"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

高等数学

第七版 上册

同济大学数学系 编

高等教育出版社

"十二五"普通高等教

高等数学

第七版 上册

同济大学数学系 编

GAODENG SHUXUE

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是同济大学数学系编的《高等数学》第七版，从整体上说与第六版没有大的变化，内容深广度符合“工科类本科数学基础课程教学基本要求”，适合高等院校工科类各专业学生使用。

本次修订遵循“坚持改革、不断锤炼、打造精品”的要求，对第六版中个别概念的定义，少量定理、公式的证明及定理的假设条件作了一些重要修改；对全书的文字表达、记号的采用进行了仔细推敲；个别内容的安排作了一些调整，习题配置予以进一步充实、丰富，对少量习题作了更换。所有这些修订都是为了使本书更加完善，更好地满足教学需要。

本书分上、下两册出版，上册包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、微分方程等内容，书末还附有二阶和三阶行列式简介、基本初等函数的图形、几种常用的曲线、积分表、习题答案与提示。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 上册/同济大学数学系编. --7版. --北京:高等教育出版社,2014.7
ISBN 978-7-04-039663-8

Ⅰ.①高… Ⅱ.①同… Ⅲ.①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第099713号

策划编辑 王 强　　责任编辑 蒋 青　　封面设计 王凌波　　版式设计 童 丹
插图绘制 尹文军　　责任校对 孟 玲　　责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	网　址	http://www.hep.edu.cn
社　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.landraco.com
印　刷	高教社(天津)印务有限公司		http://www.landraco.com.cn
开　本	787mm×960mm 1/16		
印　张	28	版　次	1978年3月第1版
字　数	500千字		2014年7月第7版
购书热线	010-58581118	印　次	2014年8月第2次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　价	37.70元

物 料 号 39663-00

第七版前言

本次修订工作是在遵循“坚持改革、不断锤炼、打造精品”的要求下进行的，修订的内容主要包括以下几个方面：

1. 在与中学数学的衔接上，删去了有关集合的内容，保留了映射与函数，便于在教学时根据实际情况作灵活处理；

2. 关于一些重要概念的定义作了仔细推敲，力求更加准确、没有瑕疵；

3. 在坚持工科数学教学要求的前提下，恰当地处理有关定理的假设条件、严谨性、适用性等问题，使教材进一步完善；

4. 关于语言文字表达以及一些记号的采用，力求用词规范，表达确切，记号采用科学合理；

5. 对于个别内容安排进行了适当调整，并增补少量内容，以便更好地适合教学的需要；

6. 对习题配置进一步充实、丰富，并作了一些必要的调整。

本书已经出到了第七版，在本书每一版的修订过程中都得到了广大关注本书的专家、同仁和读者的关心、帮助和指导。本次修订就吸取了他们对前几版提出的许多宝贵意见和建议，特别是浙江大学蔡燧林教授、北京师范大学李仲来教授、北京航空航天大学李心灿教授和徐兵教授等，他们的意见和建议对本次修订带来了很大帮助，在此谨向他们表示诚挚的谢意。

本次修订工作由同济大学邱伯驺完成。新版中存在的问题，继续欢迎广大专家、同仁和读者给予批评指正。

编　　者

二〇一四年一月

第六版前言

本书第六版是在第五版的基础上,遵循以下几条原则进行修订的。

1. 按照精品课程教材的要求,在保持本书第五版优点、特色的前提下,继续坚持改革,反复锤炼,努力反映国内外高等数学课程改革和学科建设的最新成果和最高水平,体现创新教学理念,有利于激发学生自主学习,有利于提高学生的综合素质和创新能力。

2. 教材的定位进行适当调整,使得修订后教材深广度的高限与第五版的要求基本保持不变,而低限完全符合非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会制定的新的"工科类本科数学基础课程教学基本要求",以适合当前我国各类高校工科类专业本科教学根据不同的教学要求实施分层次教学的需要。为此,在修订版中,对于超过新的教学基本要求的内容,涉及一节、一目或有标题的内容均采用*号标出,其余的情形则采用异体字排印,有关习题也以*号标出;对于新的教学基本要求中的个别内容,如涉及向量分析的内容,本书第五版中体现不够,在修订时给予适当的补充;对于新的教学基本要求中指明的为某些相关专业选用的基本内容,也以*号标出。

3. 教材的习题配置是教材的重要组成部分,是高等数学课程教学中实现教学要求,提高教学质量的重要环节。修订时努力吸收国内外一些优秀微积分教材在习题配置方面的优点,对本书第五版中的习题作较多的调整,包括增加概念复习题、图形题、应用题、综合题等,习题的总量也适当增加。

4. 根据本书第五版出版以来广大同行和读者在教学实践中的意见和建议,进行局部修订,包括本书上、下册内容的适当调整。修订时,将"微分方程"一章内容移至上册作为第七章,"空间解析几何与向量代数"一章内容移至下册作为第八章。

本版修订工作仍由邱伯驺、骆承钦完成。新版中存在的问题,欢迎广大专家、同行和读者继续给予批评指正。

编　者

二〇〇六年七月

第五版前言

本书第五版是在第四版的基础上，根据我们多年的教学改革实践，按照新形势下教材改革的精神，进行全面修订而成的。在修订中，我们保留了原教材的系统和风格及其结构严谨、逻辑清晰、叙述详细、通俗易懂、例题较多、便于自学等优点，同时注意吸收当前教材改革中一些成功的改革举措，使得新版能更适合当前教学的需要，成为适应时代要求、符合改革精神又继承传统优点的教材。

新版为更好地与中学数学教学相衔接，上册从一般的集合、映射引入函数概念，精简了基本初等函数的基础内容；为有利于培养学生的能力和数学素养，渗透了一些现代数学的思想、语言和方法，适当引用了一些数学记号和逻辑符号，文字作了适当简化；为适应高等数学课程教学时数减少的情况，在保证《高等数学课程教学基本要求》的前提下，对一些内容作了适当精简和合并；在应用方面，增加了一些微积分在科学技术、经济管理和日常生活等方面的应用性例题和习题。对第四版中存在的个别问题，这次也作了修订。修改较多的部分涉及函数、极限及向量代数等内容。

这次修订中，我系的广大教师提出了许多宝贵的意见和建议，特别是郭镜明教授提供了不少好的建议，我们在此表示诚挚的谢意。

本版修订工作由邱伯驺、骆承钦完成。新版中存在的问题，欢迎广大专家、同行和读者批评指正。

编　者

二〇〇一年十月

第四版前言

关于本书的修订问题,全国高校工科数学课程教学指导委员会曾于 1992 年 5 月的工作会议上进行了讨论,与会代表们希望本书修改后能更加适应大多数院校的需要,这也正是我们的愿望。因此,我们在修订时,对不标 * 号的部分,注意控制其深广度,以期使它尽量符合高等工业院校的《高等数学课程教学基本要求》(后称“基本要求”);同时仍保留标 * 号的内容,这些内容都是超出“基本要求”的,可供对数学要求稍高的专业采用。

兄弟院校的同行,对本书此次修订也提出了不少具体意见,修订时我们都作了认真考虑。在此,我们对课委会及同行们表示衷心的谢意。齐植兰、赵中时、谢树艺三位教授审阅了本书第四版书稿,并提出不少宝贵意见,对此我们表示感谢。

本版在每章末增加了总习题,希望这些总习题在检查学习效果以及复习方面能发挥作用。

本书中用到二、三阶行列式的一些知识,部分读者由于阅读本书前尚未学过这方面的内容,因而产生学习上的困难。为此,本版上册增加了一个附录,用尽可能少的篇幅介绍有关二、三阶行列式的一些简单知识。

本书从第二版起的修订工作均由同济大学承担。第二版修订工作的正文部分由王福楹、邱伯驺完成,习题部分由宣耀焕、郭镜明、黄忠湛、王章炎完成。参加第三版修订工作的有王福楹、邱伯驺、骆承钦、王章炎。参加第四版修订工作的有王福楹、邱伯驺、骆承钦。

编　　者

一九九三年十二月

第一版前言

本书分上、下两册。上册包括一元函数微积分学、空间解析几何与向量代数，下册包括多元函数微积分学、级数、微分方程、线性代数和概率论。各章配有习题，书末附有习题答案。

本书可作为高等学校工科高等数学课程的试用教材或教学参考书。

参加本书编写工作的有同济大学王福楹、王福保、蔡森甫、邱伯驺，上海交通大学王嘉善，上海纺织工学院巫锡禾，上海科技大学蔡天亮，上海机械学院王敦珊、周继高，上海铁道学院李鸿祥等同志。

本书由上海海运学院陆子芬教授主审。参加审稿的还有大连工学院刘锡琛，合肥工业大学万迪生、何继文，成都电讯工程学院冯潮清，西北工业大学王德如，浙江大学盛骤、孙玉麟，太原工学院徐永源、张宝玉，上海海运学院朱幼文、卢启兴等同志。

审稿同志都认真审阅了原稿，并提出了不少改进意见，对此我们表示衷心感谢。

限于编者水平，同时编写时间也比较仓促，因而教材中一定存在不妥之处，希望广大读者提出批评和指正。

编　者

一九七八年三月

与本书配套的数字课程资源使用说明

与本书配套的数字课程资源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

1. 访问 http://abook.hep.com.cn/39663
2. 输入数字课程账号(见封底明码)、密码、验证码
3. 点击“进入课程”
4. 开始课程学习

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。

使用本账号如有任何问题，请发邮件至：yangfan@hep.com.cn。

目　　录

第一章　函数与极限 …… 1
第一节　映射与函数 …… 1
一、映射(1)　二、函数(3)　习题 1-1(16)
第二节　数列的极限 …… 18
一、数列极限的定义(18)　二、收敛数列的性质(23)　习题 1-2(26)
第三节　函数的极限 …… 27
一、函数极限的定义(27)　二、函数极限的性质(32)　习题 1-3(33)
第四节　无穷小与无穷大 …… 34
一、无穷小(34)　二、无穷大(35)　习题 1-4(37)
第五节　极限运算法则 …… 38
习题 1-5(45)
第六节　极限存在准则　两个重要极限 …… 45
习题 1-6(52)
第七节　无穷小的比较 …… 52
习题 1-7(55)
第八节　函数的连续性与间断点 …… 56
一、函数的连续性(56)　二、函数的间断点(58)　习题 1-8(61)
第九节　连续函数的运算与初等函数的连续性 …… 62
一、连续函数的和、差、积、商的连续性(62)　二、反函数与复合函数的连续性(62)　三、初等函数的连续性(64)　习题 1-9(65)
第十节　闭区间上连续函数的性质 …… 66
一、有界性与最大值最小值定理(67)　二、零点定理与介值定理(68)
*三、一致连续性(69)　习题 1-10(70)
总习题一 …… 70
第二章　导数与微分 …… 73
第一节　导数概念 …… 73
一、引例(73)　二、导数的定义(75)　三、导数的几何意义(80)
四、函数可导性与连续性的关系(82)　习题 2-1(83)
第二节　函数的求导法则 …… 84
一、函数的和、差、积、商的求导法则(85)　二、反函数的求导法则(87)

三、复合函数的求导法则(89)　四、基本求导法则与导数公式(92)
习题 2-2(94)
第三节　高阶导数 …… 96
习题 2-3(100)
第四节　隐函数及由参数方程所确定的函数的导数　相关变化率 …… 101
一、隐函数的导数(101)　二、由参数方程所确定的函数的导数(104)
三、相关变化率(108)　习题 2-4(108)
第五节　函数的微分 …… 110
一、微分的定义(110)　二、微分的几何意义(113)　三、基本初等函数的微分公式与微分运算法则(113)　四、微分在近似计算中的应用(116)
习题 2-5(120)
总习题二 …… 122
第三章　微分中值定理与导数的应用 …… 125
第一节　微分中值定理 …… 125
一、罗尔定理(125)　二、拉格朗日中值定理(126)　三、柯西中值定理(129)　习题 3-1(132)
第二节　洛必达法则 …… 132
习题 3-2(137)
第三节　泰勒公式 …… 137
习题 3-3(143)
第四节　函数的单调性与曲线的凹凸性 …… 144
一、函数单调性的判定法(144)　二、曲线的凹凸性与拐点(147)
习题 3-4(150)
第五节　函数的极值与最大值最小值 …… 152
一、函数的极值及其求法(152)　二、最大值最小值问题(156)
习题 3-5(161)
第六节　函数图形的描绘 …… 163
习题 3-6(167)
第七节　曲率 …… 168
一、弧微分(168)　二、曲率及其计算公式(169)　三、曲率圆与曲率半径(173)　*四、曲率中心的计算公式　渐屈线与渐伸线(174)
习题 3-7(176)
第八节　方程的近似解 …… 177
一、二分法(177)　二、切线法(178)　三、割线法(180)
习题 3-8(181)

总习题三 …… 181
第四章　不定积分 …… 184
第一节　不定积分的概念与性质 …… 184
一、原函数与不定积分的概念(184)　二、基本积分表(188)　三、不定积分的性质(189)　习题 4-1(192)
第二节　换元积分法 …… 193
一、第一类换元法(194)　二、第二类换元法(200)　习题 4-2(207)
第三节　分部积分法 …… 208
习题 4-3(212)
第四节　有理函数的积分 …… 213
一、有理函数的积分(213)　二、可化为有理函数的积分举例(216)
习题 4-4(218)
第五节　积分表的使用 …… 219
习题 4-5(221)
总习题四 …… 222
第五章　定积分 …… 224
第一节　定积分的概念与性质 …… 224
一、定积分问题举例(224)　二、定积分的定义(226)　三、定积分的近似计算(229)　四、定积分的性质(232)　习题 5-1(236)
第二节　微积分基本公式 …… 237
一、变速直线运动中位置函数与速度函数之间的联系(237)　二、积分上限的函数及其导数(238)　三、牛顿-莱布尼茨公式(240)
习题 5-2(244)
第三节　定积分的换元法和分部积分法 …… 246
一、定积分的换元法(246)　二、定积分的分部积分法(252)
习题 5-3(254)
第四节　反常积分 …… 256
一、无穷限的反常积分(256)　二、无界函数的反常积分(259)
习题 5-4(262)
*第五节　反常积分的审敛法　Γ 函数 …… 262
一、无穷限反常积分的审敛法(263)　二、无界函数的反常积分的审敛法(266)　三、Γ 函数(268)　*习题 5-5(270)
总习题五 …… 270
第六章　定积分的应用 …… 274
第一节　定积分的元素法 …… 274

第二节　定积分在几何学上的应用 …… 276
一、平面图形的面积(276)　二、体积(280)　三、平面曲线的弧长(284)
习题 6-2(286)
第三节　定积分在物理学上的应用 …… 289
一、变力沿直线所作的功(289)　二、水压力(291)　三、引力(292)
习题 6-3(293)
总习题六 …… 294
第七章　微分方程 …… 297
第一节　微分方程的基本概念 …… 297
习题 7-1(301)
第二节　可分离变量的微分方程 …… 302
习题 7-2(308)
第三节　齐次方程 …… 308
一、齐次方程(308)　*二、可化为齐次的方程(312)　习题 7-3(314)
第四节　一阶线性微分方程 …… 314
一、线性方程(314)　*二、伯努利方程(319)　习题 7-4(320)
第五节　可降阶的高阶微分方程 …… 321
一、$y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程(321)　二、$y''=f(x,y')$ 型的微分方程(323)　三、$y''=f(y,y')$ 型的微分方程(326)　习题 7-5(328)
第六节　高阶线性微分方程 …… 329
一、二阶线性微分方程举例(329)　二、线性微分方程的解的结构(331)　*三、常数变易法(334)　习题 7-6(337)
第七节　常系数齐次线性微分方程 …… 338
习题 7-7(346)
第八节　常系数非齐次线性微分方程 …… 347
一、$f(x)=e^{\lambda x}P_m(x)$ 型(348)　二、$f(x)=e^{\lambda x}[P_l(x)\cos\omega x+Q_n(x)\sin\omega x]$ 型(350)　习题 7-8(354)
*第九节　欧拉方程 …… 355
*习题 7-9(356)
*第十节　常系数线性微分方程组解法举例 …… 357
*习题 7-10(359)
总习题七 …… 360
附录Ⅰ　二阶和三阶行列式简介 …… 363
附录Ⅱ　基本初等函数的图形 …… 368
附录Ⅲ　几种常用的曲线 …… 371

附录Ⅳ　积分表 …… 374

习题答案与提示 …… 385

第一章　函数与极限

初等数学的研究对象基本上是不变的量,而高等数学的研究对象则是变动的量.所谓函数关系就是变量之间的依赖关系,极限方法是研究变量的一种基本方法.本章将介绍映射、函数、极限和函数的连续性等基本概念以及它们的一些性质.

第一节　映射与函数

映射是现代数学中的一个基本概念,而函数是微积分的研究对象,也是映射的一种.本节主要介绍映射、函数及有关概念,函数的性质与运算等.

一、映射

1. 映射概念

定义　设 X、Y 是两个非空集合,如果存在一个法则 f,使得对 X 中每个元素 x,按法则 f,在 Y 中有唯一确定的元素 y 与之对应,那么称 f 为从 X 到 Y 的映射,记作

$$f:X\to Y,$$

其中 y 称为元素 x(在映射 f 下)的像,并记作 $f(x)$,即

$$y=f(x),$$

而元素 x 称为元素 y(在映射 f 下)的一个原像;集合 X 称为映射 f 的定义域,记作 D_f,即 $D_f=X$;X 中所有元素的像所组成的集合称为映射 f 的值域,记作 R_f 或 $f(X)$,即

$$R_f=f(X)=\{f(x)\mid x\in X\}.$$

从上述映射的定义中,需要注意的是:

(1) 构成一个映射必须具备以下三个要素:集合 X,即定义域 $D_f=X$;集合 Y,即值域的范围:$R_f\subset Y$;对应法则 f,使对每个 $x\in X$,有唯一确定的 $y=f(x)$与之对应.

(2) 对每个 $x\in X$,元素 x 的像 y 是唯一的;而对每个 $y\in R_f$,元素 y 的原像不一定是唯一的;映射 f 的值域 R_f 是 Y 的一个子集,即 $R_f\subset Y$,不一定 $R_f=Y$.

例 1　设 $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$，对每个 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)=x^2$. 显然，f 是一个映射，f 的定义域 $D_f=\mathbf{R}$，值域 $R_f=\{y\mid y\geqslant 0\}$，它是 $\mathbf{R}$ 的一个真子集. 对于 R_f 中的元素 y，除 $y=0$ 外，它的原像不是唯一的. 如 $y=4$ 的原像就有 $x=2$ 和 $x=-2$ 两个.

例 2　设 $X=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$，$Y=\{(x,0)\mid |x|\leqslant 1\}$，$f:X\to Y$，对每个 $(x,y)\in X$，有唯一确定的 $(x,0)\in Y$ 与之对应. 显然 f 是一个映射，f 的定义域 $D_f=X$，值域 $R_f=Y$. 在几何上，这个映射表示将平面上一个圆心在原点的单位圆周上的点投影到 x 轴的区间 $[-1,1]$ 上.

例 3　设 $f:\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]\to[-1,1]$，对每个 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，$f(x)=\sin x$. f 是一个映射，其定义域 $D_f=\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，值域 $R_f=[-1,1]$.

设 f 是从集合 X 到集合 Y 的映射，若 $R_f=Y$，即 Y 中任一元素 y 都是 X 中某元素的像，则称 f 为 X 到 Y 上的映射或满射；若对 X 中任意两个不同元素 $x_1\neq x_2$，它们的像 $f(x_1)\neq f(x_2)$，则称 f 为 X 到 Y 的单射；若映射 f 既是单射，又是满射，则称 f 为一一映射（或双射）.

上面例 1 中的映射，既非单射，又非满射；例 2 中的映射不是单射，是满射；例 3 中的映射，既是单射，又是满射，因此是一一映射.

映射又称为算子. 根据集合 X、Y 的不同情形，在不同的数学分支中，映射又有不同的惯用名称. 例如，从非空集 X 到数集 Y 的映射又称为 X 上的泛函，从非空集 X 到它自身的映射又称为 X 上的变换，从实数集（或其子集）X 到实数集 Y 的映射通常称为定义在 X 上的函数.

2. 逆映射与复合映射

设 f 是 X 到 Y 的单射，则由定义，对每个 $y\in R_f$，有唯一的 $x\in X$，适合 $f(x)=y$. 于是，我们可定义一个从 R_f 到 X 的新映射 g，即

$$g:R_f\to X,$$

对每个 $y\in R_f$，规定 $g(y)=x$，这 x 满足 $f(x)=y$. 这个映射 g 称为 f 的逆映射，记作 f^{-1}，其定义域 $D_{f^{-1}}=R_f$，值域 $R_{f^{-1}}=X$.

按上述定义，只有单射才存在逆映射. 所以，在例 1、例 2、例 3 中，只有例 3 中的映射 f 才存在逆映射 f^{-1}，这个 f^{-1} 就是反正弦函数的主值

$$f^{-1}(x)=\arcsin x,\ x\in[-1,1],$$

其定义域 $D_{f^{-1}}=[-1,1]$，值域 $R_{f^{-1}}=\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$.

设有两个映射

$$g:X\to Y_1,\qquad f:Y_2\to Z,$$

其中 $Y_1\subset Y_2$，则由映射 g 和 f 可以定出一个从 X 到 Z 的对应法则，它将每个 $x\in X$ 映成 $f[g(x)]\in Z$. 显然，这个对应法则确定了一个从 X 到 Z 的映射，这个映射称为映射 g 和 f 构成的复合映射，记作 $f\circ g$，即

$$f\circ g:X\to Z,\ (f\circ g)(x)=f[g(x)],x\in X.$$

由复合映射的定义可知，映射 g 和 f 构成复合映射的条件是：g 的值域 R_g 必须包含在 f 的定义域内，即 $R_g\subset D_f$. 否则，不能构成复合映射. 由此可以知道，映射 g 和 f 的复合是有顺序的，$f\circ g$ 有意义并不表示 $g\circ f$ 也有意义. 即使 $f\circ g$ 与 $g\circ f$ 都有意义，复合映射 $f\circ g$ 与 $g\circ f$ 也未必相同.

例 4　设有映射 $g:\mathbf{R}\to[-1,1]$，对每个 $x\in\mathbf{R}$，$g(x)=\sin x$，映射 $f:[-1,1]\to[0,1]$，对每个 $u\in[-1,1]$，$f(u)=\sqrt{1-u^2}$，则映射 g 和 f 构成的复合映射 $f\circ g:\mathbf{R}\to[0,1]$，对每个 $x\in\mathbf{R}$，有

$$(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f(\sin x)=\sqrt{1-\sin^2x}=|\cos x|.$$

二、函数

1. 函数的概念

定义　设数集 $D\subset\mathbf{R}$，则称映射 $f:D\to\mathbf{R}$ 为定义在 D 上的函数，通常简记为

$$y=f(x),\ x\in D,$$

其中 x 称为自变量，y 称为因变量，D 称为定义域，记作 D_f，即 $D_f=D$.

函数的定义中，对每个 $x\in D$，按对应法则 f，总有唯一确定的值 y 与之对应，这个值称为函数 f 在 x 处的函数值，记作 $f(x)$，即 $y=f(x)$. 因变量 y 与自变量 x 之间的这种依赖关系，通常称为函数关系. 函数值 $f(x)$ 的全体所构成的集合称为函数 f 的值域，记作 R_f 或 $f(D)$，即

$$R_f=f(D)=\{y\mid y=f(x),x\in D\}.$$

需要指出，按照上述定义，记号 f 和 $f(x)$ 的含义是有区别的：前者表示自变量 x 和因变量 y 之间的对应法则，而后者表示与自变量 x 对应的函数值. 但为了叙述方便，习惯上常用记号"$f(x),x\in D$"或"$y=f(x),x\in D$"来表示定义在 D 上的函数，这时应理解为由它所确定的函数 f.

表示函数的记号是可以任意选取的，除了常用的 f 外，还可用其他的英文字母或希腊字母，如"g""F""φ"等. 相应地，函数可记作 $y=g(x)$，$y=F(x)$，$y=\varphi(x)$ 等. 有时还直接用因变量的记号来表示函数，即把函数记作 $y=$