



普通高等院校“十二五”规划教材

信号与系统

XINHAO YU XITONG

主编 邵英



国防工业出版社

National Defense Industry Press

信号与系统

主编 邵英

参编 杨忠林 刘建宝 侯新国

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书是根据军队综合性大学对“信号与系统”课程教学的需求而编写的。按照军队综合性大学对信息化人才培养的教学要求,将教学内容与实际应用相结合,从而提高教学的有效性和针对性。

本书采用先连续后离散的布局安排知识,主要内容共7章。第1章介绍信号的基本概念;第2章介绍系统的基本概念;第3章介绍系统的时域分析;第4章介绍连续时间系统的频域分析;第5章介绍拉普拉斯变换及连续系统的S域分析;第6章介绍 z 变换及离散系统的 z 域分析;第7章介绍系统函数及状态方程的建立。

本书主要适用于军队综合性大学的本科学生,可以推广至其他地方高等院校的“信号与系统”课程教学需求,同时也可以供电子工程技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统 / 邵英主编. —北京:国防工业出版社,
2014.9
ISBN 978-7-118-09525-8

I. ①信... II. ①邵... III. ①信号系统 IV.
①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 147108 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 20 字数 455 千字

2014 年 9 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3500 册 定价 45.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

前 言

“信号与系统”是通信和电子信息类专业的核心基础课,其中的概念和分析方法广泛应用于通信、自动控制与信息处理、电路与系统等领域。本书是根据军队综合性大学对“信号与系统”课程教学的需求而编写的。由于军队综合性大学对课程教学的特殊性,很多同类教材的教学内容更偏重于基础理论,无法结合军队院校的实际应用需求进行介绍,影响教学效果。本书按照军队综合性大学对信息化人才培养的教学要求进行编写,将教学内容与实际应用相结合,从而有效提高了教学的有效性和针对性。

本着“理论够用为度,重在培养技能,重在应用”的原则,本书力求遵循理论与实践的紧密结合,突出应用性和针对性,加强实践能力的培养,注重培养学生的应用能力和解决现场实际问题的能力。本书在内容安排上,突出了实用性,设置了相关的 MATLAB 实验,课程的主要内容都配有一定数量的习题,从而激发学生的学习兴趣,充分调动学生学习的主动性和积极性。

本书采用先连续后离散的布局安排知识,先掌握连续信号与系统分析的内容,再通过类比理解离散信号与系统分析的概念。从而建立完整的信号与系统的概念。主要内容共 7 章:第 1 章介绍信号的基本概念;第 2 章介绍系统的基本概念;第 3 章介绍系统的时域分析;第 4 章介绍连续时间系统的频域分析;第 5 章拉普拉斯变换及连续系统的 s 域分析;第 6 章介绍 z 变换及离散系统的 z 域分析;第 7 章介绍系统函数。

本书主要适用于军队综合性大学的本科学生,可以推广至其他地方高等院校的“信号与系统”课程教学需求,同时也可以供电子工程技术人员参考。

本书由邵英主编和统稿,邵英负责编写第 1、2、3 章,杨忠林及侯新国负责编写第 4、7 章,刘建宝负责编写第 5、6 章。吴正国教授对本书地编写提出了许多宝贵的意见,并对全书进行了仔细地审阅,谨致以衷心地感谢。

由于编者水平所限,书中难免存在不足和疏漏,恳请广大读者批评指正。

编 者
2014 年 1 月

目 录

绪论	1
第1章 信号的基本概念	3
1.1 信号的分类及典型的连续时间信号	3
1.1.1 信号的分类	3
1.1.2 典型的连续时间信号	6
1.2 信号的基本运算	8
1.2.1 反褶	8
1.2.2 时移	8
1.2.3 展缩	9
1.2.4 倒相	10
1.2.5 相加	10
1.2.6 相乘	10
1.2.7 微分	11
1.2.8 积分	11
1.3 阶跃信号和冲激信号	11
1.3.1 单位阶跃信号	11
1.3.2 单位冲激信号	13
1.3.3 阶跃信号与冲激信号的关系	17
1.4 卷积积分及其性质	17
1.4.1 卷积积分的定义	18
1.4.2 卷积积分的计算	18
1.4.3 卷积积分的性质	21
1.5 离散时间信号	24
1.5.1 离散时间信号的概念	24
1.5.2 序列的基本运算	26
1.5.3 基本序列	30
1.6 离散时间信号的卷积和	34
1.6.1 卷积和	34

1.6.2 相关	38
习题	41
第2章 系统的基本概念	45
2.1 系统的描述	45
2.1.1 连续时间系统	45
2.1.2 离散时间系统	46
2.1.3 系统的框图表示	46
2.2 系统的特性	50
2.2.1 连续时间系统的特性	50
2.2.2 离散时间系统的特性	54
习题	56
第3章 系统的时域分析	59
3.1 引言	59
3.2 LTI 连续系统的响应	59
3.2.1 微分方程的经典解	59
3.2.2 零输入响应与零状态响应	66
3.3 冲激响应与阶跃响应	72
3.3.1 冲激响应	72
3.3.2 阶跃响应	75
3.4 利用卷积求零状态响应	79
3.4.1 任意激励信号的冲激函数分解	79
3.4.2 任意激励下的 LTI 系统的零状态响应	80
3.5 LTI 离散系统的响应	81
3.5.1 离散时间系统与数学模型	81
3.5.2 LTI 离散系统差分方程的经典解	82
3.5.3 零输入响应	85
3.5.4 零状态响应	86
3.6 单位序列响应和阶跃响应	89
3.6.1 单位序列响应	89
3.6.2 阶跃响应	91
3.6.3 利用单位序列响应求零状态响应	93
习题	94
第4章 连续时间系统的频域分析	100
4.1 周期信号的正交分解与傅里叶级数	100

4.1.1	矢量的正交分解	100
4.1.2	信号的正交分解	102
4.1.3	傅里叶级数	104
4.2	周期信号的频谱	113
4.2.1	频谱的基本概念	113
4.2.2	周期矩形信号的频谱	114
4.2.3	周期信号的功率与有效值	116
4.3	非周期信号的频谱	119
4.3.1	从傅里叶级数到傅里叶变换	119
4.3.2	常用信号的频谱	121
4.4	傅里叶变换的性质	125
4.4.1	线性性质	125
4.4.2	奇偶性	127
4.4.3	尺度变换特性	127
4.4.4	对称特性	129
4.4.5	时移特性	130
4.4.6	频移特性	131
4.4.7	卷积定理	133
4.4.8	时域微分和积分特性	135
4.4.9	频域微分和积分特性	138
4.4.10	能量定理	140
4.5	周期信号的傅里叶变换	142
4.5.1	正、余弦信号的傅里叶变换	142
4.5.2	一般周期信号的傅里叶变换	143
4.5.3	傅里叶系数与傅里叶变换的关系数	144
4.6	线性时不变系统的频域分析	145
4.6.1	$e^{j\omega t}$ 激励下的零状态响应	145
4.6.2	任意激励下的零状态响应	146
4.6.3	无失真传输系统	150
4.6.4	理想滤波器	150
4.7	取样定理	155
4.7.1	信号的取样	155
4.7.2	信号的恢复	158
4.7.3	时域抽样定理	159
	习题	160

第 5 章 拉普拉斯变换及连续系统的 s 域分析	167
5.1 拉普拉斯变换	167
5.1.1 从傅里叶变换到双边拉普拉斯变换	167
5.1.2 收敛域	168
5.1.3 单边拉普拉斯变换	170
5.1.4 常用信号的拉普拉斯变换	171
5.2 拉普拉斯变换的性质	172
5.2.1 线性性质	172
5.2.2 尺度变换	173
5.2.3 时移(延时)特性	173
5.2.4 复频移(s 域平移)特性	175
5.2.5 时域微分特性(定理)	175
5.2.6 时域积分特性(定理)	177
5.2.7 卷积定理	179
5.2.8 复频域(s 域)微分和积分	182
5.2.9 初值定理和终值定理	183
5.3 拉普拉斯反变换	186
5.3.1 查表法	187
5.3.2 部分分式展开法	187
5.3.3 围线积分法(留数法)	193
5.4 连续时间系统的复频域分析	194
5.4.1 微积分方程的拉普拉斯变换解	194
5.4.2 电路的 s 域模型	200
5.5 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	207
5.5.1 $\sigma_0 > 0$	207
5.5.2 $\sigma_0 < 0$	207
5.5.3 $\sigma_0 = 0$	207
习题	209
第 6 章 z 变换及离散系统的 z 域分析	214
6.1 z 变换	214
6.1.1 从拉普拉斯变换到 z 变换	214
6.1.2 z 变换	215
6.1.3 收敛域	215
6.2 z 变换的性质	219

6.2.1	线性性质	219
6.2.2	移位(移序)性质	221
6.2.3	z 域尺度变换(序列乘 a^k)	224
6.2.4	卷积定理	225
6.2.5	z 域微分(序列乘 k)	227
6.2.6	z 域积分(序列除 $n+m$)	228
6.2.7	部分和	229
6.2.8	n 域反转	230
6.2.9	初值定理和终值定理	231
6.3	z 反变换	235
6.3.1	幂级数展开法(长除法)	235
6.3.2	部分分式法	238
6.3.3	围线积分法(留数法)	242
6.4	z 变换与拉普拉斯变换、傅里叶变换的关系	244
6.4.1	z 平面与 s 平面的映射关系	244
6.4.2	z 变换与拉普拉斯变换的关系	245
6.4.3	z 变换与傅里叶变换的关系	247
6.4.4	序列的傅里叶变换与连续时间信号拉普拉斯变换的关系	247
6.5	离散时间系统的 z 域分析	248
6.5.1	差分方程的 z 域解	248
6.5.2	系统函数	251
	习题	253
第7章	系统函数	258
7.1	系统函数与系统特性	258
7.1.1	系统函数的零点与极点	258
7.1.2	系统函数极点与零点分布与系统时域特性的关系	259
7.1.3	系统函数的极点、零点与系统频域特性的关系	262
7.2	系统的因果性与稳定性	268
7.2.1	系统的因果性	268
7.2.2	系统的稳定性	269
7.3	信号流图	273
7.3.1	信号流图	274
7.3.2	梅森公式	278
7.4	系统的结构	280
7.4.1	直接实现	280

7.4.2	级联实现	283
7.4.3	并联实现	283
7.5	系统的状态变量分析	287
7.5.1	状态变量与状态方程	288
7.5.2	状态方程建立	291
7.5.3	状态方程变换域解	296
	习题	299
附录一	卷积积分表	303
附录二	卷积和表	304
附录三	常用信号的傅里叶变换表	305
附录四	拉普拉斯逆变换表	306
附录五	序列的 z 变换表	307
	参考文献	308

绪 论

信号,就是随时间和空间变化的某种物理量或物理现象。例如在通信工程中,一般将通过某种方式传递的语言、文字、图像、数据等统称为消息,在消息中包含着一定的信息。通信就是从一方向另一方传送消息,给对方以信息。但消息必须借助于一定形式的信号(如光信号、电信号等)才能进行传送和各种处理。因而,信号是消息的载体,是消息的表现形式,是通信的客观对象,而消息则是信号的内容。

人类赖以生存的物理世界充满了各类信号,有些是自然界产生的,有些是人类自己的躯体产生的,还有些是人类为了满足某种需求运用智慧产生的。例如,用声带发声时气压的变化,一天中空气湿度的变化,在医院里医生作心电图检查时仪器上显示的周期性电信号等。严格来讲,信号和函数是两个不同的概念。在信号与系统的分析中,信号一般被描述成数学函数。信号是携带信息的真实物理现象,而函数是对信号的描述。信号表示为一个时间的函数。从广义上说,信号是随时间变化的某个物理量。只有变化的物理量才能携带信息。在信号和系统分析中不区分信号和函数的细微差别,而把它们混为一体。信号表现为电压、电流、电荷、磁链,则称为电信号,它是现代科学技术中应用最广泛的物理量。

随着信息技术的飞速发展,信号不再是单纯由电路所产生的电信号,声音信号、视频信号、图像信号以及网络通信过程中计算机产生的数据流,都是现代意义上的信号。系统的概念也不再拘泥于传统基于电路的系统,一个电脑程序、一个硬件电路或是两者的结合都可以称为系统。因此需要对信号与系统的概念和内涵不断进行修改和发展。从数学角度看,由 E. A. LCC, 和 P. Varaiya 用集合与函数的概念来定义信号,无论语音图像信号还是一帧数据,都可以用一个具有合适定义域和值域的函数来定义,从这个视角看,系统可以定义为信号的函数,其定义域和值域都是信号函数。

由于数字计算机的快速发展,信号与系统的研究重点向离散、数字方向转移,因而也越来越多地跟数字信号处理相融合。信号与系统和数字信号处理两门课程之间界限越来越模糊,信号与系统主要研究信号经过线性时不变系统传输和处理所需要的基本概念和理论,研究内容既包括连续时间方面也包括离散时间方面;数字信号处理则是研究离散时间信号的处理方法,其中利用了大量信号与系统中建立起来的基本概念和理论。对比 1985 年 A. V. Oppenheim 版本和 2002 年 W. K. Edward 版本的信号与系统教材,后者内容上除了信号与系统传统的概念和方法,还包括了转移函数、控制应用、数字滤波器和控制器设计应用等数字信号处理课程的相关知识。

本书的研究对象是确定性的信号、确定性的系统以及确定性信号通过确定性系统的输出。研究的系统主要是线性时不变因果系统。通过本书的学习,使读者对“信号”与“系统”的概念和分析方法有深入地了解,能熟练掌握两个基本概念(信号、系统),掌握三个变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换和 z 变换),为从事信号处理等方面有关的研究工作打下坚实的基础。

第 1 章 信号的基本概念

1.1 信号的分类及典型的连续时间信号

1.1.1 信号的分类

根据信号的属性,信号可分为确定信号与随机信号、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号。

1. 确定信号与随机信号

按照信号随时间变化的规律,信号可分为确定信号与随机信号。确定信号是指能够表示为确定的时间函数的信号。当给定某一时间值时,信号有确定的数值,其所含信息量的不同体现在其分布值随时间或空间的变化规律上。电路基础课程中研究的正弦信号、指数信号、各种周期信号等都是确定信号的例子,如图 1.1-1(a)所示。

随机信号不是时间 t 的确定函数,它在每一个确定时刻的分布值是不确定的,只能通过大量试验测出它在某些确定时刻上取某些值的可能性的分布。空中的噪声、电路元件中的热噪声、电流等,都是随机信号的例子,如图 1.1-1(b)。

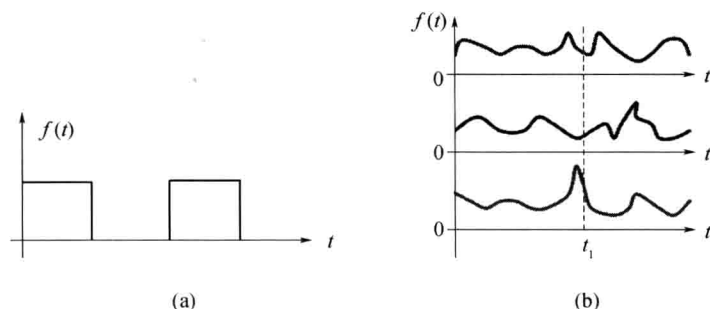


图 1.1-1 确定信号与随机信号

(a) 确定信号; (b) 随机信号。

实际传输的信号几乎都是随机信号。因为若传输的是确定信号,则对接收者来说,就不可能由它得知任何新的信息,从而失去了传送消息的本意。但是,在一定条件下,随机信号也会表现出某种确定性。例如,在一个较长的时间内随时间变化的规律比较确定,即可近似地看成是确定信号。

随机信号是统计无线电理论研究的对象。本书只研究确定信号。

2. 连续时间信号与离散时间信号

1) 连续时间信号

对任意一个信号,如果在定义域内,除有限个间断点外均有定义,则称此信号为连续

时间信号。连续时间信号的自变量是连续可变的,而函数值在值域内可以是连续的,也可以是跳变的。如图 1.1-2 中所示的斜坡信号,就是一个连续时间信号。

2) 离散时间信号

对任意一个信号,如果自变量仅在离散时间点上定义,则称此信号为离散时间信号。离散时间信号相邻离散时间点的间隔可以是相等的,也可以是不相等的。在这些离散时间点之外,信号无定义。

例如,一个离散时间信号(其波形图如图 1.1-3 所示),函数表示为

$$y(n) = \begin{cases} n, & n = 1, 2, 3 \cdots \\ 1, & n = -1, -2 \cdots \end{cases} \quad (1.1-1)$$

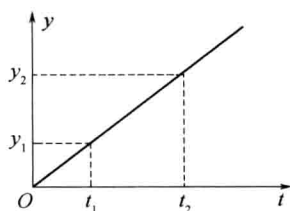


图 1.1-2 连续时间信号

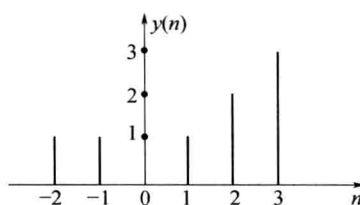


图 1.1-3 离散时间信号

定义在等间隔离散时间点上的离散时间信号称为序列,序列可以表示成函数形式,也可以直接列出序列值或写成序列值的集合。在工程应用中,通常将幅值连续可变的信号称为模拟信号;将幅值连续的信号在固定时间点上取值得到的信号称为取样信号;将幅值只能取某些固定的值,而在时间上等间隔的离散时间信号称为数字信号。

3. 周期信号与非周期信号

周期信号是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间,每隔一定时间 T (或整数 N),按相同规律重复变化的信号,如图 1.1-4(a)所示。其数学定义:设信号 $f(t)$,若存在一个常数 T ,使得

$$f(t) = f(t \pm nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \quad (1.1-2)$$

则 $f(t)$ 为一个连续的周期信号。否则, $f(t)$ 就是一个非周期信号。

离散周期信号可表示为

$$f(n) = f(n \pm mN) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \quad (1.1-3)$$

对于正弦序列(或余弦序列),如图 1.1-4(b)所示。

$$\begin{aligned} f(n) &= \sin(\beta n) = \sin(\beta n + 2mk\pi) \\ &= \sin\left[\beta\left(n + m\frac{2k\pi}{\beta}\right)\right] \\ &= \sin[\beta(n + mN)] \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2 \cdots; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \end{aligned} \quad (1.1-4)$$

可以看出,当 $\frac{2k\pi}{\beta}$ 为整数时($\frac{2\pi}{\beta}$ 可以是整数,也可以是有理数),正弦序列才具有周期 $N = \frac{2k\pi}{\beta}$ 。图 1.1-4(b)画出了 $\beta = \frac{\pi}{6}$, 周期 $N = 12$ 的情形,它每经过 12 个单位循环一次。

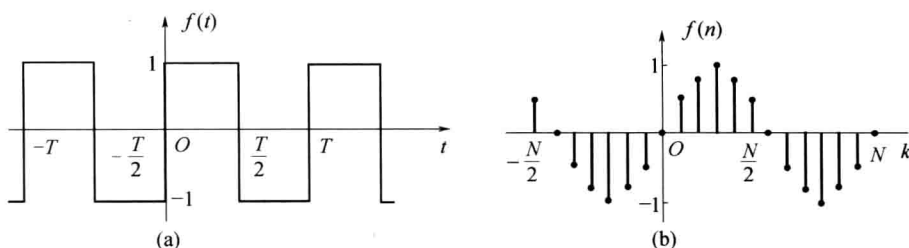


图 1.1-4 周期信号
(a) 连续周期信号; (b) 正弦序列。

需要注意的是,当 $\frac{2\pi}{\beta}$ 为无理数时,该序列不具有周期性,但是其样值的包络线仍为正弦函数。

例 1.1-1 判断下列序列是否为周期性的,如果是周期性的,确定其周期。

(1) $f_1(n) = \sin\left(\frac{\pi}{7}n + \frac{\pi}{6}\right)$; (2) $f_2(n) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}n + \frac{\pi}{12}\right)$; (3) $f_3(n) = \sin\left(\frac{1}{5}n + \frac{\pi}{3}\right)$ 。

解:

(1) $\beta_1 = \frac{\pi}{7}, \frac{2\pi}{\beta_1} = 14$, 故 $f_1(n)$ 是周期序列,其周期 $N_1 = 14$ 。

(2) $\beta_2 = \frac{5\pi}{6}, \frac{2n\pi}{\beta_2} = \frac{2 \times 6 \times n\pi}{5\pi} = 12$ ($n=5$), 故 $f_2(n)$ 是周期序列,其周期 $N_2 = 12$ 。

(3) $\beta_3 = \frac{1}{5}, \frac{2\pi}{\beta_3}$ 为无理数,故 $f_3(n)$ 是非周期序列。

4. 能量信号与功率信号

1) 能量信号

将一个电压或电流信号 $f(t)$ 加到单位电阻上,则在该电阻上产生的瞬时功率为 $|f(t)|^2$ 。在一段时间 $\left(-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}\right)$ 内消耗一定的能量,把该能量对时间区域取平均,即为信号在此区间内的平均功率。

定义 若将时间区域无限扩展,信号满足条件

$$E = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (1.1-5)$$

称为能量信号,即如果一个信号在无限大时间区域内信号的能量为有限值,则称该信号为能量有限信号或能量信号。

能量信号的平均功率为零。

2) 功率信号

定义 将时间区域无限扩展,信号满足条件

$$P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} |f(t)|^2 dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} E < \infty \quad (1.1-6)$$

称为功率信号,即如果在无限大时间区域内信号的功率为有限值,则称该信号为功率有限信号或功率信号。

功率信号的能量无穷大。

离散信号有时候也要讨论能量和功率,序列 $f(n)$ 的能量定义为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2 \quad (1.1-7)$$

离散序列 $f(n)$ 的功率定义为

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2 \quad (1.1-8)$$

根据能量信号和功率信号的定义,显然可以得出:时限信号(在有限时间区域内存在非零值的信号)是能量信号;周期信号是功率信号;非周期信号可能是能量信号;也可能是功率信号。

对于离散信号,类似的可以定义其能量和功率,即

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (1.1-9)$$

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (1.1-10)$$

若 $E < \infty$, 则称 $x(n)$ 为能量有限信号, 简称为能量信号, 此时 $P = 0$; 若 $P < \infty$, 则称 $x(n)$ 为功率有限信号, 简称为功率信号, 此时 $E = \infty$ 。

1.1.2 典型的连续时间信号

下面给出几个常见信号的函数表达式及其波形图。以后可以看到, 它们在信号与系统分析中有着极其重要的地位和作用。

1. 指数信号

指数信号的表达式为

$$f(t) = Ae^{st} \quad (1.1-11)$$

根据 A 和 s 的不同取值, 有三种情况:

(1) 当 $A = m$ 和 $s = \alpha$ 均为实数时, $f(t)$ 为实指数信号。

当 $\alpha > 0$ 时, 为指数递增信号;

当 $\alpha < 0$ 时, 为指数递减信号;

当 $\alpha = 0$ 时, $f(t)$ 等于常数。

波形如图 1.1-5 所示。

(2) 当 $A = 1$ 和 $s = j\omega$ 时, $f(t)$ 为虚指数信号, 即

$$f(t) = Ae^{st} = e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t \quad (1.1-12)$$

显然, 这是一个周期信号。

(3) 当 A 和 s 均为复数时, $f(t)$ 为复指数信号。

设 $A = |A|e^{j\varphi}$, $s = \sigma + j\omega$, 则 $f(t)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} f(t) &= Ae^{st} = |A|e^{j\varphi} \cdot e^{(\sigma + j\omega)t} = |A|e^{\sigma t} \cdot e^{j(\varphi + \omega t)} \\ &= |A|e^{\sigma t} \cdot [\cos(\varphi + \omega t) + j\sin(\varphi + \omega t)] \end{aligned} \quad (1.1-13)$$

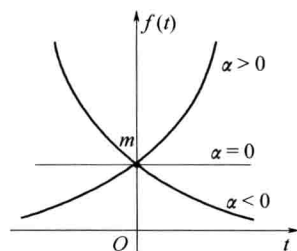


图 1.1-5 实指数信号

当 $\sigma > 0$ 时, $f(t)$ 为幅度指数递增的正弦振荡信号;

当 $\sigma < 0$ 时, $f(t)$ 为幅度指数递减的正弦振荡信号;

当 $\sigma = 0$ 时, $f(t)$ 为幅度等幅的正弦振荡信号。

$f(t)$ 在 $\sigma > 0$ 、 $\sigma < 0$ 和 $\sigma = 0$ 三种情况下的波形如图 1.1-6 所示。

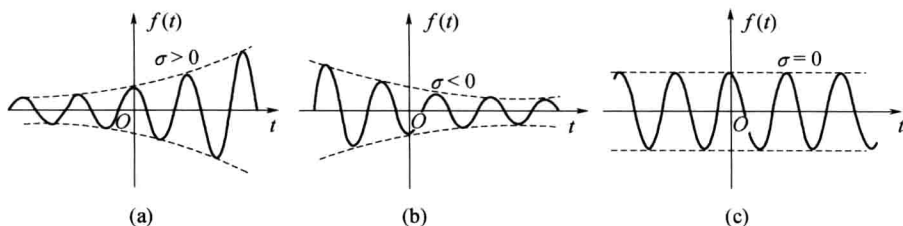


图 1.1-6 复指数信号

2. 正弦信号

正弦信号的一般形式为

$$f(t) = A \sin(\omega t + \theta) \quad (1.1-14)$$

式中: A 为振幅; ω 为角频率; θ 为初相位。这三者称为正弦信号的三要素。由这三个参数就可以唯一地确定一个正弦信号。

3. 抽样信号

抽样信号定义为

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1.1-15)$$

显然, 当 $t \rightarrow 0$ 时, 式(1.1-15)右边是 $\frac{0}{0}$ 型极限, 运用罗必塔法则得

$$\lim_{t \rightarrow 0} \text{Sa}(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(\sin t)'}{t'} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t}{1} = 1 \quad (1.1-16)$$

首先来定性分析一下 $\text{Sa}(t)$ 波形的趋势, 当 t 从 0 增大到 $+\infty$, $\frac{1}{t}$ 的幅度越来越小(衰减的), 而 $\sin t$ 是周期振荡的, 所以 $\text{Sa}(t)$ 总的趋势是衰减振荡的。显然 $\text{Sa}(t)$ 是偶函数, 所以在负半轴的趋势是一样的。 $\text{Sa}(t)$ 的波形如图 1.1-7 所示。

显然, $t = k\pi$ ($k = \pm 1, \pm 2, \dots$) 是函数的零点, 在任意零点两侧函数取值正负交替。此外有 $\int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi$ 。

类似地, 定义辛格函数为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t} \quad (1.1-17)$$

显然 $\text{Sa}(t)$ 和 $\text{sinc}(t)$ 的关系为

$$\text{sinc}(t) = \text{Sa}(\pi t) \quad (1.1-18)$$