陶靖轩 编著

SHU LI TONG JI JI QI YING YONG

数理统计及其应用

中国林业出版社

数理统计及其应用

陶靖轩 编著

付主编 张 莉 郭卫华

李久兰 杨 光

阜阳师范学院图书馆
藏书

中国林业出版社

1991·北京

编委：　李景杰　李久兰　薛留根　郭卫华
张　莉　杨　光　陶靖轩

内 容 提 要

本书主要叙述概率论与数理统计的基本理论和实用多元统计分析方法，多元分析计算程序，以及若干统计应用成果。可用于大、中、专理工科师生，统计工作者，科研工作者，计算机操作人员学习、参考。

数理统计及其应用
陶靖轩　编著
中国林业出版社出版发行（北京西城区刘海胡同7号）
信阳市人民印刷厂印刷
850×1168毫米32开本　14印张　351000字
1991年2月第1版　1991年2月第1次印刷
印数：1—2000册　定价：6.00元
（京）第033号　ISBN7-5038-0757-1／S·0364

前　言

《数理统计及其应用》不同于一般的概率统计书籍。传统的概率统计书籍重点在于完整、系统地介绍基本知识、基本理论，而本书更偏重于科研方面实用理论和方法的叙述。它也不同于一般的生物统计（教材）、应用数理统计等书，因为这些书大都仍是系统地介绍概率论和数理统计的基础理论，极少涉及具体的应用理论和方法。本书则更注意实用性，尽力用通俗的语言去叙述基本知识、统计分析方法、上机程序。此外，书中还收集了作者近年来在理论和应用方面的部分研究成果。

主要结构是：首先详细地介绍了概率统计的基本知识，并附有大量的科研中的统计分析例题。除此之外，还在叙述统计分析的理论和方法中补充了应用这些方法可能会出现的问题，以及解决这些问题的方法。

接着我们介绍统计分析中的参数估计、假设检验、回归分析及其试验设计、方差分析等方法和理论，同时重点讲述了较新的10种统计分析方法，并将统计分析中的最常用的计算程序附在后面。即使一些没有专门学过统计知识的人，也可以直接利用这些新方法对照程序进行整理、分析。

最后我们选入了自己近年来将统计方法应用于科研（如林业上标准制订、经营培育、产区区划、病虫害防治、种源区划分）的一些研究报告和学术论文。

书末附有统计分析中常用的18个数表。

本书前半部分曾两次在林业统计学习班上作为试用教材，这次是在以往讲义的基础上重新修订的。

由于我们水平所限，书中难免出现错误与不当之处，深望专

家、读者批评指正。本书的出版得到中国林业出版社的热情支持，他们曾三次认真审阅了全文，提出了许多中肯的意见，谨在此表示衷心感谢。

作者

1990年8月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c

目　录

第一章　随机事件及其概率

§1·1　概率与频率

一、基本概念

随机试验：对自然现象进行观测，或者在一定条件下使结果重现都叫试验。如果（1）试验可在一定条件下重复多次；（2）试验结果可能不止一个，而且不能预言可能出现的结果，则此试验称为随机试验。

事件：在试验结果中发生的现象叫做事件。如果在每次试验的结果中，某事件一定发生，则此事件称为必然事件，以U表之反之，如果在每次试验的结果中，某事件一定不发生，则此事件称为不可能事件，以V表之。而在每次试验的结果中，可能发生也可能不发生的事件称为随机事件，以大写字母A、B、C…表示。

例1：有一小片油松白皮松混交林，共978株。油松617株，白皮松361株。林木胸径最小者为7.8cm，最大者29.3cm。随机地由该小片林地上取一株林木进行观察。则“所观察林木为针叶树”“所观察林木胸径不小于4cm”都是必然事件。“所观察林木为阔叶树”“所观察林木胸径大于30cm”都是不可能事件。而“所观察林木为油松”，“所观察林木胸径大于20cm”都是随机事件。

例2：投掷一枚硬币，A_1表示“正面向上”，A_2表示“反面向上”，都是随机事件。这些事件不可再分，故又称为基本事件。

一次试验的结果中可能出现的基本事件全体叫做样本空间，

以Ω表示．Ω中每一个基本事件称为一个样本点．比如例2中试验的样本空间和样本点可表示为：$\Omega=\{A_1, A_2\}$

例3：掷一颗骰子，A_i表示“i个点出现”（$i=1,2,3,4,5,6$），A_i是随机事件，也是基本事件，样本空间可表为：$\Omega=\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$

例4：某林木加工厂每生产100件产品中有95件合格品，5件次品．现从中抽取10件进行检验，则“抽取10件产品中有不多于5件次品”这一事件是一必然事件（以U表之）。“抽取10件产品中有多于5件次品出现”这一事件是不可能事件（以V表之）。“抽取10件产品中恰有两件次品”这一事件是随机事件（可以A表之）．“抽取10件产品全为合格品”，“抽取10件产品中有2件或3件次品出现”都是随机事件（可以B、C表之）．

二、频率与概率

设随机事件A在n次试验中共发生了m次。则比值$\frac{m}{n}$称为随机事件A发生的相对频率(简称频率),记为w（A）、$w(A)=\frac{m}{n}$

显然 $n\geqslant m$，从而 $0\leqslant w(A)\leqslant 1$

对于必然事件U来说，由于它在n次试验的每一次结果中都要发生，所以 $w(U)=\frac{n}{n}=1$

对于不可能事件V来说，由于它在n次试验的每一次结果中都不会发生，所以 $w(V)=\frac{0}{n}=0$

这是两种极端的情况。

一般地，当试验多次重复，w（A）常稳定于某一常数，或者说常在一数字附近摆动．比如例2中，当试验次数充分多时，$w(A_1)$在0.5附近摆动．这一试验历史上法国人蒲丰曾重复作了4040次，A_1出现了2048次；英国人皮尔逊重复作了24000次，

A_1出现了12012次。由此可见，随机事件发生的可能性大小可以用数字描述。

例5：据统计，世界上男婴出生的频率大致稳定在$\frac{22}{43}$附近；而英文字母“E”在使用中出现的频率大致稳定在0.1附近；字母“Z”在使用中出现的频率大致稳定在0.001附近。

以上这类数字刻划了随机事件的客观属性，它不以主体改变而改变，而是由事件发生的条件组所确定，这就是概率。

三、概率的统计定义

如果在大量重复试验条件下，事件A出现的频率稳定于常数p‘则称随机事件A的概率为p，记为$P(A)=p$

例6：在一定条件组下，进行马尾松种子发芽试验，试验结果如表1·1所示：

累计试验次数	50	100	150	200	…	450	500	550	600	650	700
累计发芽粒数	27	55	85	117	…	269	299	334	362	391	420
发芽频率 W(A)	0.54	0.55	0.57	0.59	…	0.6	0.6	0.61	0.6	0.6	0.6

则马尾松种子发芽概率$=P(A)\approx0.6$

例7：投掷硬币试验中，$P(A_1)=P(A_2)\approx0.5$

这里还要注意，对于必然事件U和不可能事件V，显然$P(U)=1$，$P(V)=0$　　而对任一随机事件概率为$0\leqslant P(A)\leqslant1$。但是如果$P(A)=1$，我们一般不能说A就是必然事件；$P(A)=0$，我们也不能说A就是不可能事件。

例8：天空中飞行的陨石击中地面上一特定的建筑这一事件记为A，显然$P(A)=0$，但A还是有可能发生的。

在此我们说明一下概率与频率的区别及联系。频率与进行的试验有关，是概率在试验中的随机表现。而概率则是客观存在的大量现象的客观属性，与认识的主体无关。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c

当试验多次重复，频率可以作为概率的近似估计值，n愈大，近似程度愈好。如果随机事件A发生的概率p已知，则可以比较可靠地估计当n充分大时，事件A将发生的频率。

当然，我们学习这一节时，无论如何不能把概率看作认识主体对个别现象的信念程度，那将把对概率的学习引入歧途。

§1·2 事件的关系和运算

一、事件之间的关系

包含：A发生必然导致B发生，则称事件B包含事件A；或说A包含于B，记作$A\subset B$。

例1：以A表示“点落在小圆内”这一事件，B表示“点落在大圆内”这一事件，则表示为$A\subset B$或$B\supset A$。

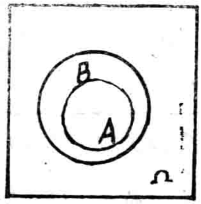

图1.1　包含关系

相等：若$A\supset B$且$A\subset B$，即A、B两事件中任一事件发生必然导致另一事件发生，则称A与B相等，记作$A=B$。

互不相容：如果两事件A，B不可能同时发生，即$AB=V$，则称两事件A，B互不相容。

一般地，若n个事件A_1，A_2，…，A_n中任两个事件不可能同时发生，即$A_iA_j=V$（$i, j=1, \cdots, n$）则称这n个事件互不相容。

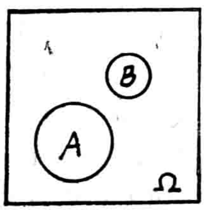

图1.2　互不相容关系

对立：如果A、B两事件互不相容，且一次试验结果中必有一事件发生；即$AB=V$，$A\cup B=\Omega$

则称A，B两事件互相对立。

记作$A=\overline{B}$或$\overline{A}=B$。

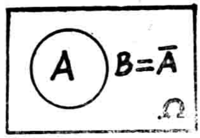

图1.3　对立关系

如果一次试验结果中，n个事件A_1，A_2，…，A_n至少有一个发生，即$\bigcup_{i=1}^{n} A_i=\Omega$，则称这n个事件构成完备群。如果有$\bigcup_{i=1}^{n} A_i=\Omega$；而且$A_iA_j=V$（$i\neq j, i, j=1, \cdots n$），则称这n个事件构成互不相容的完备群。

二、事件的运算

和：二事件A、B至少有一个发生，这一事件叫作A与B的和，记作$A\cup B$。一般地我们把A_1，…，A_n这n个事件中至少发生一个的事件叫作A_1，…，A_n的和，记为$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$；当这些事件两两互不相容时，可将求和符号记作"+"号，如

$\sum_{i=1}^{n} A_i$。

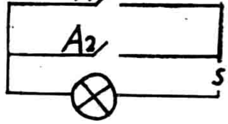

图1.4　灯亮$=A_1\cup A_2$

例2：A_1，A_2分别表示接通开关A_1，A_2的事件，则"灯亮"这一事件可表示为A_1与A_2的和。

积：二事件A、B同时发生这一事件叫作A与B的积，记作$A\cap B$或AB。

例3：下面电路中A_1，A_2分别表示接通开关A_1，A_2的事件，则"灯亮"这一事件可表为A_1与A_2的积。

差：事件A发生而B不发生的一事件称为A与B的差，记为$A-B$或$A\cap\bar{B}$.

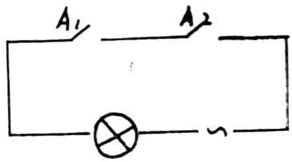

图1.5　灯亮$=A_1\cap A_2$

三、各种运算律

交换律：和运算及积运算都满足交换律

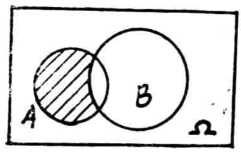

图1.6　阴影$=A-B$

$A\cup B=B\cup A$　　　$A\cap B=B\cap A$

结合律：求和运算与求积运算都满足结合律：

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$　$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

分配律：交对并的分配律$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

并对交的分配律$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

对偶律：两事件和的对立事件等于这两事件对立事件的积，即$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B}$

两事件积的对立事件等于这两事件对立事件的和，即$\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$

对偶律也可以推广到n个事件的情形.

幂等律：$A\cup A=A$　　　$A\cap A=A$

吸收律：$(A\cup B)\cap A=A$　　　$(A\cap B)\cup A=A$

同时由以上运算律不难推得$\bar{\bar{A}}=A$，$A+\bar{A}=\Omega$，$A\cap\bar{A}=V$

§1·3　古典概率

一、基本概念

等可能：在试验中由于某种对称性条件，使得某些随机事件

中的一些事件发生的可能性在客观上完全相同，则称它们是等可能事件。

例1：掷一枚硬币，A_1＝“落地时正面向上”，A_2＝落地时反面向上”，则$P(A_1)=P(A_2)=1/2$

例2：从一批产品中随机地抽取一件进行检查，若A_i＝“抽到第i件产品”，i＝1，2，…，n。则A_i就是等可能事件。

基本事件：如果试验结果是n个等可能的，互不相容的随机事件构成的完备群，这些事件就称为基本事件。

例3：从0，1，2，…，9中任选一个数字，A_i＝“选到i”（i＝0，1，2，…，9），则A_0，A_1，…，A_9就是基本事件。

例4：掷一颗骰子，A_i＝“落地时i个点向上，（i＝1,2,…,6）则A_1，A_2，…，A_6是基本事件。

二、古典定义

如果试验的结果可表为由N个等可能的，互不相容的基本事件构成的完备群，而随机事件A仅包含M个基本事件，则将A包含的基本事件数M与试验结果中所有基本事件数N的比值称为A的概率。记为$P(A)=\frac{M}{N}$

例5：从0，1，…，9中任选一数字，求这一数字是奇数的概率。

解：所有可能的基本事件数N＝10

设A＝“选到数字为奇数”，则A包含M＝5个基本事件；

$P(A)=\frac{M}{N}=\frac{5}{10}=1/2$

例6：§1·1例1中，若由该小片林地上随机抽取一株林木时，能使该林地上的每株林木都有同等概率被抽中。又设A＝“所观察林木为油松”，则$P(A)=\frac{M}{N}=\frac{617}{978}=0.631$

三、古典定义的统计解释

由于我们假定抽取是等可能的，因此每一基本事件发生的次数大致相同。比如进行n次抽取，则每一基本事件发生的次数应为$\frac{n}{N}$。其中若设A包含M个基本事件，A发生的次数为$M\cdot\frac{n}{N}\approx m$

由$w(A)=\frac{m}{n}\approx M\cdot\frac{n}{N}/n=\frac{M}{N}=P(A)$。

四、基本性质

设A为任一随机事件，则有

1）$0\leqslant P(A)\leqslant 1$　　　2）$P(U)=1$

3）$P(V)=0$

补充内容：几何概率

如果试验结果中基本事件总数有无限多个，且这些基本事件总和可以用某些数量特征表示（长度、面积、体积等）为S；其中一部分，即随机事件A所包含的基本事件全体也可以用同样的数量特征表示，记为s；则将比值$\frac{s}{S}$称为事件A发生的概率；记为

$P(A)=\frac{s}{S}=\frac{\mu(A)}{\mu(U)}$，这里用$\mu(x)$表示x的测度。

例7：把一个正实数四舍五入，从小数后第一位小数开始，求得不足近似值的概率。

解：$S=[-0.5,0.5)$　　　$s=(0,0.5)$

P（得到不足近似值）$=\frac{0.5}{1}=0.5$

§1·4 概率的乘法定理和加法定理

一、互不相容事件的概率加法定理

定理1：两互不相容事件和的概率等于这两事件概率的和。即若

$AB=V$ 则 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

证明：设试验可能结果是N个基本事件构成的完备群，事件A、B分别含有M_1，M_2个基本事件。由$AB=V$，所以M_1与M_2个基本事件中没有公共的基本事件，即$A+B$中含有M_1+M_2个基本事件．由古典定义：

$$P(A+B)=\frac{M_1+M_2}{N}=\frac{M_1}{N}+\frac{M_2}{N}=P(A)+P(B)$$

定理2：有限个互不相容事件和的概率，等于这些事件概率的和。

即 $P\left(\sum_{i=1}^{n} Ai\right)=\sum_{i=1}^{n} P(Ai)$

推论1：若事件A_1，A_2，…，A_n构成互不相容的完备群，则这些事件概率之和等于1。

证明：因为A_1，…，A_n构成互不相容的完备群，所以试验结果中至少有一个事件发生，这说明 $\sum_{i=1}^{n} Ai$ 是一必然事件，所以

$$1=P\left(\sum_{i=1}^{n} Ai\right)=\sum_{i=1}^{n} P(Ai)$$

推论2：两对立事件概率之和等于1。

二、一般的加法定理

定理3：A，B是任意两个随机事件，则有

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

证明：设所有可能的试验结果是N个基本事件构成的完备群；事件A、B各包含M_1及M_2个基本事件，事件AB包含M个基本事件；则事件$A\cup B$包含M_1+M_2-M个基本事件。从而

$$P(A\cup B)=\frac{M_1+M_2-M}{N}=\frac{M_1}{N}+\frac{M_2}{N}-\frac{M}{N}$$

$$=P(A)+P(B)-P(AB)$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.c