

• 内部资料 •

拱壳-梁壳静力学 与 稳 定 性

L. Kollár['] 博士著

张 申译 胡松林校

河南省建筑学会

一九八四年一月

Statik und Stabilität der Schalenbogen und Schalenbalken

von Dr.techn. Iojos Kollár

1973

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn
Berlin München Düsseldorf

* * * * *

拱壳-梁壳静力学与稳定性

前 言

结构的发展逐渐演变成两个不同的范畴。其一由于结构工程师的造型意志和形式感觉出现新结构，其二取得新型结构静力学理论的进步和施工的可能性。这种交替作用的有益激发总是来自处于领先地位的领域。最近，所谓拱壳—梁壳之类特殊的壳体结构不断增多。本书愿通过壳体结构的理论阐述，促使其进一步发展。所以在它的讨论方法上力争使非常复杂的理论现象和研究，做到实用上清楚便利。

我应该特别感谢特许工程师Z.G'ardonyi先生对数值例题计算的可贵支持，特许工程师P.Gesler和Gy.Iványi先生对数值表的精心拟订，我的讲师特许工程师L.Lipták先生有价值的建议。我诚挚感谢K.Reimholz先生将匈牙利文手稿翻译成德文，最后还要感谢(Wilhelm Ernst & Sohn Berlin/München/Düsseldorf, 以及科学院〔匈牙利科学院出版社〕，布达佩斯)出版社的友谊支持和对本书的精美装帧。

博士 L.Kollár

目 录

符号

第一章 序言	1
1.1 现代建筑中的拱壳和梁壳.....	1
1.2 本书的目的.....	3
1.3 关于拱壳静力学性质和稳定性特征的概述.....	3
1.4 基本假定.....	8
第二章 拱平面内的静力学和稳定性研究	9
2.1 假定.....	9
2.2 纯弯曲作用下的拱壳性质.....	10
2.2.1 截面变形.....	10
2.2.2 弯矩与曲率度变间的关系.....	21
2.2.3 $M(\chi)$ 曲线的起始正切.....	22
2.2.4 完整的 $M(\chi)$ 曲线和临界弯矩.....	27
2.2.5 拱轴线方向的应力.....	43
2.2.6 拱壳的横向弯矩.....	52
2.3 中心受压的折曲.....	59
2.4 偏心受压的折曲.....	59
2.4.1 近似假定.....	61
2.4.2 偏心压力的研究.....	62
2.5 文献.....	70
2.5.1 拱壳弯曲性质文献.....	70
2.5.2 拱壳中心受压折曲文献.....	71

2.5.3 拱壳偏心受压折曲文献	71
第三章 垂直拱平面的稳定性研究	72
3.1 假定与符号	72
3.1.1 假定	72
3.1.2 符号	74
3.2 解法和辅助值	75
3.2.1 平衡法基本方程	75
3.2.2 能量法基本方程	79
3.2.3 侧向弯曲的忽略	88
3.2.4 支承条件	88
3.2.5 变形 φ 与 U_T 的近似值	90
3.2.6 几种截面形状的 j_x 和 j_y 值计算	94
3.2.7 截面的几何特性值	9 ⁸
3.3 拱壳的弯曲倾复	100
3.3.1 端部自由的侧向铰支拱壳。按平衡法的解	100
3.3.2 其他支承方式的拱壳。按能量法的解	106
3.4 吊挂梁壳的倾复	112
3.4.1 引言	112
3.4.2 能量表达式和边界条件	114
3.4.3 自由边受压的梁壳	118
3.4.4 自由边受拉的梁壳	128
3.5 中心压力下拱壳的弯扭折	129
3.5.1 端部自由的侧向铰支拱壳。按平衡法的解	130
3.5.2 其他支承方式的拱壳。按能量法的解	135
3.6 偏心受压拱壳的弯扭折	143
3.6.1 引言	143

3.6.2	端部自由的侧向铰支拱壳	145
3.6.3	有端隔板的侧向嵌固拱壳	152
3.6.4	双拉杆的拱壳	155
3.6.5	单拉杆的拱壳	156
3.7	第三章文献	157
3.7.1	拱壳倾复的文献	157
3.7.2	梁壳吊挂倾复的文献	157
3.7.3	中心压力下拱壳弯扭折的文献	158
3.7.4	偏心压力下拱壳弯扭折的文献	158
第四章	翘曲	158
4.1	中心受压拱壳的局部翘曲	158
4.2	弯曲拱壳的局部翘曲	159
第五章	理论结果在实际设计工作中的应用	163
5.1	对不满足至今假定壳体的通用化	163
5.1.1	对拱平面内弯曲和失去稳定情况的通用化	163
5.1.2	对侧向失去稳定情况的通用化	167
5.2	弹性稳定理论的补充	169
5.2.1	弹性拱壳超临界范围的性质	169
5.2.2	徐变对拱壳临界荷载的影响	175
5.2.3	材料后期(塑性)强度的考虑	178
5.2.4	选择安全系数的着眼点	180
5.3	文献	180
第六章	数值例题	181
6.1	一般观点	181
6.2	验算强度和研究平面内稳定性的数值例题	181
6.2.1	原始数据	181

6.2.2	偏心压力的研究	185
6.2.3	中心压力的研究	190
6.3	验算侧向稳定性的数值例题	192
6.3.1	一般观点	192
6.3.2	原始数据	192
6.3.3	倾复力矩	194
6.3.4	弯扭折的临界压力	198
6.3.5	偏心受压拱壳弯扭折的临界荷载	200
6.4	验算梁壳吊挂倾复安全度的数值例题	205
6.4.1	向上开口的波形截面梁壳	205
6.4.2	向下开口的波形截面梁壳	210
6.4.3	梁壳弯曲变形对倾复的影响	211
第七章	模型试验	213
7.1	一般观点	213
7.2	拱平面内的弯曲和失稳试验	214
7.2.1	梁壳的展平	214
7.2.2	钢制坦V-形截面拱壳	215
7.2.3	钢制陡V-形截面拱壳	216
7.2.4	钢制圆弧截面拱壳	217
7.2.5	钢筋混凝土制抛物线形截面的拱壳	219
7.3	侧向失稳试验	224
7.3.1	倾复	224
7.3.2	中心受压拱壳的弯扭折	229
7.4	吊挂梁壳的倾复试验	233
7.4.1	端部自由的梁壳	233
7.4.2	有端隔板的梁壳	234

7.5	用中间隔板加强的模型。壳体的局部翘曲···	235
7.6	试验结果的评价·····	236
7.6.1	理论结果的检验·····	236
7.6.2	理论上仅近似理解的现象的讨论·····	237
第八章	数值表·····	239

符号

代 号	名 称	标注位置
a	假想压力偏心	[2.108]
	圆柱体曲率半径	图4.1
b	截面半宽	图2.1
c	截面半弧长	图2.4到2.7
	$\cos\beta b$	[2.31][2.33]
d	截面高	图1.1, 2.1
e	截面重心到剪切中心的距离	图3.1, 3.7
f	吊点超过荷载作用点的高度	图3.9
g	表面荷载	图3.10
h	壳体厚度	图2.1, 2.4到2.7
i_x, i_y	惯性半径	[3.24d, e]
j_x, j_y	拱壳截面的几何常数	[3.26d, e] 图3.6
j_x^0, j_y^0	梁壳截面的几何常数	图3.7
l	拱和梁的长度	图3.5
m	$M(\chi)$ 曲线近似公式的指数	[2.101][2.102]
$m_y, m_z,$ m_{yz}	单位内弯矩及对y, z轴的扭矩	图2.3b
$\bar{m}_x, \bar{m}_y$	对x, y轴的单位荷载力矩(侧向折曲情况下)	[3.3a, b, c]
n	折曲安全系数	第六章
n_x, n_y n_{xy}	薄膜切力	图2.3a
p	变集度径向荷载	图2.23

q	等集度径向荷载	图1.8b
$\bar{q}$	y方向单位荷载力(侧向折曲情况下)	[3.3b]
s	拱长度	图3.5
	$\sin\beta b$	[2.32][2.34]
t	荷载作用点超过剪切中心的高度	图3.4
t_x, t_y	单位弯曲切力	图2.3b
u, v, w	x, y, z方向位移	图3.1
u_a	壳体起始变形	图4.2, 4.3
u_0, u_1	u的均匀和非均匀部分	[2.13]
x, y, z	变形后的座标	图3.1
x_0, y_0, z_0	变形前的座标	图3.1
A B C D	积分常数	[2.14]
C	$\cosh\beta b$	[2.31][2.32]
E	弹性模量	
F	截面面积	
	吊点	图3.9
G	剪切模量	
I_x, I_y	对x、y轴的惯性矩	
I_t	扭转面积矩	
I_w	对扭转轴的隆起阻力	
K_0	$= 2e - d j_x^0 - \frac{b^2}{d} j_y^0$	[3.85]
K_1, K_2	积分常数	[3.39][3.40]
L	拱跨度	图6.1. 6.5

$M, M_q,$ M_p	外荷载引起的弯矩	图1.8a
M_2	拱四分点上反对称荷载引起的弯矩	图2.23
M_2^*	和 N^* 共同引起折曲的弯矩	图2.29, 3.71
$M_x, M_y,$ M_z	侧向折曲时对 x, y, z 轴的弯矩	[3.3a, b, c] 图3.1
M_t	截面上作用的扭矩	[3.7][3.8]
N	拱上作用的压力	图1.8b
N^*	和 M_2^* 共同引起折曲的压力	[图2.29], 3.17
N_z	侧向折曲时 z 方向的拉力	[3.3b], 图3.1
P	径向荷载的作用点	图3.4, 3.9
Q	梁上的全部荷载	
R	拱曲率半径	图1.8, 2.1
S	重心	图2.1, 3.1
S	$\sinh \beta b$	[2.33][2.34]
T	剪切中心	图3.1, 3.7
T_x, T_y	侧向折曲时 x, y 方向的切力	图3.1[3.3b, c]
Z_A	$\frac{A}{R\chi d}$	[2.23]
Z_B, Z_C, Z_D	$= \frac{B}{R\chi d}, \frac{C}{R\chi d}, \frac{D}{R\chi d}$	[2.23]
α	拱的半开角	图3.1, 3.5
β	$= \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{hR}} = \frac{1.31b}{\sqrt{hR}}$	[2.10]
γ_1	有效惯性矩系数	[2.50] 图1.72.8
$\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$	与 βb 有关的值	[2.70], [2.81a] [2.81b]
z	z 方向伸长	[2.1]

θ	扭转	[3.4c], [3.8]
κ_x, κ_y	拱轴对x、y轴的曲率	[3.4a, b] 图3.1
λ_i	$= i \frac{\pi}{1}$	[3.36]
μ	横向弯矩系数	图2.19到2.22
ν	横向伸长值 (泊桑系数)	[2.98]
ξ	σ_z 应力系数	[2.88] 到 [2.92]
		图2.15到2.18
σ_z	拱轴方向的拉应力	图2.14
φ	对剪切中心的截面扭转	图3.1
φ_i	对称 φ -级数的系数	[3.35]
Φ_i	反对称 φ -级数的系数	[3.35]
ψ	吊挂梁对吊点的扭转	图3.9
χ	对y轴的曲率变化	[2.11]
χ_z	对z轴的曲率变化	[2.7]
以下注脚含义:		
k_r	= 临界	
S	= 对重心	
T	= 对剪切中心	
O	= 起始的 (变形前)	
g	= 偶数	[3.35]
a	= 奇数	[3.35]

第一章 序 言

1.1 现代建筑中的拱壳与梁壳

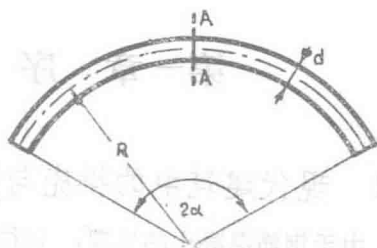
由于钢筋混凝土的出现，以往普通建筑材料（木材、石材、砖、钢材）根本无法施工的新结构才可能成为现实。这种新材料性质的阐明，围绕工程力学前提的深入探究以及为获得经济的大型轻屋盖的努力，都大量地转向选用新的壳体结构。从而这种新壳体结构就成为当代建筑艺术思想适宜的表达形式。壳体—特别是边沿不加强的结构—能达到崭新的空间效果，就自重轻、密封与单一性而言，堪列为值得重视的伟大建筑艺术时代的作品。

看到大型屋盖需要量不断增加，特别是常用建筑物（例如工业建筑）中，经济意义益显重要。所以壳体结构的施工方法很快就不能令人满意，由于围护与承重建筑构件的统一性受限，不再满足于向可成批生产的，定型的，大小和重量适应现有运输安装设备的预制构件发展的需要。

由完全相同的壳体单元组成的多波壳体结构（劈锥—《长筒》—多波壳体等）相应兴起。双向共同作用的多波壳体的独立单元—为达到有利的荷载与应力分布—必须满足一定的平面比例。事实上大跨度就不能预制。这种屋盖最好用可移动的轻型升降模板（能行驶或移动的模板）施工。

相反，筒壳—应力分布无很大妨碍—可划分成适宜予

制的大跨度条带，即大家熟知的如同《短筒》的拱。同时这种按拱作用的窄长壳体，如截面采用矩形板状，则刚度很小。截面作成曲线形，刚度就将大大提高。于是，在这种方式上就出现了一一般是双曲面条带拱壳，这种薄壁拱形承重结构的截面是开口的，还具有一个通过拱平面的对称轴线（图1.1）。另外，梁壳应是它的直轴线方案。两者都有变形和应力状态与拱轴线和截面变形的关系很大的特征。



拱壳（侧视）

梁壳（侧视）

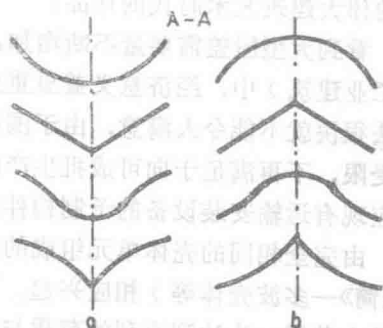


图1.1 拱壳与梁壳

这种便于成批予制的壳体结构很适宜于大型屋盖。1961年在德累斯顿与1966年在列宁格勒国际壳体结构组织代表会议上都指出了广泛应用的前景。

1.2 本书的目的

这类边沿不加强的壳体结构比带边梁壳体容易翘曲。对实用来说，重要的是要规定一个设计时验证全部稳定性的简便计算方法。因此，本书的目的首先是研究拱壳的静力学性质，并在此基础上系统地讨论它所有可能出现翘曲（折曲）情况的稳定性计算。这些文献中涉及有关个别问题的资料只是分散的，给出的解也还未达到在所有情况下都可实际应用的程度（关于各章材料涉及的有关论文列于该章末尾）。在这种情况下几乎全部问题都需要重新修整并找出新的答案，然后将结果写入书中。

有时首先示出的是解答所讨论问题的普通方法，然后给出个别实际出现情况的解。这个复杂问题到目前几近实际解决，即制成数值表与曲线图，或给出简单的近似公式。设计人员在一般范围内用它多数靠计算尺就可验算全部稳定性。计算过程由数值例题示出（第六章），最后在第七章讲到验证理论计算结果正确程度的模型试验。为简化理论推导，引入了某些假定与设想。第五章简要地说明对实际复杂情况通用化的问题。

1.3 拱壳静力学性质与稳定性特征的概述

拱壳实系开口薄壁曲杆。其静力学与稳定性的明确概念使很容易分辨出与普通拱形（实腹的）梁的差别。然而事先要坚持，拱轴线在对称平面内的变形一如任何对称截面梁一样——与侧向变形无关的假定。拱平面内的变化与侧向变化可分开进行讨论（此外也可参阅第三章2.1节中的提示）。

1.3.1 在拱平面内弯曲应力作用下的拱壳静力学性质与普通拱形梁不同（图1.2）。作用于长度 dz 的拱单元体两侧的拱方向弯曲正应力 σ_z ，由于拱的曲率产生垂直拱轴线并使拱截面横向弯曲的合力。在这样的弯曲作用下，薄壁截面有明显变形，它《变软》，即展平（或在反方向弯矩作用下变陡）。

由此得知，弯曲应力作用下拱壳比截面变形很小的普通拱形梁的刚度要小得多。刚度所以降低，不是由于截面展平惯性矩变小，而是截面《变软》所致，展平或变陡几乎与此无关。

图1.3曲线用来说明—根据以后阐述的研究—弯矩 M 与曲率变化 χ 间的关系。陡虚线表明普通拱形梁的性质，按静力学定律其间的关系为 $M = EI_y \chi$ (1.1) 式中 E = 拱所用材料的

弹性模量，

I_y = 拱截面对通过重心、垂直弯曲平面轴线的惯性矩。

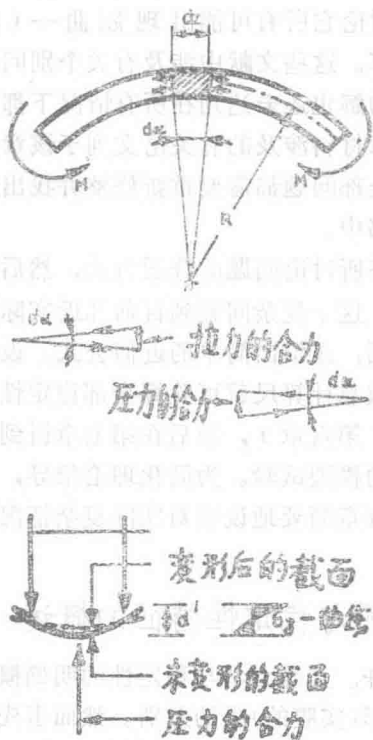


图1.2 截面展平*

*图1.2-1.5因复制效果差不予印出，故图号与原书不同——译注。

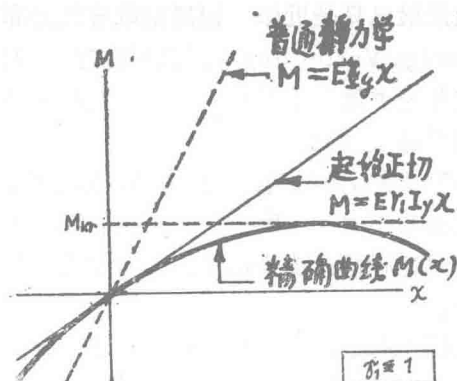


图1.3 弯矩与曲率变化间的关系

拱壳性质由图1.3中曲线明显看出。它的起始正切比普通拱的直线要平缓些。因此拱壳表现出一较小的弯矩作用下一惯性矩有所降低，数值不再是 I_y ，应代以 $\gamma_1 I_y$ ($\gamma_1 \leq 1$)。该乘积 $\gamma_1 I_y$ 以下称作拱壳的有效惯性矩。

拱壳截面根据弯矩符号可以知道是展平（图1.2）或变陡。当弯矩较小时拱壳刚度没什么差别，因为图1.3中起始正切对两种符号的弯矩同样有效。随着弯矩增大，差别逐渐明显：变陡将加强壳体刚度（图1.3中曲线下面的分支），相反截面展平，则愈容易弯曲，最后当弯矩值 M_{Kr} 时失去稳定性，达到破坏。

展平或隆起只出现在当正应力 σ_z 由于纵向曲率存在垂直拱轴线的合力情况下，直线梁壳的性质一很容易看出来一起初遵照普通静力学的解释，当已经变弯时才开始偏离，并变得很柔软。

由于所描述的截面变形使拱轴线方向作用的弯曲正应力