



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLISHING FUND PROJECT



信息与计算科学丛书 — 63

多介质流体动力学计算方法

贾祖朋 张树道 蔚喜军 著



科学出版社



“十二五”国家重点图书出版规划项目

信息与计算科学丛书 63

多介质流体动力学计算方法

贾祖朋 张树道 蔚喜军 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书详细地介绍作者及其合作者近年来在流体力学多介质大变形问题数值模拟方法研究方面所取得的最新成果,其中包括一系列具有理论意义及重要应用价值的数值方法.例如二维和三维显式有限元相容拉氏方法、基于近似 Riemann 解的有限体积 ALE 方法、一种基于 level set 的欧拉-拉格朗日耦合方法、一种健壮有效的多介质欧拉方法、二维拉氏双曲守恒律方程组的中心型高精度间断 Galerkin 谱有限元方法、基于 MOF 界面重构的二维 MMALE 方法、三维非结构网格基于 MOF 界面重构的 MMALE 方法、三维非结构网格基于浓度法的中心型 MMALE 方法、几种新的二维滑移线和三维滑移面算法、一种新的非结构网格并行计算方法.对于流体力学多介质大变形问题数值模拟,本书是国内第一次比较系统的讨论,提出了一系列高精度、健壮、有效、实用的数值方法,并进行了大量的数值试验.

本书可供计算数学、计算流体力学以及工程计算等专业的高年级本科生、研究生及相关研究者阅读参考.

图书在版编目(CIP)数据

多介质流体动力学计算方法/贾祖朋,张树道,蔚喜军著. —北京:科学出版社,2014.6

(信息与计算科学丛书:63)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-03-040977-5

I. ①多… II. ①贾… ②张… ③蔚… III. ①流体动力-计算方法
IV. O351.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014) 第 121829 号

责任编辑:李欣/责任校对:钟敬
责任印制:钱玉芬/封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京佳信达欣艺术印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 6 月第 一 版 开本:720 × 1000 1/16

2014 年 6 月第一次印刷 印张:21 1/2

字数:433 000

定价:128.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



《信息与计算科学丛书》编委会

(按姓氏拼音为序)

主 编：石钟慈

副主编：王兴华 余德浩

编 委：白峰杉 白中治 陈发来 陈志明 陈仲英
程 晋 鄂维南 郭本瑜 何炳生 侯一钊
舒其望 宋永忠 汤 涛 吴 微 徐宗本
许进超 羊丹平 张平文

《信息与计算科学丛书》序

20 世纪 70 年代末, 由已故著名数学家冯康先生任主编、科学出版社出版了一套《计算方法丛书》, 至今已逾 30 多册. 这套丛书以介绍计算数学的前沿方向和科研成果为主旨, 学术水平高、社会影响大, 对计算数学的发展、学术交流及人才培养起到了重要的作用.

1998 年教育部进行学科调整, 将计算数学及其应用软件、信息科学、运筹控制等专业合并, 定名为“信息与计算科学专业”. 为适应新形势下学科发展的需要, 科学出版社将《计算方法丛书》更名为《信息与计算科学丛书》, 组建了新的编委会, 并于 2004 年 9 月在北京召开了第一次会议, 讨论并确定了丛书的宗旨、定位及方向等问题.

新的《信息与计算科学丛书》的宗旨是面向高等学校信息与计算科学专业的高年级学生、研究生以及从事这一行业的科技工作者, 针对当前的学科前沿、介绍国内外优秀的科研成果, 强调科学性、系统性及学科交叉性, 体现新的研究方向. 内容力求深入浅出, 简明扼要.

原《计算方法丛书》的编委和编辑人员以及多位数学家曾为丛书的出版做了大量工作, 在学术界赢得了很好的声誉, 在此表示衷心的感谢. 我们诚挚地希望大家一如既往地关心和支持新丛书的出版, 以期为信息与计算科学在新世纪的发展起到积极的推动作用.

石钟慈

2005 年 7 月

前 言

在内爆动力学、惯性约束聚变、界面不稳定性、高速冲击、先进常规兵器等国防和高新技术领域,高性能、大规模数值模拟是必不可少的工具,正在发挥越来越重要的作用.在上述这些领域遇到的物理问题常常非常复杂,从数学上来看,主要表现在需要求解可压缩流体力学方程组,其计算区域往往是三维复杂区域,问题具有动边界、多介质、大变形、强间断、强非线性,以及多物理过程强耦合等特点,并且要求准确、清晰地刻画物质界面.其中多介质大变形问题是流体力学计算的难点,迄今没有得到很好的解决.为了解决这些困难,国内外的计算流体力学工作者进行了不懈的努力,各种新思想、新方法应运而生.

对于流体力学多介质大变形问题数值模拟,本书在国内第一次比较系统地进行了讨论,提出了一系列高精度、健壮、有效、实用的数值方法,并进行了大量的数值试验.本书是作者及其课题组成员多年来在流体力学多介质大变形问题数值模拟方法研究方面所取得的成果总结.课题组曹雄研究员、刘军助理研究员等为本书的内容作出了重要贡献.

作者撰写本书的目的有两个:一是和同行进行交流,希望得到同行专家的指正;二是期望为各行各业同行的教学、科研工作起到一点助益,为国家的人才培养、科技进步有所奉献.由于本书涉及的内容比较广泛,且各种计算方法都在不断发展中,加上作者的学术水平有限,书中难免会有缺点和错误之处,恳切希望同行专家及读者批评指正.

作者感谢国家出版基金和国家自然科学基金面上项目(11072040)以及中国工程物理研究院科学技术基金重点项目(2012A0202010)的资助.

本书适合从事内爆动力学、惯性约束聚变、界面不稳定性、高速冲击、先进常规兵器、天体物理等领域数值模拟研究与应用的科技工作者阅读使用,也可作为高等院校计算数学和计算流体力学专业研究生和高年级本科生的教材与参考书.

贾祖朋 张树道 蔚喜军

2014年3月于北京

目 录

《信息与计算科学丛书》序

前言

| | |
|----------------------------|----|
| 第 1 章 导论 | 1 |
| 1.1 流体力学多介质大变形问题的研究背景 | 1 |
| 1.2 拉氏方法、欧拉方法和任意拉氏欧拉方法 | 2 |
| 1.3 运动界面追踪方法 | 5 |
| 1.4 MMALE 方法 | 5 |
| 1.5 非交错网格 ALE 方法 | 8 |
| 1.6 其他的处理多介质大变形问题的数值方法 | 10 |
| 1.7 拉氏方法中的接触算法 | 12 |
| 1.8 本书第 2 章至第 13 章的主要内容 | 13 |
| 参考文献 | 17 |
| 第 2 章 计算流体力学基础 | 26 |
| 2.1 描述流体运动的基本方法 | 26 |
| 2.2 积分形式的流体力学方程 | 27 |
| 2.3 微分形式的流体力学方程 | 29 |
| 2.3.1 欧拉坐标系中微分形式的流体力学方程 | 29 |
| 2.3.2 拉格朗日坐标系中微分形式的流体力学方程组 | 32 |
| 2.4 双曲型方程的间断解 | 34 |
| 2.5 双曲型方程的唯一解及熵条件 | 36 |
| 2.6 Riemann 问题及其求解方法 | 38 |
| 2.6.1 Riemann 问题及其求解的一般概念 | 38 |
| 2.6.2 HLLC 近似 Riemann 解 | 39 |
| 2.6.3 人工粘性 | 42 |
| 参考文献 | 44 |
| 第 3 章 二维流体力学的显式有限元相容拉氏方法 | 46 |
| 3.1 引言 | 46 |
| 3.2 角质量和子网格质量 | 46 |
| 3.3 动量方程半离散格式 | 50 |
| 3.4 内能方程半离散格式 | 51 |

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 3.5 | 全离散计算格式及边界条件的处理 | 52 |
| 3.6 | 算例 | 53 |
| | 参考文献 | 56 |
| 第 4 章 | SALE 方法的一种滑移线计算方法 | 58 |
| 4.1 | 引言 | 58 |
| 4.2 | DYNA2D 程序的 Lagrange 滑移线计算方法 | 59 |
| 4.3 | 一种等效的 Lagrange 滑移线处理方法 | 63 |
| 4.4 | SALE 方法的滑移线算法 | 71 |
| 4.4.1 | 对主点作修正 | 71 |
| 4.4.2 | 对从点作修正 | 77 |
| | 参考文献 | 77 |
| 第 5 章 | 基于近似 Riemann 解的有限体积 ALE 方法 | 79 |
| 5.1 | 引言 | 79 |
| 5.2 | 控制方程 | 80 |
| 5.3 | 数值方法 | 81 |
| 5.3.1 | 有限体积离散 | 81 |
| 5.3.2 | 移动网格上的 HLLC 格式 | 81 |
| 5.3.3 | WENO 重构 | 82 |
| 5.3.4 | 时间离散 | 85 |
| 5.4 | 算例 | 85 |
| | 参考文献 | 90 |
| 第 6 章 | 基于 level set 的 Euler-Lagrange 耦合方法 | 92 |
| 6.1 | 引言 | 92 |
| 6.2 | Euler-Lagrange 耦合方法的基本框架 | 93 |
| 6.3 | 显式有限元相容拉氏方法简介 | 94 |
| 6.4 | level set 函数 | 95 |
| 6.5 | 界面表示、Ghost 网格及时间和空间耦合格式 | 96 |
| 6.5.1 | 界面表示 | 96 |
| 6.5.2 | Ghost 网格 | 97 |
| 6.5.3 | 时间耦合方式 | 97 |
| 6.5.4 | 空间耦合格式 | 98 |
| 6.6 | 数值算例 | 100 |
| 6.7 | 结论 | 107 |
| | 参考文献 | 107 |

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 第 7 章 一种健壮有效的多介质欧拉方法 | 109 |
| 7.1 前言 | 109 |
| 7.2 控制方程 | 110 |
| 7.3 level set 方法 | 110 |
| 7.4 数值格式 | 111 |
| 7.4.1 界面边界条件的定义 | 111 |
| 7.4.2 物理量控制方程的求解方法 | 113 |
| 7.5 算例 | 113 |
| 参考文献 | 116 |
| 第 8 章 基于 MOF 界面重构的二维多物质 ALE 方法 | 117 |
| 8.1 引言 | 117 |
| 8.2 二维笛卡儿坐标系中的显式有限元相容拉氏方法 | 118 |
| 8.2.1 角质量和子网格质量 | 118 |
| 8.2.2 动量方程半离散格式 | 121 |
| 8.2.3 内能方程半离散格式 | 123 |
| 8.3 二维子网格力学模型 | 124 |
| 8.3.1 混合网格的描述 | 124 |
| 8.3.2 几何工具箱 | 125 |
| 8.3.3 计算 $t^{n+\frac{1}{2}}$ 时刻的量 | 126 |
| 8.3.4 计算 t^{n+1} 时刻的量 | 127 |
| 8.4 MOF 界面重构方法 | 129 |
| 8.5 精确积分守恒重映 | 132 |
| 8.6 多物质 ALE 方法 | 132 |
| 8.6.1 单元量重构 | 133 |
| 8.6.2 单元量重映 | 133 |
| 8.6.3 动量重映 | 134 |
| 8.7 算例 | 134 |
| 参考文献 | 139 |
| 第 9 章 拉氏双曲守恒律的高精度间断 Galerkin 谱有限元方法 | 141 |
| 9.1 前言 | 141 |
| 9.2 控制方程 | 143 |
| 9.3 一些记号、Jacobi 多项式及二维正交谱基函数 | 144 |
| 9.3.1 一些记号 | 144 |
| 9.3.2 Jacobi 多项式 | 145 |
| 9.3.3 二维正交谱基函数 | 147 |

| | | |
|---------------|-------------------------------------|------------|
| 9.4 | 几何变量的定义以及几何守恒律的离散 | 147 |
| 9.5 | 物理守恒律的离散 | 150 |
| 9.6 | 时间离散和时间步长计算 | 154 |
| 9.7 | 节点速度的计算 | 155 |
| 9.7.1 | 守恒关系 | 156 |
| 9.7.2 | 熵不等式 | 158 |
| 9.7.3 | 节点速度和边压力的计算 | 160 |
| 9.7.4 | 向高阶格式 ($sp > 0$) 的推广 | 162 |
| 9.8 | HWENO 重构 | 162 |
| 9.8.1 | $sp = 1$ 的重构 | 163 |
| 9.8.2 | $sp = 2$ 的重构 | 164 |
| 9.9 | 算例 | 165 |
| 9.9.1 | 精度测试 | 165 |
| 9.9.2 | 其他算例 | 170 |
| | 参考文献 | 173 |
| 第 10 章 | 三维流体力学的显式有限元相容拉氏方法 | 175 |
| 10.1 | 引言 | 175 |
| 10.2 | 角质量和子网格质量 | 175 |
| 10.3 | 动量方程半离散格式 | 178 |
| 10.4 | 内能方程半离散格式 | 180 |
| 10.5 | 算例 | 181 |
| | 参考文献 | 185 |
| 第 11 章 | 三维非结构网格基于 MOF 界面重构的 MMALE 方法 | 186 |
| 11.1 | 前言 | 186 |
| 11.2 | MMALE 方法的计算流程 | 188 |
| 11.3 | 拉氏步计算方法 | 189 |
| 11.3.1 | 纯网格的算法 | 189 |
| 11.3.2 | 混合网格的算法 | 190 |
| 11.3.3 | 更新物质中心点的坐标 | 190 |
| 11.4 | 混合网格界面重构 | 193 |
| 11.5 | 网格重分 | 193 |
| 11.6 | 三维非结构网格高精度精确积分守恒重映 | 194 |
| 11.6.1 | 两个四面体的相交多面体的计算方法 | 194 |
| 11.6.2 | 重映算法 | 198 |
| 11.7 | 高精度精确积分守恒重映算法的并行计算 | 203 |

| | | |
|---------------|------------------------------------|------------|
| 11.7.1 | 数据分割 | 203 |
| 11.7.2 | 并行环境生成 | 206 |
| 11.7.3 | 高精度精确积分守恒重映算法的并行计算方法 | 209 |
| 11.8 | 数值算例 | 216 |
| 11.8.1 | 重映方法精度测试 | 216 |
| 11.8.2 | 三维周期漩涡问题 | 220 |
| 11.8.3 | 两种材料的一维 Sod 激波管问题 | 223 |
| 11.8.4 | 三维 Sedov 问题 | 224 |
| 11.8.5 | 三维 Noh 问题 | 228 |
| 11.8.6 | 三维 Saltzman 问题 | 233 |
| 11.8.7 | 二维 “triple point” 问题 | 234 |
| 11.8.8 | 激波与氦气泡相互作用问题 | 235 |
| 11.8.9 | 水中强激波与圆柱形空气泡相互作用问题 | 237 |
| 11.8.10 | 二维 Rayleigh-Taylor 不稳定性问题 | 239 |
| 11.8.11 | 三维 Rayleigh-Taylor 不稳定性问题 | 241 |
| 11.8.12 | 圆柱形内爆中的 Rayleigh-Taylor 不稳定性 | 246 |
| | 参考文献 | 249 |
| 第 12 章 | 三维非结构网格基于浓度法的非交错网格 MMALE 方法 | 254 |
| 12.1 | 前言 | 254 |
| 12.2 | 非交错网格 MMALE 方法的计算流程 | 255 |
| 12.3 | 拉氏步计算方法 | 255 |
| 12.3.1 | 纯网格的算法 | 256 |
| 12.3.2 | 多介质混合格网的算法 | 260 |
| 12.4 | 网格重分和物理量重映 | 261 |
| 12.5 | 算例 | 261 |
| 12.5.1 | 三维周期漩涡问题 | 261 |
| 12.5.2 | 三维 Sedov 问题 | 263 |
| 12.5.3 | 三维 Rayleigh-Taylor 不稳定性问题 | 266 |
| | 参考文献 | 268 |
| 第 13 章 | 交错型拉氏方法的两种新的三维滑移面算法 | 270 |
| 13.1 | 引言 | 270 |
| 13.2 | 三维有限体积相容拉氏方法的简要回顾 | 274 |
| 13.3 | 计算两个三角形的相交多边形的面积的一个简单方法 | 276 |
| 13.4 | 离散精确匹配法 | 278 |
| 13.5 | 离散拉格朗日乘子法 | 282 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 13.5.1 | 计算含有一个碰撞点和一个目标点的一维接触对的接触力的 拉格朗日乘子法 | 282 |
| 13.5.2 | 离散拉格朗日乘子法的接触处理算法 | 284 |
| 13.5.3 | 与防御节点算法的区别 | 285 |
| 13.6 | 三维滑移面算法的并行计算方法 | 286 |
| 13.7 | 算例 | 287 |
| | 参考文献 | 318 |
| | 索引 | 322 |
| | 《信息与计算科学丛书》已出版书目 | 326 |

第1章 导 论

1.1 流体力学多介质大变形问题的研究背景

在内爆动力学、惯性约束聚变 (inertial confined fusion, ICF)、界面不稳定性、高速冲击、先进常规兵器等国防和高新技术领域, 大规模、高置信度数值模拟是必不可少的工具, 正在发挥越来越重要的作用. 数值模拟作为除了理论研究和实验研究之外的第三种研究方法, 它既是连接理论研究和实验研究的桥梁, 也是一种新的实验手段 (即数值试验). 它对研究和发现物理过程中的规律, 认识其中的机理具有重要的作用.

上述这些领域所遇到的物理问题常常非常复杂. 从数学上来看, 主要表现在需要求解可压缩流体力学方程组, 其计算区域往往是三维复杂区域, 问题具有动边界、多介质、大变形、强间断、强非线性以及多物理过程强耦合等特点, 并且要求准确、清晰地刻画物质界面. 其中多介质大变形问题是流体力学计算的难点, 迄今没有得到很好的解决.

例如, 为了探索实现氘氚核聚变, 提供解决人类清洁能源问题的最终有效途径, 中国和世界科技强国都开展了 ICF 研究. 在激光间接驱动 ICF 过程中, 首先将多束高能激光注入黑腔, 腔壁在吸收了入射的激光后将其转换成软 X 射线辐射 (如图 1.1 左图所示), 之后再利用辐射驱动猛烈压缩置于腔体中间的靶丸 (氘氚燃料小球, 外覆碳氢等多层材料), 使其达到极高能量密度之聚变点火燃烧条件. 在靶丸压缩过程中, 由于存在复杂波系的相互作用, 其烧蚀层、氘氚冰层、氘氚气的各个界面上会出现流体力学界面不稳定性 (如图 1.1 右图所示), 包括 Rayleigh-Taylor 不稳定

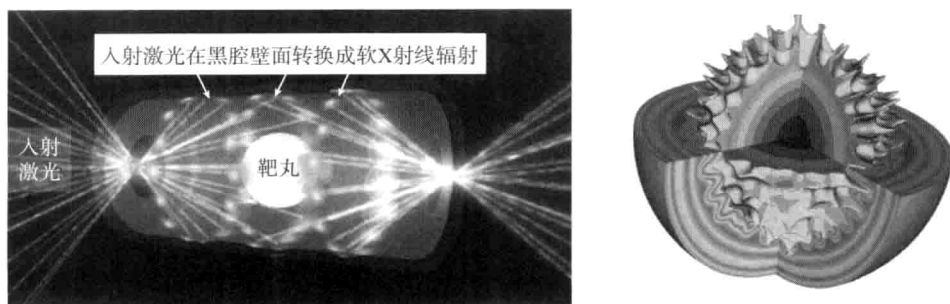


图 1.1 激光束压缩加热靶丸示意图 (左), 靶丸界面不稳定性示意图 (右)

性和 Richtmyer-Meshkov 不稳定性. 当界面上的压强梯度和密度梯度方向相反时会出现 Rayleigh-Taylor 不稳定性, 当激波经过两种流体的界面时会出现 Richtmyer-Meshkov 不稳定性. 界面不稳定性导致物质界面变形、翻转、破碎以及后期的湍流混合现象, 直接影响靶丸的最终压缩状态, 对聚变成功与否至为关键. 因此在 ICF 中界面不稳定性以及与之相关的多介质大变形是最具挑战性的问题之一.

1.2 拉氏方法、欧拉方法和任意拉氏欧拉方法

基于网格类的流体力学计算方法主要分为采用物质网格的拉氏方法 (Lagrangian method)、采用固定空间网格的欧拉方法 (Eulerian method) 和采用运动网格的任意拉氏欧拉方法 (arbitrary Lagrangian Eulerian method, 简称 ALE 方法).

拉氏方法采用物质网格, 即网格的运动速度取为物质的运动速度, 从而避免了输运计算及由此造成的误差. 同时用网格边界清晰地刻画、描述物质界面, 界面处理的精度较高. 其缺点是当流场中发生大变形时网格极度扭曲, 往往导致计算终止. 图 1.2 是拉氏方法示意图, 其中 t^n 和 t^{n+1} 分别表示第 n 时间层和第 $n+1$ 时间层. 拉氏方法最早是 von Neumann 和 Richtmyer 在文献 [1] 中针对一维情况提出来的. Wilkins 在文献 [2] 中将该方法推广到二维情况. 这种方法采用人工粘性 (artificial viscosity) 处理激波间断. 采用这种方法的早期的计算格式求解时, 由于该方法求解内能方程, 总能量是不守恒的, 并且会产生虚假的数值振荡. 尽管有这些缺点, 在过去的几十年中, 该方法在多介质流动的数值模拟中被广泛应用. 为了解决上述这些问题, 最近十几年来, 针对该方法的缺点作了很多改进. Caramana 和 Shashkov 在文献 [3] 中提出采用子网格压力消除沙漏运动和虚假漩涡. 在文献 [4,5] 中, Shashkov 等基于支撑算子的思想建立了保持总能量守恒性的相容拉氏动力学计算方法. 其主要特点是保证控制方程的主要物理性质和方程中各微分算子之间严格的数学关联在离散后得到保持, 将控制方程的基本物理性质融入到数值计算中去, 从而改善了数值模拟结果的可靠性和预测能力. 此外, 人工粘性的计算方法也取得了明显的进步^[6,7].

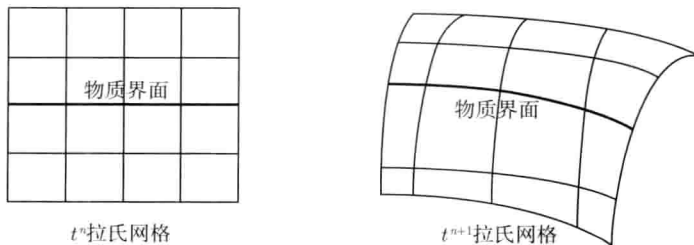


图 1.2 拉氏方法示意图

粗实线表示用网格边刻画物质界面

欧拉方法采用固定空间网格进行计算, 能够处理大变形问题. 其缺点是由于输运计算带来的误差, 欧拉方法很难给出精确的物质界面. 图 1.3 是欧拉方法示意图. 近几十年来欧拉方法取得了长足的进步, 发展了基于 Riemann 间断解的 Godunov 方法^[8] 和 Roe 方法^[9]、积分平均型间断解方法 MUSCL^[10] 和 PPM^[11], 高分辨率方法 TVD^[12]、ENO^[13]、WENO^[14]、紧致格式^[15], 以及间断有限元方法^[16-19] 等. 其中 ENO 方法采用逐次扩展的节点模板来构造高阶的逼近多项式, 利用比较差商绝对值大小进行取舍的方法判定、选择扩展的节点模板, 尽量避免在所选择的模板中包含间断, 以此提高插值方法精度并实现高分辨率和无振荡的效果. 在 ENO 方法的实施过程中, 有许多中间计算结果被可惜的丢弃不用. 文献 [14] 提出了 WENO 方法, 对这个不足作了弥补, 因此得到了更为广泛的应用. 间断有限元方法是提高数值逼近精度的一个有效方法. 间断有限元方法的出现, 最早可以追溯到 1973 年 Reed 和 Hill 关于中子输运方程问题的论文^[20]. 20 世纪 90 年代以来, 以 Cockburn 和 Chi-Wang Shu 为代表提出的 Runge-Kutta 间断 Galerkin 有限元方法^[16-19] 在解决含有间断现象的问题中发挥着越来越大的作用, 卓有成效地应用到了水动力学、气动力学和波传播等问题. 间断有限元方法的基本思想是用检验函数乘以原方程并在网格单元上积分, 然后通过分步积分获得原问题的弱形式. 选取有限元逼近函数空间(允许其在单元边界不连续), 选择合适的数值流通量构造单元边界连接条件, 形成可解的封闭线性代数方程组. 间断有限元方法具有很多优点: 易于处理复杂边界和边值问题; 具有灵活处理间断的能力, 克服了一般有限元不适合间断问题的缺点; 可以通过提高单元插值函数的次数来提高精度, 不必像有限体积方法那样首先扩大节点模板, 再做复杂的多项式重构; 容易实施自适应策略; 可以适当选取基函数, 使得质量矩阵是分块对角的, 容易求逆; 为了求解给定单元的自由度, 只需要相邻单元的自由度, 易于实现并行计算. 用间断有限元等高阶格式计算含有强间断的问题会出现非物理振荡甚至非线性不稳定 (Gibbs 现象). Qiu Jianxian 和 Shu Chiwang 提出了一个小模板的 HWENO (Hermite weighted essentially non-oscillatory) 重构方法^[21,22] 来抑制非物理振荡, 并用作间断 Galerkin 有限元方法的限制器. 此外, H. Luo 等也提出了一个类似的方法^[23].

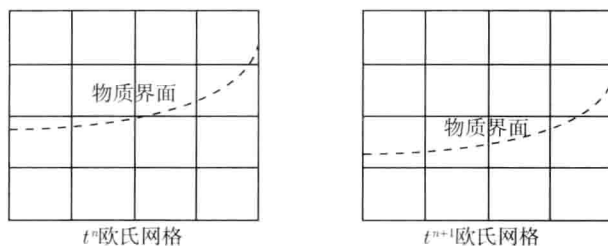


图 1.3 欧拉方法示意图

虚线表示用界面追踪方法 (参见 1.3 节) 刻画物质界面

为了克服拉氏方法和欧拉方法的缺点并结合它们的优点,人们提出并发展了 ALE(arbitrary Lagrangian-Eulerian)方法^[24-29],其主要特点是采用网格速度可人为控制的运动网格,物质内部网格可以通过优化保持较好的几何品质,能够适应大变形问题的数值模拟,同时物质界面仍用网格边界显式刻画,界面处理清晰、准确.图 1.4 是 ALE 方法示意图.由于上述优点,近几十年来 ALE 方法一直是流体力学计算方法研究的热点,具有重要的学术价值和工程应用价值,在相关基础研究领域和应用基础研究领域,特别是内爆动力学和 ICF 等领域得到广泛应用.

根据物理量定义位置的不同, ALE 方法大致可以分为两类:一类为运动量(如位移、速度和加速度)定义在网格节点、状态量(如密度、压力、内能等)定义在网格中心的交错网格 ALE 方法(staggered grid ALE method),一类为所有物理量(包括运动量和状态量)均定义在网格中心的非交错网格 ALE 方法(cell-centered ALE method).

另一方面,根据物理量更新方式的不同, ALE 方法大致可以分为两种:比较常见的一种 ALE 方法通常由三个步骤组成,即拉氏步计算、网格重分和物理量重映(如文献 [24-27]).当网格变形不大、形状较好时,仅进行拉氏步计算,把 t^n 时刻的拉氏网格上的物理量更新为 t^{n+1} 时刻的拉氏网格上的物理量,高精度地追踪物质界面;当 t^{n+1} 时刻的拉氏网格变形较大、网格品质较差时,首先对该网格进行优化,生成品质较好的新网格,然后进行重映计算,把 t^{n+1} 时刻的拉氏网格上的物理量映射到 t^{n+1} 时刻的新网格上.另一种 ALE 方法首先确定 t^n 时刻的网格速度,得到 t^{n+1} 时刻的新网格,然后直接求解含有网格速度的 ALE 形式的流体力学方程组(如 [28,29]),把 t^n 时刻的拉氏网格上的物理量直接更新为 t^{n+1} 时刻的新网格上的物理量.文献 [30, 31] 中指出,这两种 ALE 方法的精度是相当的.

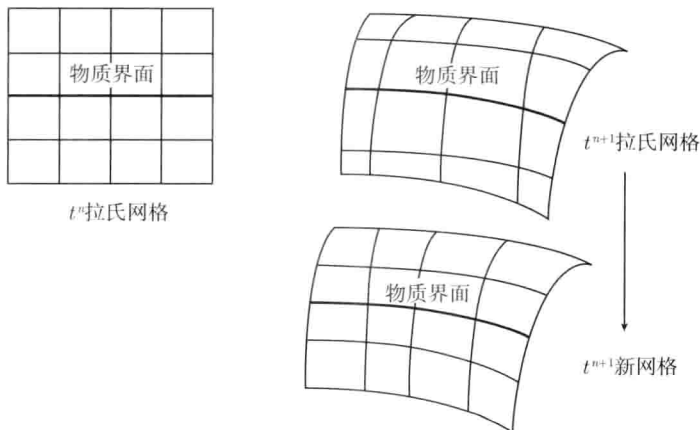


图 1.4 ALE 方法示意图
粗实线表示用网格边刻画物质界面

1.3 运动界面追踪方法

前面已经提到, 由于输运计算带来的误差, 欧拉方法很难给出精确的物质界面. 例如, TVD、Roe 等方法在光滑区域可以达到三阶、四阶精度, 而在关键的间断区域却只能是一阶 (物质界面也是一种间断). 为此, 近几十年来人们发展了一类界面追踪方法, 用于模拟、描述和追踪自由面和运动界面的轨迹、特征和发展. 目前比较流行的是 VOF(volume of fluid) 方法^[32-33]、等值面 (level set) 函数方法^[34,35] 等. 其中 VOF 方法是在整个流场中定义一个函数 (称之为流体体积函数), 在每个网格中, 这个函数定义为一种流体 (称之为目标流体) 的体积与网格体积的比值. 在任意时刻, 知道了这个流体体积函数在每个网格上的值, 就可以通过某种途径显式地构造出运动界面. 然后在求解物理方程时可以在界面附近作特殊的精细处理, 以提高分辨率和精度. 另一种较理想的做法是利用所谓的等值面函数 (level set function) $\varphi(\mathbf{x}, t)$ 代替 VOF 方法中的流体体积函数 (\mathbf{x} 是空间变量, t 表示时间). 让 φ 以适当的速度移动, 使其零等值面就是物质界面. 在任意时刻, 只要知道 φ , 然后求出其零等值面, 就知道了此时的运动界面. 等值面函数法不需要显式地追踪运动界面, 从而可以较容易地处理复杂的物质界面及其拓扑结构发生变化的情形; 而且界面的一些特征 (如法向、曲率等) 直接隐含在 level set 函数中, 便于精细地描述界面; 此外, 它还易于向高维推广. 由于这些优点, 等值面函数法已经被用来处理几何、流体力学、工艺过程等许多方面的问题.

1.4 MMALE 方法

传统的 ALE 方法在一个网格中只允许含有一种介质, 在计算多介质问题时, 一般将物质界面取为计算子区域的边界, 与边界上的网格边重合, 界面在法向保持拉氏运动. 这种情况下界面至少应该保持连续, 最好不要发生较大的变形, 只有这样才能保证在进行网格重分时能够在子区域中生成质量较好的新网格. 但是在内爆压缩等一些实际问题的数值模拟中, 不仅网格随流体运动发生大变形, 而且界面也会发生较大的变形, 甚至出现破裂、合并等拓扑结构改变的情形, 这时传统的拉氏方法和 ALE 方法将无法继续应用. 美国 Sandia 国家实验室的 Peery 等在 2000 年提出的 MMALE 方法 (multi-material arbitrary Lagrangian Eulerian method)^[36] 是解决这个问题的一个比较有效的方法, 其基本思想是把传统的 ALE 方法和界面追踪方法相结合, 处理包含网格扭曲以及界面破裂、合并等复杂现象的多介质大变形问题. 其实现途径是在传统的 ALE 方法的基础上, 通过引进混合网格 (即允许一个网格内含有多种介质, 物质界面可以穿过网格), 用界面追踪方法在混合网格中刻画、