www.tdexam.com
培训考试 敬请加入

好学教育(www.5haoxue.net)参编

全国勘察设计注册工程师
执业资格考试辅导用书

注册土木工程师（岩土）基础考试

命题点全面解读（上册）

公｜共｜基｜础

建筑考试培训研究中心 组织编写

搜索命题重点　免费专家答疑

精选热点试题　考前重点点拨

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

全国勘察设计注册工程师执业资格考试辅导用书

注册土木工程师(岩土)基础考试命题点全面解读

(上册)

建筑考试培训研究中心　组织编写

中国铁道出版社

2014年·北京

图书在版编目(CIP)数据

注册土木工程师(岩土)基础考试命题点全面解读．上册/建筑考试培训研究中心组织编写．—北京：中国铁道出版社，2014.6
全国勘察设计注册工程师执业资格考试辅导用书
ISBN 978-7-113-18466-7

Ⅰ.①注… Ⅱ.①建… Ⅲ.①土木工程—工程师—资格考试—自学参考资料②岩土工程—工程师—资格考试—自学参考资料
Ⅳ.①TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 084681 号

书　　名：全国勘察设计注册工程师执业资格考试辅导用书
注册土木工程师(岩土)基础考试命题点全面解读(上册)
作　　者：建筑考试培训研究中心

策划编辑：江新锡　陈小刚
责任编辑：冯海燕　　　　**电话**：010-51873193
编辑助理：张卫晓
封面设计：崔　欣
责任校对：龚长江
责任印制：郭向伟

出版发行：中国铁道出版社(100054，北京市西城区右安门西街 8 号)
网　　址：http://www.tdpress.com
印　　刷：北京市昌平开拓印刷厂
版　　次：2014 年 6 月第 1 版　2014 年 6 月第 1 次印刷
开　　本：787mm×1 092mm　1/16　**印张**：42.5　**字数**：1 077 千
书　　号：ISBN 978-7-113-18466-7
定　　价：100.00 元

编写委员会

组织编写：建筑考试培训研究中心

参加编写：（排名不分先后）

好学教育（www.5haoxue.net）

中华培训教育网（www.wwbedu.com）

编写人员：郭爱云　郭丽峰　郭玉忠　郝鹏飞

黄贤英　靳晓勇　李同庆　王文慧

梁　燕　梁晓静　刘　龙　乔改霞

施殿宝　孙　静　王凤宝　魏文彪

谢文婷　薛孝东　杨自旭　赵　洁

张春霞　张福芳　郑赛莲　周　胜

前言

建筑考试培训研究中心应广大应试者的迫切要求，组织了一批执业资格考试辅导名师组成注册岩土工程师执业资格考试辅导用书编写委员会，利用这些考试辅导名师在具体辅导和命题工作中积累的经验，在全面锁定考纲教材变化、准确把握考试新动向的基础上，科学安排知识体系架构，以独特方法全方位剖析试题的真实含义，采用多维的解题方法拓展解题多思路的编写理念进行编写。

《全国勘察设计注册工程师执业资格考试辅导用书》系列丛书的编写体例是：

命题规律解读 通过辅导用书编写委员会对注册岩土工程师执业资格考试的命题规律的准确定位，深度透视命题规律，帮助应试者理顺备考思路。

命题点解读 一种话题就是一种考点，一段材料就是一段积累。辅导用书编写委员会将注册岩土工程师执业资格考试的命题要点做了深层次的剖析和总结，帮助应试者有效形成基础知识的提高和升华。

历年考题诠解 辅导用书编写委员会依托历年众多真题，赋予专业讲解，全面引领应试者答题方向，悉心点拨应试者破题技巧，有效突破应试者的思维固态。

热点试题全解 辅导用书编写委员会在编写过程中，遵循考试大纲，结合考试教材，经过潜心研究、精心策划、重点筛选后编写出难易符合考试要求的典型试题，帮助应试者巩固已掌握的知识。

《全国勘察设计注册工程师执业资格考试辅导用书》系列丛书的特点是：

“地毯式”搜索命题点——使考点插翅难飞；

“闪电式”速记命题点——把考试当作一场游戏；

“题库式”活用命题点——让命题者无计可施。

建筑考试培训研究中心专门为应试者组成了强大的专家答疑团队，所有应试者都可以通过专家答疑QQ（1494608260）和答疑网站（www.wwbedu.com）提出问题，专家答疑团队接到提问后会在24小时内回答应试者的提问。我们更希望应试者通过邮箱给我们提出宝贵意见，以便我们在以后修订时更进一步提高辅导书的价值。

进入考场的那一瞬间，你可能会感到有点紧张，这很正常。放松你的心情，增加信心，我们相信你有能力也有把握将本次考试做到完美。

由于编写时间仓促，书中难免存在疏漏之处，望广大读者和同行不吝赐教。我们衷心希望将建议和意见及时反馈给我们，我们将在以后的工作中予以改正。

最后衷心预祝广大应试者顺利通过考试。

建筑考试培训研究中心

2014年6月

目　　录

1 数　　学

命题规律解读

本章的命题规律主要体现在：

1. 掌握空间解析几何中平面方程和直线方程及其求法，会利用平面、直线的相互关系及其具体应用。

2. 微分学中极限的有理法则和导数的四则运算，都会在每一年的试卷中出题。

3. 积分学要求掌握科学技术中建立定积分表达式的元素法，会建立简单几何量和物理量的积分表达式。

4. 无穷级数中幂级数的收敛半径及收敛区间的求法是常考点。

5. 掌握变量可分离的方程、一阶线性方程、齐次方程、全微分方程的解法，这是常考点。

6. 矩阵的初等行变换和用初等变换求逆矩阵的方法，以及二次型的概念要求掌握。

7. 二项分布、泊松比、正态分布的数学期望及方差是概率和数理统计中要求掌握的内容。

命题点解读

命题点 1　向量代数的概念及运算（表 1—1）

表 1—1　向量代数的概念及运算

项　　目	内　　容
向量的概念	既有大小又有方向的量为向量。例如：以 A 为起点，B 为终点的向量可记作$\boldsymbol{AB}$，也可简记作 $\boldsymbol{a}$。向量$\boldsymbol{a}$的长记作$\|\boldsymbol{a}\|$，又称为向量$\boldsymbol{a}$的模。 若两向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$满足下列条件：(1)$\|\boldsymbol{a}\|=\|\boldsymbol{b}\|$；(2)$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$；(3)$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 指向同一侧，则称$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$。 与$\boldsymbol{a}$方向一致的单位向量为$\boldsymbol{a}^0=\dfrac{\boldsymbol{a}}{\|\boldsymbol{a}\|}$
向量的线性运算	(1)两向量的和。 以$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$为边的平行四边形的对角线所表示的向量$\boldsymbol{c}$称向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的和，记作$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$。 通常来说，$n$ 个向量$\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，…，$\boldsymbol{a}_n$ 的和定义：先作向量$\boldsymbol{a}_1$，再以$\boldsymbol{a}_1$ 的终点为起点作向量$\boldsymbol{a}_2$，…，最后以向量$\boldsymbol{a}_{n-1}$的终点为起点作向量$\boldsymbol{a}_n$，则以向量$\boldsymbol{a}_1$ 的起点为起点、以向量$\boldsymbol{a}_n$ 的终点为终点的向量$\boldsymbol{b}$称为$\boldsymbol{a}_1$，$\boldsymbol{a}_2$，…，$\boldsymbol{a}_n$ 的和，即$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n$。 (2)两向量的差。 设$\boldsymbol{a}$为一向量，与$\boldsymbol{a}$的模相同，而方向相反的向量叫做$\boldsymbol{a}$的负向量，记作$-\boldsymbol{a}$，规定两个向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的差为$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$。 (3)向量与数的乘法。 设 λ 是一个数，向量$\boldsymbol{a}$与 λ 的乘积 $\lambda\boldsymbol{a}$定为：

续上表

项目	内容
向量的线性运算	当 $\lambda>0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 表示一个向量,它的方向与$\boldsymbol{a}$的方向相同,它的模等于$\vert\boldsymbol{a}\vert$的 λ 倍,即$\vert\lambda\boldsymbol{a}\vert=\lambda\vert\boldsymbol{a}\vert$; 当 $\lambda=0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 是零向量,即 $\lambda\boldsymbol{a}=\vec{0}$; 当 $\lambda<0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 表示一个向量,它的方向与$\boldsymbol{a}$的方向相反,模等于$\vert\boldsymbol{a}\vert$的$\vert\lambda\vert$倍,即$\vert\lambda\boldsymbol{a}\vert=\vert\lambda\vert\vert\boldsymbol{a}\vert$。 (4)两向量的数量积。 两向量的数量积为一数量,可表示$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\vert\boldsymbol{a}\vert\vert\boldsymbol{b}\vert\cos(\widehat{a,b})$。 (5)两向量的向量积。 两向量的向量积为一向量,记作$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$。 ①$\vert\boldsymbol{c}\vert=\vert\boldsymbol{a}\vert\vert\boldsymbol{b}\vert\sin(\widehat{a,b})$,$\vert\boldsymbol{c}\vert$的几何意义为以$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$为边作出的平行四边形的面积;②$\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{b}$;③$\boldsymbol{c}$的正向按右手规则四个手指从$\boldsymbol{a}$以不超过 π 的角度转向$\boldsymbol{b}$,则大拇指的指向即为$\boldsymbol{c}$的方向。 (6)三个向量的混合积。 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$称为向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$的混合积,可记作$[\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}]$。 模$\vert(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}\vert$的几何意义为:以$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$为棱的平行六面体的体积。可推出当向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$共面时,混合积$[\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{b}\ \boldsymbol{c}]=0$,即$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=0$
向量运算的性质 ($\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$为向量, λ、μ 为数量)	(1)交换律:$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$,$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}\lambda$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}$。 (2)结合律:$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$,$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}=\lambda(\mu\boldsymbol{a})$,$\lambda(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})=(\lambda\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot(\lambda\boldsymbol{b})$,$\lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=(\lambda\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\times(\lambda\boldsymbol{b})$。 (3)分配律: $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$,$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$,$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$,$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$

命题点 2　平面的方程形式(表 1—2)

表 1—2　平面的方程形式

项目	内容
平面的一般方程	任一平面都可以用三元一次方程来表示,平面的一般方程为:$Ax+By+Cz+D=0$。 平面图形的特点有: 当 $D=0$ 时,通过原点的平面。 当 $A=0$ 时,法线向量垂直于 x 轴,表示一个平行于 x 轴的平面。同理 $B=0$ 或 $C=0$,分别表示一个平行于 y 轴或 z 轴的平面。 当 $A=B=0$ 时,方程为 $Cz+D=0$,法线向量为$\{0,0,C\}$,则此方程表示一个平行于 xoy 面的平面。同理 $Ax+D=0$ 和 $By+D=0$ 分别表示平行于 yoz 面和 xoz 面的平面。 反之,任何三元一次方程,例如,$5x+6y-7z+11=0$ 都表示一个平面,该平面的法向量为 $n=\{5,6,-7\}$

续上表

项　目	内　容
平面的点法式方程	垂直于一平面的非零向量叫作平面的法线向量。平面内的任一向量均与该平面的法线向量垂直。 已知平面上的一点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 和它的一个法线向量 $\boldsymbol{n}=\{A,B,C\}$，对平面上的任一点 $M(x,y,z)$，有向量：$\overrightarrow{M_0M}\perp\boldsymbol{n}$，即 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{M_0M}=0$。将已知代入坐标式，可得 $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$。该式即为平面的点法式方程
平面的截距式方程	设 a、b、c 为平面在坐标轴上的截距，平面方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$，此式称平面的截距式方程

命题点 3　点到平面及直线的距离（表 1—3）

表 1—3　点到平面及直线的距离

项　目	内　容
点到平面的距离	若平面方程为 $Ax+By+Cz+D=0$，平面外一点 $M(x_1,y_1,z_1)$，则点 M 到平面的距离为 $d=\frac{\lvert Ax_1+By_1+Cz_1+D\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$
点到直线的距离	设点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 是直线 L 外的一点，$M_1(x_1,y_1,z_1)$ 是直线 L 上的任意取定的点，且直线 L 的方向向量为 $\boldsymbol{S}$，点 M_0 到直线 L 的距离为 d，直线 L 为 $\frac{x-x_1}{m}=\frac{y-y_1}{n}=\frac{z-z_1}{p}$，则 $d=\frac{\lvert\overrightarrow{M_0M_1}\times\boldsymbol{S}\rvert}{\lvert\boldsymbol{S}\rvert}=\frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ x-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ m & n & p \end{vmatrix}}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}}$

命题点 4　直线的方程形式（表 1—4）

表 1—4　直线的方程形式

项　目	内　容
空间直线的一般方程	空间直线可以看成是两个平面的交线。故空间直线的一般方程为 $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$
空间直线的对称式方程与参数方程	平行于一条已知直线的非零向量为这条直线的方向向量。 已知直线上的一点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 和它的一个方向向量 $\boldsymbol{S}=\{m,n,p\}$，设直线上任一点为 $M(x,y,z)$，那么 $\overrightarrow{M_0M}$ 与 $\boldsymbol{S}$ 平行，由平行的坐标表示式可得 $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}$。 该式即为空间直线的对称式方程（或称为点向式方程）。 设 $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}=\frac{z-z_0}{p}=t$，就可将对称式方程变成参数方程（$t$ 为参数）$\begin{cases} x=x_0+mt \\ y=y_0+nt \\ z=z_0+pt \end{cases}$，这三种形式可以互换

命题点 5　柱面、锥面、曲面、旋转曲面、二次曲面(表 1—5)

表 1—5　柱面、锥面、曲面、旋转曲面、二次曲面

项　目	内　容
柱　面	将平行于定直线并沿定曲线 C 移动的直线 L 形成的轨迹成为柱面。定曲线 C 称为准线,动直线 L 称为母线。 特征:x、y、z 三个变量中若缺其中之一(例如 y),则表示母线平行于 y 轴的柱面。 常用的柱面叙述为: (1)圆柱面:$x^2+y^2=R^2$(母线平行于 z 轴); (2)抛物柱面:$y^2=2x$(母线平行于 z 轴)
锥　面	将直线 L 绕另一条与 L 相交的直线旋转一周,所得到的旋转曲面成为锥面,两直线的交点称为圆锥面的顶点,两直线的夹角 $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ 称为圆锥面的半顶角。 如圆锥面方程 $x^2+y^2=z^2$,锥面方程 $3x^2+4y^2=z^2$
曲　面	如果曲面 S 与三元方程 $F(x,y,z)=0$ 有下述关系: (1)曲面 S 上任一点的坐标都满足方程; (2)不在曲面 S 上的点的坐标都不满足方程。 那么,方程 $F(x,y,z)$ 就为曲面 S 的方程,而曲面 S 就为方程的图形
旋转曲面	以一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所成的曲面成为旋转曲面,旋转曲线和定直线分别叫作旋转曲面的母线和轴。 设在 yoz 坐标面上有一已知曲线 C,它的方程为 $f(y,z)=0$。把这条曲线绕 z 轴旋转一周,就得到一个以 z 轴为轴的旋转曲面,旋转曲面的方程为 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$。 旋转曲线绕 z 轴旋转,该轴对应变量不变,另外的变量将缺的变量补上改成正负二者的完全平方根的形式,即得旋转曲面方程。 常用旋转曲面:锥面[直线绕直线旋转,两直线的夹角为 $\alpha(0°<\alpha<90°)$],方程为 $z^2=a^2(x^2+y^2)$。上式中:$a=\cot\alpha$
二次曲面	三元二次方程表示的曲面成为二次曲面。几种特殊的二次曲面如下所述: 椭球面方程: $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$ 抛物面方程: (1)椭圆抛物面 $$\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z(p\text{ 与 }q\text{ 同号})$$ (2)旋转抛物面 $$\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z(p>0)$$ (3)双曲抛物面(鞍形曲面) $$-\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z\quad(p\text{ 与 }q\text{ 同号})$$

续上表

项 目	内 容
二次曲面	(4)双曲面方程: 1)单叶双曲面 $$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$ 2)双叶双曲面 $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1$$

命题点6 空间曲线的方程及在坐标面上的投影(表1—6)

表1—6 空间曲线的方程及在坐标面上的投影

项 目	内 容
空间曲线的一般方程	空间曲线可以看作两个曲面的交线,故可以用两个曲面的联立方程组形式来表示曲线。空间曲线的一般方程为 $$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$$
空间曲线的参数方程	将曲线 C 上的某一动点的坐标表示为参数 t 的函数,则空间曲线的参数方程为 $$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$$ 当给定 $t=t_1$ 时,就得到曲线上的一个点(x_1,y_1,z_1),随着参数的变化可得到曲线上的全部点
空间曲线在坐标面上的投影	设空间曲线 C 的一般方程为$\begin{cases}F(x,y,z)=0\\G(x,y,z)=0\end{cases}$,消去其中一个变量(例如 z),得到方程 $H(x,y)=0$,它表示一个柱面。此柱面(垂直于 xoy 平面)称为投影柱面,投影柱面与 xoy 平面的交线叫作空间曲线 C 在 xoy 面上的投影曲线,简称投影,用方程表示为 $\begin{cases}H(x,y)=0\\z=0\end{cases}$。同理,可以求出空间曲线 C 在其他坐标面上的投影曲线

命题点7 函数的几种特性(表1—7)

表1—7 函数的几种特性

项 目	内 容
有界性	若有正数 M 存在,使函数 $f(x)$在区间 I 上恒有$\|f(x)\|\leqslant M$,则称 $f(x)$在区间 I 上是有界函数;否则,$f(x)$在区间 I 上是无界函数。 如果存在常数 M(不一定局限于正数),使函数 $f(x)$在区间 I 上恒有 $f(x)\leqslant M$,则称 $f(x)$在区间 I 上有上界,并且任意一个 $N\geqslant M$ 的数 N 都是 $f(x)$在区间 I 上的一个上界;如果存在常数 m,使 $f(x)$在区间 I 上恒有 $f(x)\geqslant m$,则称 $f(x)$在区间 I 上有下界,并且任意一个 $l\leqslant m$ 的数 l 都是 $f(x)$在区间 I 上的一个下界。 显然,函数 $f(x)$在区间 I 上有界的充分必要条件是:$f(x)$在区间 I 上既有上界又有下界

续上表

项　　目	内　　容
单调性	设函数 $f(x)$ 在区间 I 上的任意两点 $x_1<x_2$，都有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称 $y=f(x)$ 在区间 I 上为严格单调增加（或严格单调减少）的函数。 如果函数 $f(x)$ 在区间 I 上的任意两点 $x_1<x_2$，都有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$（或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$），则称 $y=f(x)$ 在区间 I 上为广义单调增加（或广义单调减少）的函数
周期性	对于函数 $y=f(x)$，如果存在一个非零常数 T，对一切的 x 均有 $f(x+T)=f(x)$，则称函数 $f(x)$ 为周期函数，并把 T 称为 $f(x)$ 的周期。应当指出的是，通常讲的周期函数的周期是指最小的正周期
奇偶性	若函数 $f(x)$ 在关于原点对称的区间 I 上满足 $f(-x)=f(x)$（或 $f(-x)=-f(x)$），则称 $f(x)$ 为偶函数（或奇函数）。 偶函数的图形是关于 y 轴对称的；奇函数的图形是关于原点对称的

命题点 8　极限的定义及运算性质(表 1—8)

表 1—8　极限的定义及运算性质

项　　目	内　　容
数列极限定义	数列 $\{x_n\}$，$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$ 是指 $\forall\varepsilon>0$，$\exists N=N(\varepsilon)$，当 $n>N$ 时，有 $\|x_n-a\|<\varepsilon$ 成立
函数极限定义	函数极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 是指 $\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta=\delta(\varepsilon)>0$，当 $0<\|x-x_0\|<\delta$ 时，就有 $\|f(x)-A\|<\varepsilon$ 成立。 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 是指 $\forall\varepsilon>0$，$\exists X>0$，当 $\|x\|>X$ 时，就有 $\|f(x)-A\|<\varepsilon$ 成立
函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 的左右极限	若 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$，称 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的右极限；若 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$，称 A 为函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的左极限。 函数在一点的极限与其左右极限有如下关系 $$\lim_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow\lim_{x\to x_0^+}f(x)=\lim_{x\to x_0^-}f(x)=A$$
无穷大量、无穷小量	(1)若 $\lim\limits_{x\to x_0(\text{或}\infty)}f(x)=0$，则称 $f(x)$ 是 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时的无穷小量。 在同一极限过程中，函数的极限与无穷小量有如下关系： $$\lim f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+\alpha(x)$$ 其中 $\alpha(x)$ 为该极限过程中的无穷小量。 (2)无穷小量运算性质：有限个无穷小的和也是无穷小。有界函数与无穷小的乘积是无穷小。常数与无穷小的乘积是无穷小。有限个无穷小的乘积也是无穷小。 (3)若 $\lim\limits_{x\to x_0(\text{或}\infty)}f(x)=\infty$，则称 $f(x)$ 是 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时的无穷大量。 (4)无穷大量与无穷小量的关系：在同一变化过程中，若 $\lim f(x)=0$，且 $f(x)\neq0$，则 $\lim\dfrac{1}{f(x)}=\infty$；若 $\lim f(x)=\infty$，则 $\lim\dfrac{1}{f(x)}=0$

续上表

项 目	内 容
无穷小比较	(1)若在自变量的某一变化过程中 $\lim\alpha=0,\lim\beta=0$,如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=0$,就称 β 是比 α 高阶的无穷小,记作 $\beta=0(\alpha)$;如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=\infty$,就称 β 是比 α 低阶的无穷小;如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=c\neq0$,就称 β 与 α 是同阶无穷小;如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=1$,就称 β 与 α 是等价无穷小,记作 $\alpha\sim\beta$。 (2)等价无穷小量在求极限中的应用。设 $\alpha\sim\alpha',\beta\sim\beta'$,且 $\lim\dfrac{\beta'}{\alpha'}$存在,则 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=\lim\dfrac{\beta'}{\alpha'}$。求两个无穷小之比的极限时,分子及分母都可用等价无穷小来代替,如果用来代替的无穷小选得适当,可以使计算简化。 (3)在计算极限时常用的等价无穷小有,在 $x\to0$ 时,$\sin x\sim x,\tan x\sim x,1-\cos x\sim\dfrac{1}{2}x^2,e^x-1\sim x,\ln(1+x)\sim x,\sqrt[n]{1+x}-1\sim\dfrac{1}{n}x$
在同一极限过程中有极限的函数具有的运算性质	设 $\lim f(x)=a,\lim g(x)=b$,则: (1)$\lim[f(x)\pm g(x)]=\lim f(x)\pm\lim g(x)=a\pm b$。 (2)$\lim f(x)\cdot g(x)=\lim f(x)\cdot\lim g(x)=a\cdot b$。 $\lim kf(x)=k\lim f(x)$(k 为常数); $\lim[f(x)]^n=[\lim f(x)]^n=a^n$($n$ 为正整数)。 (3)$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim f(x)}{\lim g(x)}=\dfrac{a}{b}(b\neq0)$。 (4)若 $f(x)\geqslant0$(或 $f(x)\leqslant0$),且 $\lim f(x)=a$,则 $a\geqslant0$(或 $a\leqslant0$)。 (5)有极限的函数在该极限过程中有界。 (6)函数极限的唯一性。如果 $\lim f(x)$存在,那么这极限唯一
常用求极限的方法	(1)利用极限与左右极限的关系,求分段函数在分界点处的极限。 (2)利用四则运算法则。 (3)利用极限存在准则:夹逼定理、单调有界数列必有极限。 (4)运用等价无穷小代替。 (5)利用无穷大量与无穷小量的关系。 (6)利用两个重要极限:$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1,\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=e$ 或$\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$。 (7)利用公式: $$\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+\cdots+b_m}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0} & n=m\\ \infty & n>m\\ 0 & n<m\end{cases}$$ 其中 m,n 为正整数,a_0,b_0 不等于零,并且 a_0,b_0 没有公因数。 (8)利用变量替换。 (9)利用初等函数的连续性。 (10)利用若 $\lim f(x)=A>0,\lim g(x)=B$,则 $\lim f(x)g(x)=AB$。 (11)运用洛必达法则求未定型的极限

命题点 9　函数的连续性

设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某一邻域内有定义,如果函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限存在,且等于它在点 x_0 处的函数值 $f(x_0)$,即 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$,那么就称函数 $y=f(x)$ 在点 x_2 连续。(定义 1)

如果 $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=f(x_0-0)$ 存在且等于 $f(x_0)$,即 $f(x_0-0)=f(x_0)$,就说函数 $f(x)$ 在点 x_0 左连续。如果 $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=f(x_0+0)$ 存在且等于 $f(x_0)$,即 $f(x_0+0)=f(x_0)$,就说函数 $f(x)$ 在点 x_0 处右连续。(定义 2)

在区间上每一点都连续的函数,叫作在该区间上的连续函数,或者说函数在该区间上连续。如果区间包括端点,那么函数在右端点连续是指左连续,在左端点连续是指右连续。连续函数的图形是一条连续而不间断的曲线。

命题点 10　函数的间断点与间断性的分类(表 1—9)

表 1—9　函数的间断点与间断性的分类

项　目	内容
定　义	设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某去心邻域内有定义。在此前提下,如果函数 $f(x)$ 有下列三种情形之一: 在 $x=x_0$ 没有定义; 虽在 $x=x_0$ 有定义,但 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 不存在; 虽在 $x=x_0$ 有定义,且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在,但 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq f(x_0)$; 则函数 $f(x)$ 在点 x_0 为不连续,而点 x_0 称为函数 $f(x)$ 的不连续点或间断点
分　类	就一般情况而言,通常把间断点分成两类:如果 x_0 是函数 $f(x)$ 的间断点,但左极限 $f(x_0-0)$ 及右极限 $f(x_0+0)$ 都存在,那么 x_0 称为函数 $f(x)$ 的第一类间断点。不是第一类间断点的任何间断点,称为第二类间断点。在第一类间断点中,左、右极限相等者称为可去间断点,不相等者称为跳跃间断点。无穷间断点和振荡间断点显然是第二类间断点

命题点 11　闭区间上连续函数的性质(表 1—10)

表 1—10　闭区间上连续函数的性质

项　目	内　容
最大值和最小值定理	在闭区间上连续的函数在该区间上一定有最大值和最小值
有界性定理	在闭区间上连续的函数一定在该区间上有界
零点定理	设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续,且 $f(a)$ 与 $f(b)$ 异号(即 $f(a)\cdot f(b)<0$),那么在开区间 (a,b) 内至少有函数 $f(x)$ 的一个零点,即至少有一点 $\xi(a<\xi<b)$ 使 $f(\xi)=0$
介值定理	设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续,且在这区间的端点取不同的函数值 $f(a)=A$ 及 $f(b)=B$,那么,对于 A 与 B 之间的任意一个数 C,在开区间 (a,b) 内至少有一点 ξ,使 $f(\xi)=C(a<\xi<b)$

命题点 12 导数的概念(表 1—11)

表 1—11 导数的概念

项 目	内 容
导数的定义	设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，则函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数，记作 $y'\|_{x=x_0}$，即 $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$，也可记作 $y'\|_{x=x_0}$，$\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right\|_{x=x_0}$ 或 $\left.\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\right\|_{x=x_0}$。 如果函数 $y=f(x)$ 在开区间 I 内的每点处都可导，就称函数 $y=f(x)$ 在开区间 I 内可导。对任意 $x\in I$ 都对应着 $y=f(x)$ 的一个确定的导数值，这样就构成了一个新的函数，这个函数叫作函数 $y=f(x)$ 的导函数，记作 y'、$f'(x)$、$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$、$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$。 左导数的定义：$f'_-(x_0)=\lim\limits_{h\to 0^-}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$； 右导数的定义：$f'_+(x_0)=\lim\limits_{h\to 0^+}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$。 函数在点 x_0 处可导的充分必要条件是：左导数和右导数都存在且相等。 函数 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内可导，及 $f'_+(a)$ 与 $f'_-(b)$ 都存在，就说 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上可导
导数的几何意义	由切线问题的讨论可知，函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)$ 在几何上表示曲线 $y=f(x)$ 在点 $M(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率，即 $f'(x_0)=k=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$。 曲线在 x_0 点处的切线方程：$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$； 曲线在 x_0 点处的法线方程：$y-y_0=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)$
函数的物理意义	函数在一点导数的物理意义为物体作变速直线运动，已知物体运动的距离 s 和时间 t 的函数：$s=s(t)$，导数 $s'(t_0)$ 表示物体在 t_0 时刻的瞬时速度

命题点 13 导数的基本求导公式及求导法则(表 1—12)

表 1—12 导数的基本求导公式及求导法则

项 目	内 容
导数的基本求导公式	$(C)'=0$ $\quad$ $(x^\mu)'=\mu x^{\mu-1}$ $(\sin x)'=\cos x$ $\quad$ $(\cos x)'=-\sin x$ $(\tan x)'=\sec^2 x$ $\quad$ $(\cot x)'=-\csc^2 x$ $(\sec x)'=\sec x\tan x$ $\quad$ $(\csc x)'=-\csc x\cot x$ $(a^x)'=a^x\ln a$ $\quad$ $(\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x$ $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$ $\quad$ $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\quad$ $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$ $\quad$ $(\text{arccot}\, x)'=-\frac{1}{1+x^2}$

续上表

项　　目	内　　容
导数的求导法则	(1) 导数四则运算法则。 $$[u(x)\pm v(x)]'=u'(x)\pm v'(x)$$ $$[u(x)v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$$ $$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]'=\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}(v(x)\neq 0)$$ (2) 反函数的求导法则。 如果函数 $x=f(y)$ 在区间 I_y 内单调、可导且 $f'(y)\neq 0$，则它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 在区间 $I_x=\{x\mid x=f(y),y\in I_y\}$ 内可导，且 $[f^{-1}(x)]'=\dfrac{1}{f'(y)}$。 (3) 复合函数的求导法则。 $y=f(u)$ 而 $u=g(x)$ 且 $f(u)$ 及 $g(x)$ 可导，复合函数 $y=f[g(x)]$ 的导数为： $$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}\quad 或\quad y'(x)=f'(u)\cdot g'(x)$$ (4) 参数方程的求导法则。 设 y 与 x 的函数关系是由参数方程 $\begin{cases}x=\varphi(t)\\y=\psi(t)\end{cases}$ 确定的，则 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$ 或 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$。 (5) 隐函数的求导法则。 设函数 $F(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 的某一邻域内具有连续的偏导数，且 $F(x_0,y_0)=0$，$F_y(x_0,y_0)\neq 0$，则方程 $F(x,y)=0$ 在点 (x_0,y_0) 的某一邻域内恒能唯一确定一个单值连续且具有连续导数的函数 $y=f(x)$，它满足条件 $y_0=f(x_0)$，并有 $\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{F_x}{F_y}$

命题点 14　微分公式及微分法则(表 1—13)

表 1—13　微分公式及微分法则

项　　目	内　　容
微分定义	设函数 $y=f(x)$ 在某一区间 I 上有定义，x_0、$x_0+\Delta x$ 在 I 上，如果 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$ 可表示为 $\Delta y=A\Delta x+o(\Delta x)$。 其中 A 是不依赖于 Δx 的常数，$o(\Delta x)$ 为比 Δx 高阶的无穷小，则称 $f(x)$ 在点 x_0 可微。$dy=A\Delta x$ 称为 $f(x)$ 在点 x_0 处相应于自变量增量 Δx 的微分。$f(x)$ 在点 x_0 可微的充分必要条件是 $f(x)$ 在点 x_0 可导。记 $\Delta x=dx$，则 $dy=A\Delta x=f'(x_0)dx$。 函数 $y=f(x)$ 在任意点 x 的微分，称为函数的微分。记作 $dy=f'(x)dx$
微分公式	函数的微分表达式 $dy=f'(x)dx$，要计算函数的微分，只要计算函数的导数，再乘自变量的微分。微分公式如下： $$d(x^u)=ux^{u-1}dx,d(\sin x)=\cos x dx,d(\cos x)=-\sin x dx$$ $$d(\tan x)=\sec^2 x dx,d(\cot x)=-\csc^2 x dx,d(\sec x)=\sec x\tan x dx$$ $$d(\sec x)=-\csc x\cot x dx,d(a^x)=a^x\ln a dx,d(e^x)=e^x dx$$ $$d(\log_a x)=\frac{1}{x\ln a}dx,d(\ln x)=\frac{1}{x}dx,d(\arcsin x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$$