面向21世纪高职高专公共基础类规划教材

YINGYONG GAODENG SHUXUE

应用高等数学

主 编／郑铁鹏 李 娜

电子科技大学出版社

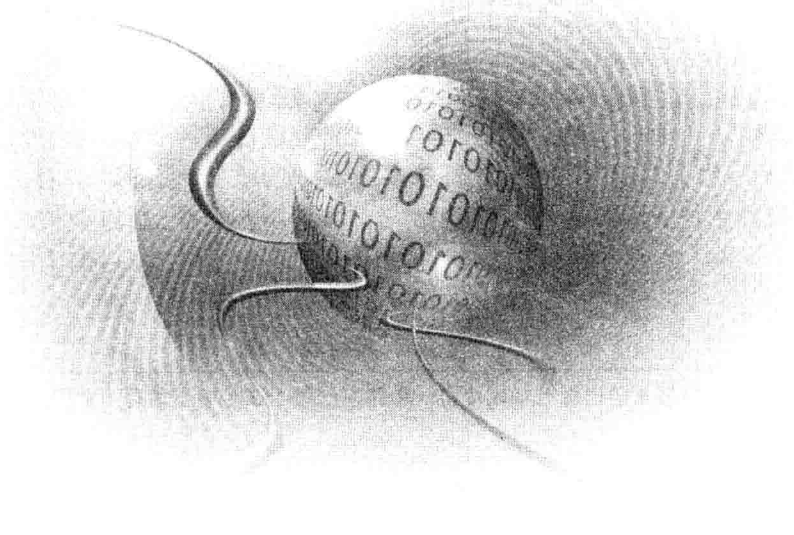
YINGYONG GAODENG SHUXUE

应用高等数学

主　编／郑铁鹏　李　娜

副主编／周　萍　段　莎

主　审／黄　春



电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

应用高等数学 / 郑轶鹏，李娜主编. —成都：电子科技大学出版社，2012. 8

ISBN 978-7-5647-1261-7

Ⅰ. ①应… Ⅱ. ①郑…②李… Ⅲ. ①高等数学—应用数学—高等学校—教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 162679 号

内容提要

本书是大学数学的基础教学用书。主要包括微积分、线性代数和概率论基础两部分。

本书作为非数学专业的大学数学教材，在本着结构简明、理念创新、内容深入浅出、素质教育与应用性教育并重的前提下，结合了微积分、线性代数和概率论的发展史、科学思想、数学故事、在工程技术应用等各个方面作为教材教育的材料，以更好的培养学生的数学应用思想。

同时，本教材设计了工程技术、经济管理、社会生活、自然现象等广泛领域的数学应用题作为例题和习题，题型从基础知识到高级解题技巧到应用实例做了细致划分，并且在很多方面体现出了高等数学在工程技术与经济分析中的应用，重点突出，难度适中，较好地考虑到了应用型院校的特点和实际情况。因此，本书适合作为高职高专的数学课程教材和高校数学课程的参考书，亦可作为培养学生数学兴趣的初级读本。

应用高等数学

主编　郑轶鹏　李　娜

出　　版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：谢应成
责任编辑：谢应成
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮件：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：四川墨池印务有限公司
成品尺寸：185 mm×260 mm　　印张 15.75　　字数 373 千字
版　　次：2012 年 8 月第一版
印　　次：2012 年 8 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5647-1261-7
定　　价：33.80 元

前　　言

进入21世纪之后，对于数学学习，越来越多的学生心中存有一个疑问："我们为什么要重视数学学习？"

那是因为：数学是人类认识自然的中介，数学与自然的关系十分密切，学习数学有很重要的意义：

（1）数学是一种文化精髓，数学代表着科学文化，数学精神、数学思想、数学方法中充分显示着一般科学精神、科学思想和科学方法；

（2）数学的学习有助于大脑开发，数学的学习对应着我们人脑左半脑的开发，可以很好地锻炼思维的分析性和逻辑性。

（3）数学是人的发展不可或缺的智慧支柱：数学知识已渗透于各种自然科学、及许多社会科学之中，数学知识是我们学习各门科学的基础，语言、符号、图象、计算、估计、推理、建模等基本内容已渗透到我们日常生活与工作之中，数学成了我们的基本技能；数学对于人的认识论形成的功用上文已有说明。同时我们还看到，数学对象具有双重性，它的理论是思维创造的产物，而非客观世界中的真实存在。客观世界中不存在数学中的点、线、面、三角形、圆，数学中的概念、命题等都是抽象思维的产物。然而，就其内容而言，数学对象则又具有明确的客观意义，它是人的思维对于客观现实的正确反映。这里的现实与感性是相对而言、具有层次的。在同一公理系统内，数学的真理具有绝对性，而对于不同的公理系统，数学真理又具有相对性。这些思想对人的认识论、方法论、世界观的形成都是非常有益的。

那么，我们应该如何正确看待数学教育？

（1）尝试用新的数学观看待问题

数学是一门特殊的科学，数学充分显示着一般科学精神、思想和方法；数学是一种文化，它属于甚至代表科学文化；数学是最富创新性的科学，数学的研究被视为人类智力的前锋；数学是推动人类进步的最重要的思维学科之一。

（2）将应用性融入数学教育

现代社会，数学的技术作用日益突出，学校教育随之强调数学的技术作用，数学教师也习惯于数学教育就是数学知识、数学方法的教育。但许多学生却认为学大量复杂的数学以后没有用，因而学数学兴趣不大、动力不足。对于大多数学生，现实情况确如日本著名数学教育家米山国藏所指出的：学生进入社会后，几乎没有机会应用他们在学校所学到的数学知识，因而这种作为知识的数学，通常在学生出校门不到一两年就忘掉了。他认为学数学的意义在于：不管人们从事什么业务工作，那种铭刻于头脑中的数学精神和数学思想方法，却长期的在他们的生活和工作中发挥着重要作用。笔者则进一步认为，有新的数学观就有新的教育观，数学教育的意义、价值不仅在于数学知识和方法的教育，还在于通过数学知识、方法的教育向促进人脑发育发展、培养人的科学文化素质、发展包括人的思维能力、创新能力在内的人的聪明智慧，数学学习能为人一生的可持续发展提供动力，原因正在于培养了人的这些素质。

目 录

第1章 函　数

微积分是现代许多科学技术的基础和重要工具，微积分的研究对象是函数. 函数是数学用来刻画万事万物其规律的主要方式，微积分则通过研究函数. 并用严谨的几何图像和数据将事物的规律更具体地呈现给我们.

通过本章学习，将进一步了解函数对描绘事物变化规律的作用.

1.1 基本初等函数

1.1.1 函数的意义

【先行问题】

什么是函数？如一平方米的价格确定后，一套房子总购置费与其面积就有确定的关系. 复杂一点的问题是，气温随着时间的变化而变化，一个城市每天(t)与其最高气温(h)之间的关系怎样？

这些问题的一般性是，事物总是相互联系、相互影响的，反映在数学上就是变量与变量之间的函数关系. 即函数是一种反映变量之间相依关系的数学模型. 如果变量 x 的每一个值都有变量 y 的唯一一个值与之对应，称 y 是自变量 x 的函数，记为 $y=f(x)$，其中 f 为对应法则、为函数名. x 的变化范围为 f 的定义域，相应 y 的变化范围为 f 的值域. 也可以说 x 是输入量，y 是输出量.

函数 $y=f(x)$ 的表示有表格法、图像法及公式法，这三种表示都同样适用. 如经济生活中有许多数量关系表格为函数的表格法表示，而如雷达散点图、人的心电图等为函数的图像表示法表示.

值得注意的是，函数表现事物相互关系的规律也表达了这样一种思想：通过某一事实的信息去推知另一事实. 例如，我们知道了一个圆的半径则可推知它的面积，由一物体的运动性质和运动规律得知它的运动路程. 又例如，历史上是伽利略意识到流体受热会膨胀，他首先把温度看成是流体体积的函数，制作了温度计.

函数有单调性、奇偶性、周期性和有界性等性质.

1.1.2 基本初等函数

我们已学过的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数，现将其总结如下：

1．幂函数　$y=x^{\mu}$（μ 为常数）；(如图 1.1 所示)

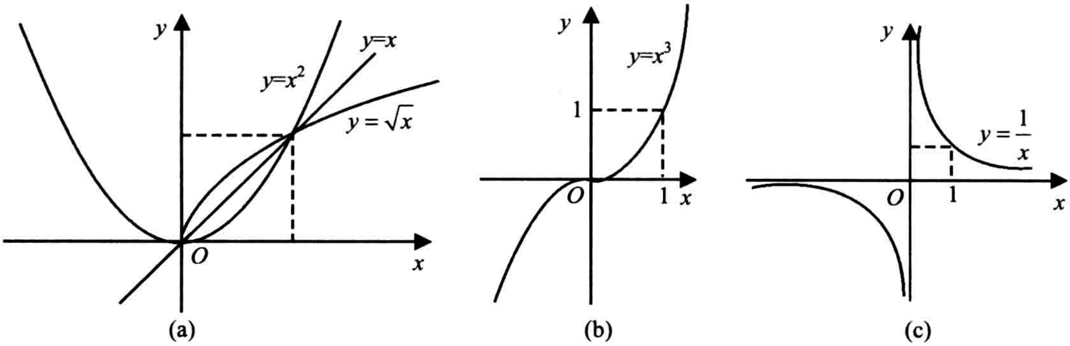


图 1.1

2．指数函数　$y=a^x$（a 为常数，$a>0,a\neq 1$），$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(0,+\infty)$；(如图 1.2 所示)

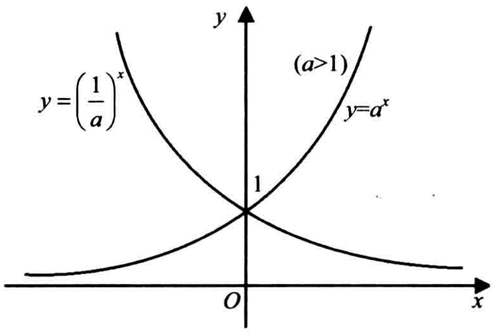


图 1.2

3．对数函数　$y=\log_a x$（a 为常数，$a>0,a\neq 1$），$x\in(0,+\infty)$，$y\in(-\infty,+\infty)$；(如图 1.3 所示)

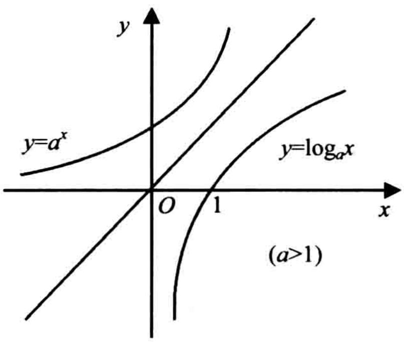


图 1.3

4．三角函数　(如图 1.4 所示)

正弦函数　$y=\sin x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in[-1,1]$；

余弦函数　$y=\cos x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in[-1,1]$；

正切函数　$y=\tan x$，$x\in(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}),k\in Z$，$y\in(-\infty,+\infty)$；

余切函数　$y=\cot x$，$x\in(k\pi,(k+1)\pi),k\in Z$，$y\in(-\infty,+\infty)$；

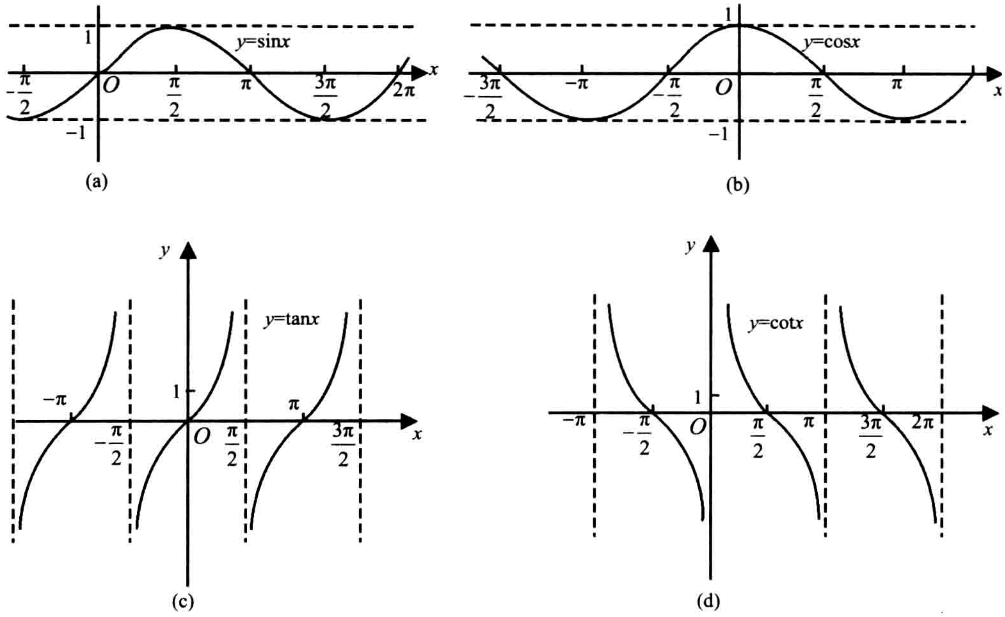


图 1.4

5．反三角函数

反正弦函数　$y=\arcsin x$，$x\in[-1,1]$，$y\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$；

反余弦函数　$y=\arccos x$，$x\in[-1,1]$，$y\in[0,\pi]$；

反正切函数　$y=\arctan x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$；

反余切函数　$y=\operatorname{arccot} x$，$x\in(-\infty,+\infty)$，$y\in(0,\pi)$.

习题　1.1

A(基础题)

1．已知 $f(x)=x^2-3x+2$，求函数值 $f(0)$，$f(1)$，$f(-x)$，$f(x+1)$，$f(\dfrac{1}{x})$.

2．设 $f(x)=\begin{cases}x^2+1\ (0\leqslant x<1)\\ 0\qquad (x=1)\\ 1-x\ (1<x<2)\end{cases}$，求 $f(0)$，$f(1)$，$f(\dfrac{5}{4})$.

3．求下列函数的定义域

（1）$y=\sqrt{2x+1}$　　（2）$y=\dfrac{2x}{x^2-1}$　　（3）$y=\lg(x-1)$

4．求下列函数的反函数

（1） $y=2x-1$　　（2） $y=\dfrac{1}{x+1}$　　（3） $y=1-x^3$

5．求下列反三角函数的值

（1） $\arcsin 1$　　（2） $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　（3） $\arctan 1$

B (提高题)

1．下列 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否表示同一个函数？为什么？

（1） $f(x)=\dfrac{x}{x},g(x)=1$　　（2） $f(x)=\lg x^2,g(x)=2\lg x$

（3） $f(x)=|x|,g(x)=\sqrt{x^2}$　　（4） $f(x)=x,g(x)=(\sqrt{x})^2$

2．求下列函数的定义域

（1） $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{1}{x^2-1}$　　（2） $y=\sqrt{2-x}+\lg x$

（3） $y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$　　（4） $y=\ln(\ln x)$

3．（1）已知 $f(x+1)=x(x+1)$，求 $f(x)$.

（2）已知 $f(\dfrac{1}{x})=\dfrac{x^2}{1-x^2}$，求 $f(x)$.

4．设 $y=f(x)$ 的定义域是[0，1]，求

（1） $f(x^2)$ 的定义域；　　（2） $f(x+\dfrac{1}{4})+f(x-\dfrac{1}{4})$ 的定义域.

C、D(应用题、探究题)

1．（超重收费）乘客乘火车，可免费随身携带不超过 20kg 的物品，超过 20kg 部分，收费 5.00 元/kg，超过 30kg 部分再加收 50%. 试写出物品重量与收费的函数关系式.

2．某厂生产某商品，每天的固定成本为 2000 元，多生产一件产品需要增加 15 元，如果每件商品的出厂价为 20 元，为了不亏本，该厂每天至少生产多少件该商品.

3．一般的，施用的肥料越多，谷物的产量就越高. 但如果肥料施用得太多，谷物也会受到毒害，而使产量急剧下降. 画出一个可能的图像以表明作为肥料施用量函数的谷物产量.

4．图 1.5 中哪几个图像与下述三件事分别吻合得最好？为剩下的那个图像写出一件事.

（1）我离开旅馆不久，发现自己把公文夹忘在房间里，于是立刻返回旅馆取了公文夹再上路.

（2）我驾车一路以常速行驶，只是在途中遇到一次交通堵塞，耽搁了一些时间.

（3）我出发以后，心情轻松，边驾车，边欣赏四周景色，后来为了赶路便开始加速.

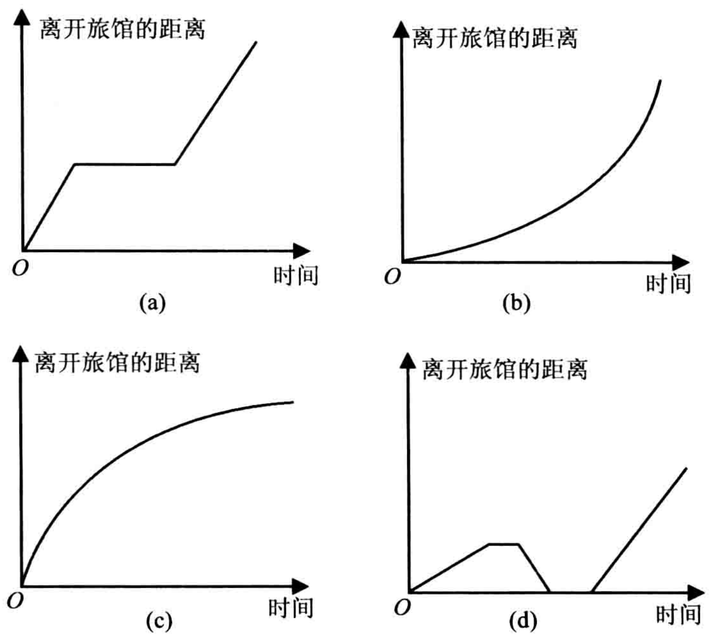


图 1.5

1.2 来自原来函数的新函数

由基本初等函数可以构造得到许多新函数.

1.2.1 平移与伸缩

通过平移图像可以产生新函数. 例如，$y=x^2+4$ 是把 $y=x^2$ 的图像向上移动 4，而 $y=(x-2)^2$ 是把 $y=x^2$ 的图像向右移动 2，如图 1.6 所示.

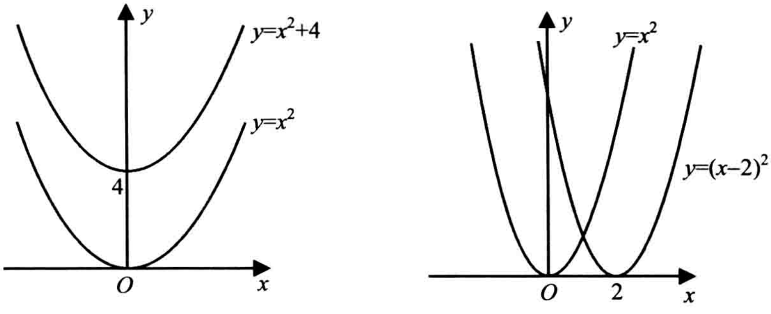


图 1.6

容易想象，$y=-f(x)$ 是将 $y=f(x)$ 关于 x 轴反射（翻折）；$y=3f(x)$ 是每个 $y=f(x)$ 值都扩大 3 倍.

1.2.2 函数加减

例 1 对 $x>0$，画出函数 $2x^2+\dfrac{1}{x}$ 的图像.

解 我们可先画出 $y=2x^2$ 和 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图像，再对应同一个 x 将 $2x^2$ 与 $\dfrac{1}{x}$ 相加.如图 1.7 所示.

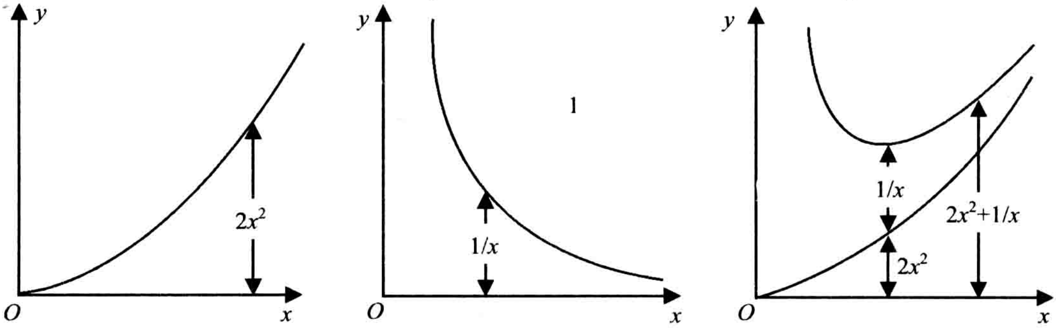


图 1.7

1.2.3 复合函数

函数与函数的加减乘除可以得到新函数. 此外，将一个 $u=u(t)$ 替换另一个函数 $y=f(x)$ 的自变量 x，则得到新函数 $y=f[u(t)]$，我们就说 y 是一个**复合函数**，或是一个"函数的函数"，记作

$$y=f(g(x)) \qquad g\text{ 是内层函数}$$
$$\text{复合函数} \qquad f\text{ 是外层函数}$$

例如 $y=\sqrt{\cos x}$ 是 $y=\sqrt{u}, u=\cos x$ 复合而成的复合函数.

例 2 如果石油从一艘油轮中泄出，那么泄出石油表面积 s 将随时间 t 的增加而不断扩大，探讨石油表面积随时间的大致变化规律.

解 此题条件不够充分，因而有一定的开放性，可通过提出假设来解决此问题. 为了明确与简化问题，我们假设油面始终呈圆形，再假设圆的半径为 r，随时间 t 的变化规律为 $r=g(t)=1+t$，则由 $s=\pi r^2$ 的复合函数

$$s=\pi r^2=\pi(1+t)^2$$

例 3 将下列各函数表示成 x 的复合函数：

（1） $y=\sqrt{u}$， $u=1+\sin x$ （2） $y=\ln u$， $u=1+v^2, v=e^x$

解 （1） $y=\sqrt{u}=\sqrt{1+\sin x}$，即 $y=\sqrt{1+\sin x}$

（2） $y=\ln u=\ln(1+v^2)=\ln(1+(e^x)^2)$，即 $y=\ln(1+e^{2x})$

例 4 指出下列函数的复合过程：

（1） $y=\cos\sqrt{1-x^2}$ （2） $y=e^{\tan^2 x}$

解 （1） $y=\cos u, u=\sqrt{v}, v=1-x^2$

（2） $y=e^u, u=v^2, v=\tan x$

注意:

①“复合不是加减乘除”,复合是一种新运算;

②复合函数的分解通常从最外层向内逐层分解,所得的每个函数大都是基本初等函数.

习题 1.2

A (基础题)

1. 写出由下列函数构成的复合函数

(1) $y=\sqrt{u}, u=\sin x$　　(2) $y=u^2, u=\cos v, v=2x$

(3) $y=\ln u, u=3+x^2$　　(4) $y=e^u, u=x^2$

2. 指出下列复合函数的复合过程

(1) $y=\sqrt{5x-1}$　　(2) $y=\sin^3 x$

(3) $y=\tan\sqrt{2x-1}$　　(4) $y=e^{\cos x}$

B(提高题)

1. 指出下列函数的复合过程

(1) $y=\sqrt[3]{\lg\cos 2x}$　　(2) $y=\sqrt{\arctan(x^2+1)}$

2. 将函数 $f(x)=2-|x-2|$ 表示成分段函数.

3. $f(x)=\begin{cases} x+2\ (0<x) \\ 1 \quad (x=0) \\ x-1\ (x<0) \end{cases}$,求 $f\{f[f(-1)]\}$.

4. 若 $f(x)=e^x, g(x)=\ln x$,求

(1) $f(g(100))$　　(2) $g(f(3))$

(3) $f(g(x))$　　(4) $g(f(x))$

C、D(应用题、探究题)

1. 如果你在6年后需要在你的银行账户里存有20 000元,现在应存进多少钱?(假定年利率为5%的连续复利)

2. 假设 f 和 g 由图1.8给出. 计算下面的(1)~(6)题:

(1) 求 $f(g(1))$　　(2) 求 $g(f(2))$　　(3) 求 $f(f(1))$

(4) 求 $f(f(x))$　　(5) 求 $g(f(x))$　　(6) 求 $f(f(x))$

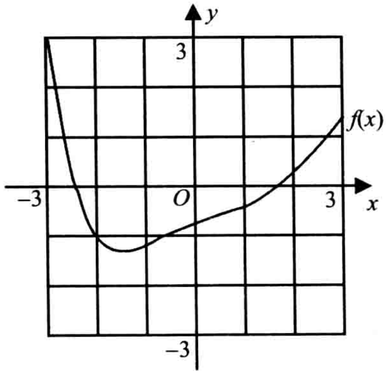


图 1.8

1.3 初等函数

由基本初等函数和常数经过有限次四则运算和有限次的复合所构成的函数称为**初等函数**.

例如：$y=(1+x+2x^3)^3$、$y=\dfrac{x^2}{1+x}$、$y=\ln(1+\sin\sqrt{x})$ 等都是初等函数. 我们常见的函数都是初等函数，微积分主要研究初等函数.

但绝对值函数（如 $y=|x-1|$）、分段函数不是初等函数.

（一）数学模型：基本初等函数的应用

幂函数 用一个正方形的面积 s 来给出其边长 a 的函数关系，即为分数指数幂 $a=\sqrt{s}=s^{\frac{1}{2}}$.

类似的，表示在一个岛上所发现的物种的平均数与该岛的面积的关系也会有分数指数幂，即若 N 是物种数量，A 是岛的面积，有

$$N=k\sqrt[3]{A}=kA^{\frac{1}{3}}$$

其中，k 是与岛所处的地域有关的常数.

注意：实际中的正比例与反比例关系都可以用幂函数表示.

幂函数可以表示实际中各种类型的数量关系，反映在它的图像上就有各种曲线类型，如图 1.9～图 1.10 所示.

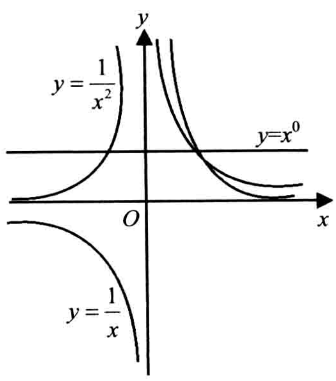


图 1.9

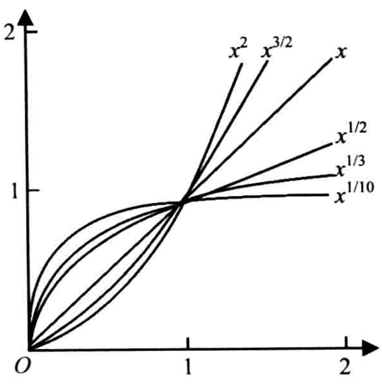


图 1.10

指数函数　指数函数则只有两种类型：指数增长 $y=a^x(a>1)$ 和指数衰减 $y=a^x(0<a<1)$.许多事物的变化规律是服从指数变化规律，因而指数函数是理解真实世界事物发展过程的基础.

例如，人口按指数增长（经研究发现，每一种指数增长型人口总数都有一个固定的倍增期，当前世界人口的倍增期约为38年. 如果你活到76岁，则在你一生中，世界人口预计会增长四倍.“知识爆炸”也按指数增长，有科学家提出的增长模型为 $y=Ae^{kt}$. 其中，如科学家每50年增长10倍，论文数量10～15年增长一倍等.

又如，放射性是按指数衰变. 如果一种物质具有一个h年（或分或秒）的半衰期（该物质衰减一半所用的时间），那么在 t 个时间单位后，该物质所剩余的量 Q 为

$$Q=Q_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}$$

其中，Q_0 为该物质原来的质量.

【课堂讨论】

（1）你能体会到指数增长是怎样的情形吗？例如，将随便一张纸进行对折，问对折50次后（仅是理想实验，不考虑技术细节）折出的纸的厚度是多少？

（2）指数函数和幂函数谁占支配地位？事实上，每个指数增长最终将超过任何一个幂函数增长，如 x^3 比起 2^x 简直是微不足道，你相信这样的事实吗？

此外，指数函数增长快，对数函数增长慢；甚至将对数函数与幂函数比较，结论是，对大的 x，无论 $p>0$ 和 $A>0$ 的值是多少，x^p 将超过 $A\lg x$；一般有

$$2^x \geqslant x^2 \geqslant \log_2 x \quad （当 x 较大时）$$

三角函数　三角函数的显著特征是周期性，具有周期性的事物，可考虑用适当的三角函数来刻划. 如月圆月缺、交流电、经济规律、人的心脏跳动、血压、人的生理、情绪等都有周期性，都可以运用三角函数.

例如，某地海平面（海潮）变化规律为

$$y=1.51+1.5\cos(\frac{2\pi}{12.4}t)=1.51+1.5\cos(0.507t)$$

又如，家庭中的交流电电压的变化规律为

$$V=V_0\cos(100\pi t)$$

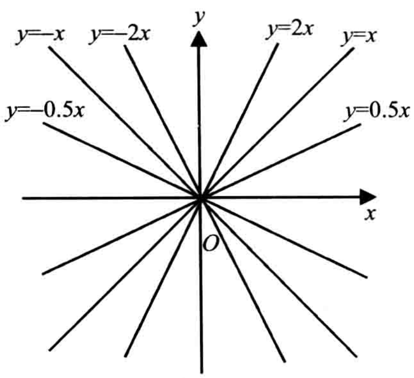


图1.11

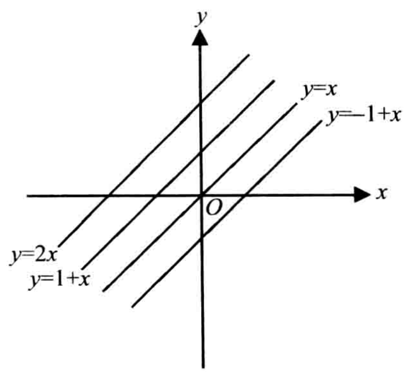


图1.12

函数簇 含有任意常数的函数叫函数簇，此常数又叫参数. 例如：$f(x)=mx$ 或 $f(x)=b+mx$ 为线性函数簇，m,b 为参数，其图像如图 1.11、图 1.12 所示.

又如公式 $P=P_0a^t$ 给出了一个具有参数 P_0（初始量）和 a（底或增长因子）的对数函数簇，如图 1.13、图 1.14 所示.

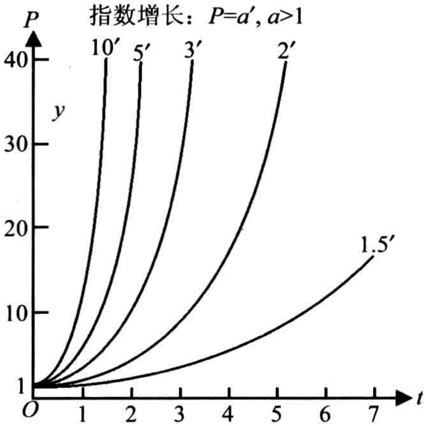


图 1.13

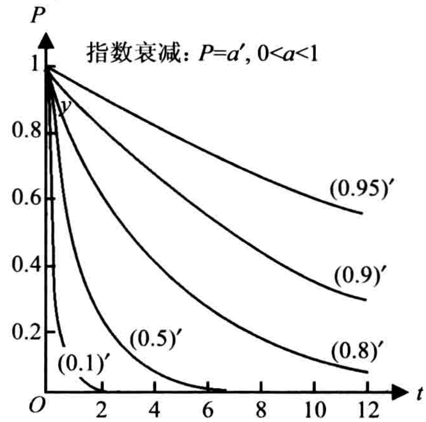


图 1.14

函数簇的每条曲线都有周期性，数学应用中，常常是先选择一个函数簇来表示一种已知理论上的基本情形，再用数据确定出参数的特殊值.

另外，函数学习与应用中不能只重视自变量 x 与函数 y 而忽略函数中的常数、参数. 事物的基本特性、基本形态是由函数关系确定，但具体特性、具体形态则又是由参数确定的. 如，直线簇 $f(x)=b+mx$ 中参数 m（斜率）确定直线的倾斜方向；指数函数簇 $P=P_0a^t$ 中的参数 a 确定指数增长还是衰减，以及 a 的值愈大指数增长愈快，a 的值愈接近 0 则函数衰减愈快.

经济学中同样有许多曲线簇，如图 1.15 所示，其中，X，Y 是两种商品，I_i 为消费者无差异曲线簇，反映购买的商品组合给消费者带来的满意程度.

曲线簇的分析中还需要考虑（引入）其他因素，如图 1.16 所示，其中 L、K 表示投入的劳动力与资本，曲线簇为劳动力与资本要素的边际替代率，R 为收益.

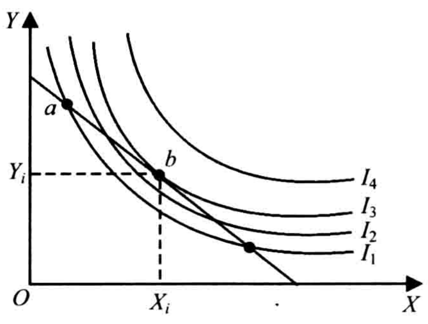


图 1.15

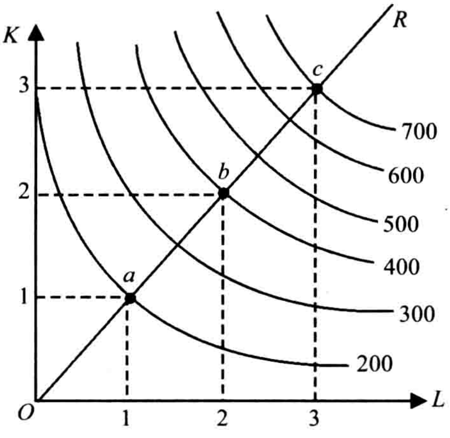


图 1.16

（二）数学建模基础知识

什么是数学建模　常见有飞机模型、建筑模型、城市或单位的沙盘模型等实物模型，有地图、电路图、建筑图、管理流程图等符号模型，还有计算机三维图片的仿真模型. 模型是对实际事物即原型的一种反映. 简单地说，为解决实际问题用数学公式、图形或算法对客观事物进行描述就叫数学模型.

看个例子. 世界大国的核武器竞赛中，20 世纪 70 年代美苏曾签订一项核武器协定：陆基洲际导弹美国限制为 1054 枚，苏联为 2000 枚. 为什么美国愿意签订这样“一比二”的协定？后来人们才知道，美国政府曾委托美国著名的“智囊”兰德公司研究这一问题. 其中兰德公司通过实验与研究建立了一个核弹数学模型：

$$K=\frac{y^{\frac{2}{3}}}{c^2}$$

其中，K 是核武器的伤毁值，y 是威力（TNT 当量），c 是精度（与目标的距离），这是一个初等数学模型，反映出核弹主要因素之间的比例关系与指数关系. 即当威力增加 8 倍时，伤毁值增加 4 倍；当精度增加 8 倍时，伤毁值增加 64 倍. 其结论是：核武器的发展方向是精度更重要. 此后美国核武器发展的战略为：数量较少但精度较高.

数学建模及其方法意义　这里有一个科学常识：科学研究与解决问题的主要方法是建立模型. 如哥白尼太阳中心说模型、牛顿力学模型、爱因斯坦相对论模型、量子力学原子模型、DNA 双螺旋模型等.其方法和过程与原理如图 1.17 所示.

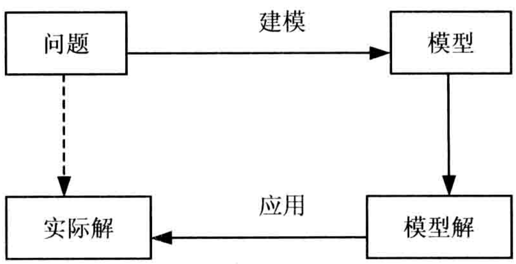


图 1.17

同样，数学建模以解决实际问题也是如此，如图 1.18 所示.

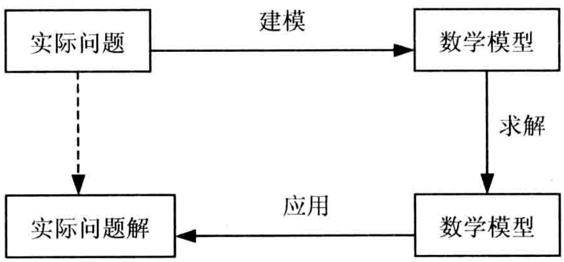


图 1.18

为什么要建立模型来解决问题呢？其奥妙笔者认为可用“曹冲称象”的例子来说明，如图 1.19 所示.

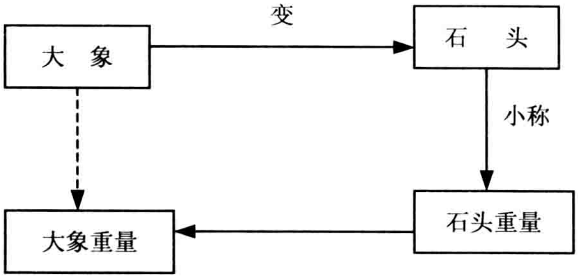


图 1.19

直接去研究、解决问题（图 1.19 中沿虚线路径）往往很困难，有许多局限性. 例如我们没有办法看见原子，于是先建立“原子模型”. 建立模型是变“直接”为“间接”，能克服局限性，富于智慧. 数学建模奥妙之一是目标的原价转换. 例如没有大秤不能直接称大象，将大象变成石头，对于大象重量而言，这些石头就是大象的模型，问题简化了，就可以用小秤来称大象了；奥妙之二是同一问题，模型可以多种，充满灵活性，如大象“变成”木头也可以；奥妙之三是建立模型解决问题，如“大象”变“石头”说明模型不是死板地“照相”，而是能充分发挥人的能动性，如可以简化问题、突出重点，又如可以猜想、创造等等.

第 1 章　复　习　题

一、填空题

1．函数 $y=\ln(9-x^2)$ 的定义域是________________.

2．设 $f(x+\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}$，则 $f(x)=$________________.

3．函数 $y=\sin 3x$ 是由________________和________________复合而成.

4．函数 $y=\sqrt{x+2}$ 的反函数为________________.

5．如果 $f(x)-2f(\frac{1}{x})=\frac{2}{x}$，则 $f(x)=$________________.

二、选择题

1．函数 $f(x)=e^x$，则 $f(x+y)=$（　　）.

A．$f(x)f(y)$　　B．$f(x)+f(y)$　　C．$\dfrac{f(x)}{f(y)}$　　D．$f(x)-f(y)$

2．设函数 $f(x)$ 的定义域为 $0<x<1$，则 $f(\ln x)$ 的定义域为（　　）.

A．$(0, 1)$　　B．$(-1, 0)$　　C．$(0, e)$　　D．$(1, e)$

3．下列函数是偶函数的是（　　）.

A．$\dfrac{x^2}{1-x^2}$　　B．$\dfrac{\sin x}{1-x^2}$　　C．$\sin x\cos x$　　D．$\dfrac{\cos x}{1-x}$