_m^n - (2\bar{\omega}_{en}^{n'} + \bar{\omega}_{em}^{n'} \times \bar{V}_{em}^{n'} + \bar{g}^{n'} + \bar{\nabla}_s^{n'} + \bar{W}_{\nabla s}^{n'}) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}}_{em}^{n'} &= (I - \varphi^s) \dot{\bar{f}}_s^n - (2\bar{\omega}_{em}^{n'} + \bar{\omega}_{em}^{n'} \times \bar{V}_{em}^{n'} + \bar{g}^{n'} + \bar{\nabla}_s^{n'} + \bar{W}_{\nabla s}^{n'}) \\ &\quad (I - \varphi^s) \left(\bar{f}_m^n + \frac{d\bar{r}}{dt} \Big|_s^n \right) - (2\bar{\omega}_{em}^{n'} + \bar{\omega}_{em}^{n'} \times \left(\bar{V}_{em}^{n'} + \frac{d\bar{r}}{dt} \Big|_s^n \right) \\ &\quad + \bar{g}^{n'} + \bar{\nabla}_s^{n'} + \bar{W}_{\nabla s}^{n'}) \end{aligned} \quad (7)$$

式中的 $\bar{f}_m^n$ 、 $\bar{f}_s^n$ 、 $\bar{V}_{em}^n$ 、 $\bar{V}_{en}^n$ 分别为主、子惯导的计算比力和计算速度; φ^n 和 φ^s 分别为主/子

INS 平台系 \$(n', n'_s)\$ 相对 \$n\$ 系误差角阵; \$\bar{\omega}_e, \bar{g}\$ 分别为地球自转角速度和重力加速度, \$\bar{\omega}_{en}, \bar{\omega}_{en_s}\$ 分别为主、子惯导内导航坐标系 \$(n', n'_s)\$ 相对地球的角速度计算值; \$\bar{\nabla}_m, \bar{\nabla}_s, \bar{W}_{\nabla_m}, \bar{W}_{\nabla_s}\$ 分别为主、子惯导加速度计的零偏 (属随机常数值) 和加速度计白噪声干扰; \$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}|_i^n, \frac{d\bar{r}}{dt}|_{s'}^{n'}\$ 分别为导弹重心偏离飞机重心矢量 \$\bar{r}\$ 矢端的加速度和线速度, 即所谓的杆臂效应, 可用下式计算得到

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2}|_i^n = \dot{\bar{V}}_{bs}^n + 2\bar{\omega}_{ib}^n \times \bar{V}_{bs}^n + \dot{\bar{\omega}}_{ib}^n \times \bar{r}^n + \bar{\omega}_{ib}^n \times (\bar{\omega}_{ib}^n \times \bar{r}^n) \quad (8)$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt}|_{s'}^{n'} = \bar{V}_{bs}^{n'} + \bar{\omega}_{ib}^{n'} \times \bar{r}^{n'} \quad (9)$$

式中 \$\dot{\bar{V}}_{bs}^n, \bar{V}_{bs}^n\$ 分别为由机翼挠曲变形产生的弹体系 \$bs\$ 相对机体系 \$b\$ 的加速度和线速度

$$\dot{\bar{V}}_{bs}^n = \dot{\bar{\rho}}^n \times \bar{r}^n = 0 \quad (10)$$

$$\bar{V}_{bs}^{n'} \cong \bar{V}_{bs}^{n'} \cong \bar{V}_{bs}^n = \dot{\bar{\rho}}^n \times \bar{r}^n \quad (11)$$

考虑战斗机的机翼均较短而宽, 由飞机动态特性和释放武器时的负载变化造成的机翼挠曲变形, 均属于随机低频弹性变形, 其变形角 \$\bar{\rho}\$, 本文用一阶马尔可夫过程来描述:

$$\dot{\bar{\rho}} = -\beta_s \bar{\rho} + \bar{W}_\rho \quad (12)$$

则可求得速度误差数学模型

$$\delta\dot{\bar{V}}^n = [\bar{f}_m^n + (\bar{\omega}_m^n + 2\bar{\omega}_{ib}^n) \times \bar{r}^n \beta_s^*] \times \bar{\rho}^n + \bar{f}_m^n \times \delta\bar{\varphi}^n - (\bar{\omega}_m^n + 2\bar{\omega}_{ib}^n) \times (\bar{r}^n \times \bar{W}_\rho^n) + \delta\bar{\nabla}^n + \delta\bar{r}^n + \delta\bar{w}_{\nabla}^n \quad (13)$$

式中 \$\bar{f}_m^n\$ 是主惯导加速度计在 \$n\$ 系内的输出值; \$\delta\bar{\nabla} = \bar{\nabla}_s^{n'} - \bar{\nabla}_m^{n'}, \delta\bar{w}_{\nabla} = \bar{W}_{\nabla_s}^{n'} - \bar{W}_{\nabla_m}^{n'}\$ 都为随机常数; \$\delta\bar{r}^n\$ 为杆臂效应 (不包含挠曲变形造成的杆臂效应) 造成的有害加速度补偿的剩余误差值, 近似为白噪声误差。

式 (13) 中的主、子惯导平台的误差角运动方程可写成

$$\delta\dot{\bar{\varphi}}^n = \dot{\bar{\varphi}}_s^{n'} - \dot{\bar{\varphi}}_m^n$$

式中:

$$\dot{\bar{\varphi}}_m^n = -\bar{\omega}_{im}^n \times \bar{\varphi}_m^n + \nabla\bar{\omega}_{iem}^n + \nabla\bar{\omega}_{im}^n + \bar{\varepsilon}_m^n + \bar{W}_m^n \quad (15)$$

$$\dot{\bar{\varphi}}_s^{n'} = -\bar{\omega}_{is}^{n'} \times \bar{\varphi}_s^{n'} - \bar{\omega}_{is}^{n'} \times \bar{\rho}^n + \nabla\bar{\omega}_{ies}^{n'} + \nabla\bar{\omega}_{is}^{n'} + \bar{\varepsilon}_s^{n'} + \bar{W}_s^{n'} \quad (16)$$

其中 $-\bar{\omega}_{ins}^n \times \bar{\varphi}_m^n$ 、 $-\bar{\omega}_{ins}^n \times \bar{\varphi}_s^n$ 分别为主、子惯导平台误差角引起的 $\bar{\omega}_{ins}^n$ 在两个平台的耦合误差角速度; $\nabla \bar{\omega}_{ins}^n$ 、 $\nabla \bar{\omega}_{irs}^n$ 分别为主、子惯导地球自转速度计算值与实际值之差; $\nabla \bar{\omega}_{ens}^n$ 、 $\nabla \bar{\omega}_{ers}^n$ 分别为主、子惯导中 $\nabla \bar{\omega}_{en}^n$ 的计算值与实际值之差; $\bar{\varepsilon}_m^n$ 、 $\bar{\varepsilon}_s^n$ 分别为为主、子惯导平台的陀螺随机常值漂移; $\bar{W}_m^n$ 、 $\bar{W}_s^n$ 分别为为主、子惯导陀螺漂移白噪声分量。

现将式 (15), 式 (16) 代入式 (14), 并考虑到减小子惯导计算误差, 将主惯导的计算值 $\bar{\omega}_{ins}^n$ 、 $\bar{\omega}_{ens}^n$ 、 $\bar{\omega}_{ers}^n$ 直接引入到子惯导, 则得

$$\bar{\omega}_{irs}^n = \bar{\omega}_{ins}^n \cong \bar{\omega}_{is}^n; \quad \nabla \bar{\omega}_{irs}^n = \nabla \bar{\omega}_{is}^n; \quad \nabla \bar{\omega}_{ers}^n = \nabla \bar{\omega}_{es}^n$$

这样一来, 两惯导平台间的相对误差角运动方程可写成

$$\delta \dot{\bar{\varphi}}^n = -\bar{\omega}_{is}^n \times \delta \bar{\varphi}^n - \bar{\omega}_{es}^n \times \bar{\rho}^n + \delta \bar{\varepsilon}^n + \delta \bar{W}_s^n \quad (17)$$

式中: $\delta \bar{\varepsilon}^n = \bar{\varepsilon}_s^n - \bar{\varepsilon}_m^n$ (随机常数); $\delta \bar{W}_s^n = \bar{W}_s^n - \bar{W}_m^n$ (白噪声)

将以上矢量方程式 (13) 和式 (17) 化为 n 坐标系内的投影表达式, 即可获得状态方程为

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t) + \Gamma(t)W(t) \quad (18)$$

选取:

$$\text{状态矢量} \quad X = [\delta V_x^n \quad \delta V_y^n \quad \delta V_z^n \quad \rho_x^n \quad \rho_y^n \quad \rho_z^n \quad \delta \varphi_x^n \quad \delta \varphi_y^n \quad \delta \varphi_z^n \quad \delta \varepsilon_x^n \quad \delta \varepsilon_y^n \quad \delta \varepsilon_z^n \quad \delta \nabla_x^n \quad \delta \nabla_y^n \quad \delta \nabla_z^n]^T;$$

$$\text{控制矢量} \quad U = [u_{ux} \quad u_{uy} \quad u_{uz}]^T$$

该系统观测方程如下:

$$Z = HX + V \quad (19)$$

式中

$$H = [I_{3 \times 3} \quad : O_{3 \times 12}]; \quad V = [v_x \quad v_y \quad v_z]^T (\text{观测白噪声干扰})$$

4 传递对准中的控制问题

由于 n' 与 n' 之间存在有角位置误差, 为了确定弹体系 b_s 与飞机主惯导平台所模拟的导航系 n' 之间的方向余弦矩阵 $C_{n'}^{n'}$, 传递对准应能最优估计出他们之间的角误差。本文采用速度匹配, 既可比较彻底地补偿杆臂效应, 提高对准精度; 又可避免位置匹配时间长的缺

陷,减少对准的时间。从上面状态方程中看出,本系统采用的是局部控制,仅对 $\delta \bar{V}$ 进行反馈补偿,以提高子惯导的输出速度精度。而状态 $\delta \bar{\varphi}$ (含安装误差角 $\bar{\xi}$) 和 $\bar{\rho}$, 它们属机械量,在导弹上很难补偿。其实也不必补偿它们,因为它们正是构成实时修正主惯导姿态阵 $C_{\bar{V}}^{\bar{V}}$ 的误差角阵 $C_{\bar{\varphi}}^{\bar{\varphi}}$, 只要通过卡尔曼滤波器获取它们的最优估值 $\delta \bar{\varphi}(t)$ 和 $\bar{\rho}(t)$, 实时更新矩阵 $C_{\bar{\varphi}}^{\bar{\varphi}}$, 就可最终提高姿态阵 $C_{\bar{V}}^{\bar{V}}$ 的精度。这正好体现了滤波系统中 $\delta \bar{V}$ 的反馈补偿作用。至于状态 $\delta \bar{\varepsilon}$ 和 $\delta \bar{\nabla}$, 由于它们可观测性较差,有的分量甚至不可观测,所以在极短的对准时间内对它们进行反馈补偿是毫无意义的。

5 仿真结果与分析

在动基座上进行传递对准最重要的是快速和高精度。要做到这一点的关键是提高系统状态的可观测性,具体做法是使飞机在对准过程中作机动飞行。这种机动动作不能太复杂,不能给驾驶员造成太大的麻烦,要简单易行。本文认为,选择水平直线加速最合适,采取 $1g$ 的连续加速 $5s$,再改为匀速 $5s$,以完成传递对准任务。

子惯导内的惯性器件一般采用低成本的,本研究所用陀螺的漂移为 $0.01^\circ/s$ 和 $1^\circ/h$,加速度计零偏为 $10^{-3}g$ 和 $10^{-4}g$;机翼挠曲变形相关频率 β_i^* 为 $2/s$;平台传递误差初始估值误差均方根值(又称标准差), $\sigma_{\delta p_x} = 1.2^\circ$, $\sigma_{\delta p_y} = 1.2^\circ$, $\sigma_{\delta p_z} = 2.2^\circ$;挠曲变形角初始估值误差均方根值 $\sigma_{\mu_x} = 1^\circ$, $\sigma_{\mu_y} = 2^\circ$, $\sigma_{\mu_z} = 0.5^\circ$;滤波采样周期 $T = 0.05s$ 。

经卡尔曼滤波的协方差分析法仿真后,可获得在传递对准 $10s$ 以内的滤波精度 $\sigma_{\bar{\alpha}(t)}$ 和 $\sigma_{\bar{\beta}(t)}$ 的变化规律和三组参数的仿真结果比较(图2和表1所示)。

图2曲线充分表明,传递对准精度从 $5s$ 以后变化已不很明显,基本处于稳态,所以该传递对准时间约为 $6s$ 。

表1 传递对准时间 $t = 10s$, 相对 n 系的对准精度 $\sigma_n = \sqrt{\sigma_{\delta p}^2 + \sigma_p^2}$

惯性器件精度	标准差 (角分)						精度 σ_n (角分)		
	$\sigma_{\delta p_x}$	$\sigma_{\delta p_y}$	$\sigma_{\delta p_z}$	σ_{p_x}	σ_{p_y}	σ_{p_z}	σ_{x^n}	σ_{y^n}	σ_{z^n}
$0.01^\circ/s, 10^{-3}g$	1.80	3.60	4.60	2.40	2.40	2.99	3.00	4.32	5.48
$0.01^\circ/s, 10^{-4}g$	1.65	1.72	4.50	2.30	2.30	2.99	2.83	2.87	5.40
$1^\circ/h, 10^{-4}g$	0.96	1.29	2.20	2.10	2.17	2.99	2.30	2.52	3.71

从表1仿真结果中可看到,陀螺漂移对航向准精度的影响较大,加速度计零偏对水平对准精度影响较大。上面三组不同参数的仿真结果充分表明,本研究采用低成本惯性器件完全可以满足导弹传递对准精度和快速性要求,在工程上具有一定参考和实用价值。