

# PETRI网原理

及其在民航交通运输工程中的应用

PETRI

NET THEORY AND ITS APPLICATION IN  
CIVIL AVIATION TRANSPORTATION  
ENGINEERING

汤新民 朱新平 编著

中国民航出版社

014035864

V2-39  
02

# Petri 网原理及其在 民航交通运输工程中的应用

汤新民 朱新平 编著



中国民航出版社

V2-39

02



北航

C1723234

014032884

图书在版编目 (CIP) 数据

Petri 网原理及其在民航交通运输工程中的应用/汤新民, 朱新平编著. —北京: 中国民航出版社, 2013. 12

ISBN 978-7-5128-0146-2

I. ①P… II. ①汤… ②朱… III. ①计算机网络-应用-民航运输 IV. ①V2-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 244464 号

责任编辑: 杨玉芹

普 华 平 朱 新 平 著



Petri 网原理及其在民航交通运输工程中的应用

汤新民 朱新平 编著

---

出版 中国民航出版社  
地址 北京市朝阳区光熙门北里甲 31 号楼 (100028)  
排版 中国民航出版社照排室  
印刷 北京金吉士印刷有限责任公司  
发行 中国民航出版社 (010) 64297307 64290477  
开本 787×1092 1/16  
印张 17.5  
字数 400 千字  
版本 2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

---

书号 ISBN 978-7-5128-0146-2  
定价 45.00 元

(如有印装错误, 本社负责调换)

# 前 言

Petri 网是一种面向离散事件动态系统（如柔性制造系统、数字计算机系统、通信与网络系统、空中或地面交通系统等）的建模和分析工具，对于分析和描述系统中的顺序、并发、冲突以及同步等关系具有天然的优势。自 Carl A. Petri 博士于 1962 年提出 Petri 网理论后，Petri 网理论不断充实和完善，经过 50 多年的发展，不仅 Petri 网理论本身已经形成一门系统的、独立的学科分支，而且有一大批学者和工程技术人员致力于其应用研究。目前 Petri 网原理已经得到广泛的认可，基本形成了完整的理论体系，并在计算机、制造、自动化、通信、交通等领域得到了广泛的应用。

作者所在的南京航空航天大学民航学院设有交通运输工程一级学科，下设载运工具与运用工程、交通信息工程及控制、交通运输规划与管理三个二级学科，以上三个二级学科的研究对象（民航维修系统、民航交通系统、民航运输系统）均为典型的离散事件动态系统，因此 Petri 网原理应当毫无疑问是民航交通学科的理论基础之一。学院是最早在民航交通学科研究生教学中引入 Petri 网原理教学的单位，黄圣国教授分别于 1984—1986 年和 1992—1993 年两次赴日本大阪大学学习 Petri 网理论和参加有关理论的应用研究，并随后在本院的研究生教学计划中开设了该门课程，取得了很好的教学效果，为本书的编写打下了良好的基础。本书是一本系统讲述 Petri 网理论在民航交通运输工程中应用的专著，主要面向民航相关专业的高年级本科生和研究生，可帮助其建立起进行科学研究的全局观，培养其揭示民航领域中相关系统内在运行机理，以及发现实际问题并提出创新性解决方案的能力。

本书着眼于既反映 Petri 网理论学科前沿，又紧密结合民航领域科研需要进行编写，主要包括以下内容：（1）Petri 网基本原理。系统地介绍离散事件动态系统概念、基本 Petri 网及其分析方法、Petri 网动态性质与运算方法以及各类高级 Petri 网。（2）Petri 网在民航维修工程中的应用。介绍模糊 Petri 网、自由选择 Petri 网、时间约束 Petri 网、连续 Petri 网等高级 Petri 网在维修知识表达与推理、车间维修分解与装配、车间维修工作流、民航维修资源调度中的应用。（3）Petri 网在空中交通管制中的应用。介绍赋时 Petri 网、受控 Petri 网、混杂 Petri 网、随机 Petri 网在机场场面滑行路径规划、场面活动引导控制、跑道入侵防御、无冲突 4D 航迹生成、飞行冲突控制中的应用。（4）Petri 网在民航运输管理中的应用。介绍赋时 Petri 网、随机 Petri 网、着色 Petri 网在机场地面作业、航站楼旅客流建模、航空货运出港性能评估、航班延误分析中的应用。

本书由汤新民编著和统稿，其中第 5 章部分内容由朱新平编写。本书主要汇集了作

者近十年来的科研成果，且相关研究得到了国家自然科学基金（61174180）、国家自然科学基金委员会——中国民航局民航联合研究基金（60879011）以及江苏省自然科学基金（BK201052）、教育部博士点基金（200802871022）的资助，在此谨向国家自然科学基金委、民航局和江苏省科技厅、教育部表示感谢。本书还参考了近期国内外学者的研究论文、专著，特别是南京航空航天大学民航学院韩松臣、朱金福教授，中国民航大学丁建立、刘长有教授，山东科技大学吴哲辉教授等团队的相关研究成果。本书在出版过程中还得到了中国民航出版社杨玉芹编辑的热情支持，在此一并表示感谢。

由于水平有限，书中难免会有错误和不妥之处，敬请专家和读者批评指正。

汤新民

2013年9月于南京航空航天大学

# 目 录

## 前言

第 1 章 离散事件动态系统概论	1
1.1 离散事件动态系统	1
1.2 离散事件动态系统的建模和分析方法	6
1.3 Petri 网理论发展和应用概况	9
参考文献	10
第 2 章 Petri 网的基本理论	11
2.1 Petri 网的基本概念	11
2.1.1 网结构与标识网	11
2.1.2 几类简单的网系统	13
2.1.3 Petri 网的向量和矩阵表示	15
2.1.4 系统的 Petri 网模型	17
2.2 Petri 网及其动态和结构性质	20
2.2.1 可达性、有界性和可覆盖性	20
2.2.2 并发和冲突	23
2.2.3 公平性和持续性	26
2.2.4 结构有界性和守恒性	27
2.2.5 活性、虹吸与陷阱	29
2.3 Petri 网的分析与运算方法	32
2.3.1 可达标识图与可覆盖图	32
2.3.2 关联矩阵与状态方程	36
2.3.3 不变量分析方法	38
2.3.4 嵌入与删除运算	39
2.3.5 简化与细化运算	43
2.3.6 合成与分解运算	47

2.4	几类高级 Petri 网举例 .....	50
2.4.1	着色 Petri 网与谓词变迁网 .....	51
2.4.2	受控 Petri 网与自控 Petri 网 .....	55
2.4.3	赋时 Petri 网与随机 Petri 网 .....	59
2.4.4	模糊 Petri 网与自适应 Petri 网 .....	65
2.4.5	连续 Petri 网与混杂 Petri 网 .....	70
	参考文献 .....	79
第 3 章	Petri 网在民航维修工程中的应用 .....	81
3.1	民航发动机维修知识表达与推理 .....	82
3.1.1	车间维修等级决策过程 .....	82
3.1.2	维修决策知识的建模 .....	83
3.1.3	维修决策知识的定性与定量推理 .....	87
3.1.4	发动机故障知识库的学习 .....	91
3.1.5	维修工作范围决策应用案例 .....	97
3.2	民航发动机维修分解与装配规划 .....	99
3.2.1	发动机结构的划分与管理 .....	99
3.2.2	发动机分解与装配建模 .....	100
3.2.3	分解与装配最优序列规划 .....	104
3.2.4	分解与装配最优序列求解 .....	107
3.2.5	分解装配序列规划应用案例 .....	109
3.3	民航维修作业 workflow 建模与分析 .....	111
3.3.1	维修作业任务分解结构 .....	111
3.3.2	维修工作流的动态建模 .....	113
3.3.3	维修工作流的可调度性分析 .....	115
3.3.4	维修工作流的执行时间分析 .....	118
3.3.5	工作流验证方法应用案例 .....	121
3.4	民航发动机车间维修资源调度 .....	123
3.4.1	维修资源调度的过程 .....	123
3.4.2	维修资源需求建模研究 .....	126
3.4.3	化解维修资源冲突的路由策略 .....	129
3.4.4	维修资源的调度方法 .....	131
3.4.5	维修资源调度应用案例 .....	134
3.5	民航维修车间服务能力评价 .....	136
3.5.1	车间维修服务过程排队模型 .....	137
3.5.2	随机 Petri 网平均值分析原理 .....	141

3.5.3	单维修等级平均值迭代算法	142
3.5.4	车间多维修等级平均值分析	144
3.5.5	车间维修服务能力评价应用案例	148
	参考文献	151
第4章	Petri 网在空中交通管制中的应用	154
4.1	航空器场面滑行路径建模与规划	154
4.1.1	滑行路径规划总体框架	155
4.1.2	机场场面滑行路径建模	156
4.1.3	航空器静态滑行路径规划	162
4.1.4	航空器动态滑行路径规划	164
4.1.5	航空器动态滑行路径规划案例	168
4.2	机场场面航空器滑行引导与控制	170
4.2.1	航空器滑行引导控制系统结构	170
4.2.2	航空器滑行动态系统建模	171
4.2.3	场面运行观测器的设计	174
4.2.4	场面滑行冲突控制器的设计	176
4.2.5	滑行操纵指令生成器的设计	180
4.2.6	场面滑行引导案例	181
4.3	基于传感器网络的机场跑道入侵防御	184
4.3.1	机场跑道入侵防御系统总体方案	184
4.3.2	机场跑道入侵防御系统模型	187
4.3.3	面向跑道入侵的控制器设计	190
4.3.4	跑道入侵防御仿真系统及验证	193
4.4	多航空器预战术无冲突4D航迹规划	195
4.4.1	空中交通系统动态建模	195
4.4.2	空中交通系统极大代数描述	200
4.4.3	多航空器无冲突4D航迹规划	204
4.4.4	无冲突4D航迹规划案例研究	206
4.5	空中交通实时冲突探测与解脱	210
4.5.1	空中交通混杂控制系统结构	210
4.5.2	空中交通系统模型	212
4.5.3	飞行状态观测器的构造	215
4.5.4	飞行冲突离散控制器的设计	217
4.5.5	飞行操纵指令生成器的设计	218
4.5.6	飞行冲突探测与解脱案例	218



参考文献	222
<b>第 5 章 Petri 网在民航运输管理中的应用</b>	<b>225</b>
5.1 民用航空器机场地面作业优化	225
5.1.1 机场地面作业内容及流程	226
5.1.2 机场地面作业模型及其分析	229
5.1.3 机场地面作业案例及其优化	231
5.2 机场航站楼进港旅客流仿真	234
5.2.1 机场航站楼内旅客流建模	235
5.2.2 基于存储和转移的旅客流模型	237
5.2.3 基于 Petri 网的旅客流建模与仿真	239
5.2.4 仿真案例及仿真结果分析	243
5.3 航空货运出港系统分析与优化	247
5.3.1 物流中心作业分区及流程	248
5.3.2 货运出港系统分析与优化	251
5.3.3 货运出港系统性能分析	253
5.3.4 出港系统实例分析及优化建议	255
5.4 航班延误时间及其传播分析	257
5.4.1 基于飞行计划的航班转移模型	258
5.4.2 基于航班运行状态的转移模型	261
5.4.3 源机场初始延误及其传播分析	263
5.4.4 资源竞争造成的延误及其传播分析	266
5.4.5 仿真实验及传播分析	267
参考文献	270

# 第 1 章 离散事件动态系统概论

## 1.1 离散事件动态系统

### 1. 离散事件动态系统的研究背景

在传统的系统与控制理论领域中，主要研究对象限于一类本质上属于物理世界范畴的连续变量动态系统（Continuous Variable Dynamic System, CVDS）。CVDS 的动态过程服从于物理学定律（如电学、力学、热力学的定律等），其数学模型可表述为传统意义下的微分方程或差分方程，并借助于数学理论所提供的问题描述与求解方法，对这类系统进行建模、分析、控制和优化。

本书所要研究的是区别于 CVDS 的另一类系统，即离散事件动态系统（Discrete Event Dynamic System, DEDS）。DEDS 本质上属于人造系统的范畴，无论是系统的运行机制还是系统的研究方法，都和 CVDS 有着重要区别。

对离散事件动态系统的研究最早可以追溯到对排队现象和排队网络的研究。从现今观点来看，排队论、网络分析、计划评审和调度排序等方法所面对的研究对象都可归入 DEDS 的范畴。

现今对离散事件动态系统研究的兴起出现在 1980 年前后，随着信息处理技术、计算机技术和机器人技术等的发展完善和广泛应用，在通信、制造、交通管理、军事指挥等领域相继出现了一批反映技术发展方向的人造系统，其典型例子如柔性生产线或装配线、大规模计算机和通信网络、空中或机场交通管理系统、军事指挥中的 C3I 系统等。在这类人造系统中，对系统行为进程起决定作用的是一批离散事件，而不是连续变量，所遵循的是一些复杂的人为规则，而不是物理学定律。正是基于对这类人造系统行为和性能研究的需要，推动着离散事件动态系统理论的形成和发展。

离散事件动态系统的称谓，首先是由哈佛大学何毓琦（Y. C. Ho）教授在 1980 年前后引入的，概指上面提到的一类人造系统，以区别于已得到广泛研究的连续变量动态系统。

## 2. 连续系统的状态空间

为了设计、评价、控制系统的性能，必须建立系统的模型，以定量地描述系统。为此首先需要定义系统的可测变量，如电路中的电压与电流、飞行控制系统中的操纵量，假设它们随时间变化，并测得在时间段  $[t_0, t_f]$  内的数值，从而得到一组称之为输入变量的时间函数，即：

$$\mathbf{u}(t) = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)\}, t_0 \leq t \leq t_f \quad (1-1)$$

然后再选择一组变量，当输入变量变化时，这些变量随之变化，并可被直接测量，这些变量构成系统的输出变量，即：

$$\mathbf{y}(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\}, t_0 \leq t \leq t_f \quad (1-2)$$

假设对于所有  $t \geq t_0$  的时刻  $\mathbf{u}(t)$  完全确定，而且在某时刻  $t = t_1 \geq t_0$  上观测到  $\mathbf{y}(t)$ ，我们的问题是，这些信息是否足以预测所有将来  $t > t_1$  时刻系统的输出，系统的状态空间建模正是对这一问题所做出的肯定回答。

与系统的输入  $\mathbf{u}(t)$  和输出  $\mathbf{y}(t)$  相同，系统的状态也用一向量  $\mathbf{x}(t)$  表示，其元素为  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ ，我们称之为状态变量，即：

$$\mathbf{x}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}, t_0 \leq t \leq t_f \quad (1-3)$$

如果通过物理模型建立了下列方程组，则称已建立了系统的状态空间模型。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \end{cases} \quad (1-4)$$

其状态空间采用的图形如图 1.1 所示。

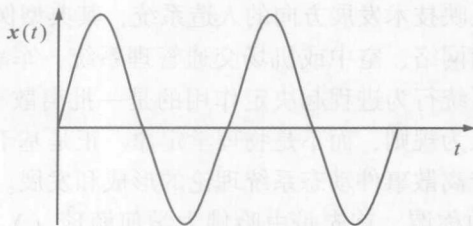


图 1.1 连续系统状态空间轨迹

### 3. 离散系统的状态空间

前文所涉及的状态变量均为实数，但我们并没有将状态变量局限于实数范围内，其有可能为整数，或者是诸如 {通、断}、{高、中、低} 以及 {红、蓝、绿} 这样的离散集。这种状态变量只能在离散的时间点上从一个离散状态值跳跃到另一个值，其状态轨迹是分段的常数函数，如图 1.2 所示。

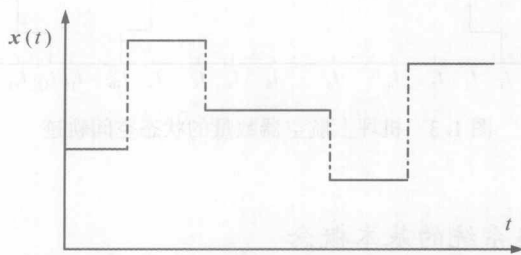


图 1.2 离散系统状态空间轨迹

离散系统的动态特性很容易观察，这是由于状态转移的机理通常采用简单的逻辑表达方式。例如，某一停机坪用于停放过站的航空器，随着航空器的进离港，停机坪的航空器数量将发生变化，为了监控系统状态，定义  $x(t)$  为时刻  $t$  的航空器数量，其状态空间  $X$  定义为非负整数  $\{0, 1, 2, \dots\}$ ，定义模型的输出方程为  $y(t) = x(t)$ ，选择以下两个时间的函数作为系统的输入：

$$u_1(t) = \begin{cases} 1, & \text{航空器在 } t \text{ 时刻进港} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-5)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 1, & \text{航空器在 } t \text{ 时刻离港} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1-6)$$

由于无法定义  $x(t)$  的导数  $\dot{x}(t)$ ，取而代之，我们用符号  $t^+$  表示在  $t$  时刻以后的瞬间，根据这一定义以及对系统的观测，我们可以得出下列离散系统状态方程：

$$x(t^+) = \begin{cases} x(t) + 1, & \text{若 } u_1(t) = 1, u_2(t) = 0 \\ x(t) - 1, & \text{若 } u_1(t) = 0, u_2(t) = 1, \text{ 且 } x(t) > 0 \\ x(t), & \text{其他} \end{cases} \quad (1-7)$$

在上述案例中，假设在时刻  $t_1, t_2, t_3, t_5, t_6, t_{12}, t_{13}$  航空器进港，即  $u_1(t) = 1$ ，而在时刻  $t_4, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}$  航空器离港，即  $u_2(t) = 1$ ，系统的状态空间，即机坪上航空器的数量可由图 1.3 的状态空间轨迹表示。

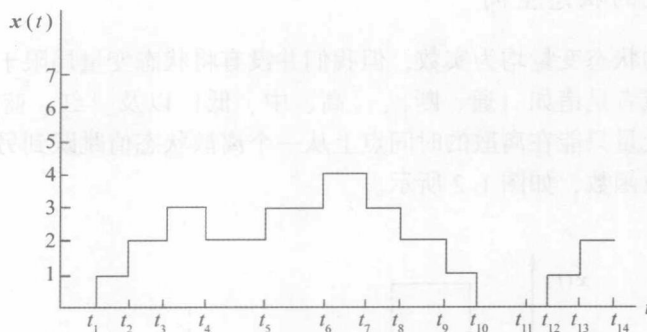


图 1.3 机坪上航空器数量的状态空间轨迹

#### 4. 离散事件动态系统的基本概念

严格地讲，对于离散事件动态系统，至今还没有一个具有概括性和普适性并被一致认同的定义。粗略地说，DEDS 是由离散事件驱动，并由离散事件按照一定运行规则相互作用，导致状态演化的一类动态系统。

**定义 1.1** 离散事件动态系统 (Discrete Event Dynamic System, DEDS) 是由离散事件驱动，并由离散事件按照一定运行规则相互作用，导致状态演化的一类动态系统。

在连续系统中，状态通常随着时间变化而变化，正是由于这一特征，我们称这类系统为时间驱动系统。时间变量  $t$  是一自然的、独立的变量，是所有输入、状态、输出函数的自变量。

在离散事件动态系统中，每一状态的转移都与事件的发生相关联，事件的发生导致系统从一个离散的状态转换至另一个离散状态，一系列事件的发生导致了状态的连续转移，我们用事件集  $E$  表示这些事件。在停机坪的例子中，事件集  $E = \{Arrival, Departure\}$ 。

这个定义显示出，DEDS 具有两个基本的特点：第一，状态空间是离散集，系统的状态无法用微分方程模型描述；第二，DEDS 的系统属性表现为由离散事件驱动，事件的发生与时间无关，往往与人为因素有关，这也正是其能覆盖大批高技术的人造系统的原因所在。CVDS 与 DEDS 的比较如表 1-1 所示。

表 1-1 CVDS 与 DEDS 的比较

	连续变量动态系统	离散事件动态系统
特征	①系统必须是连续的 ②状态转移必须是时间驱动的	①状态空间是离散的 ②状态转移是事件驱动的
数学模型	$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \dot{\mathbf{y}}(t) = g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \end{cases}$	目前还没有用于描述 DEDS 动态特性的普适状态方程

**案例 1.1** 图 1.4 所示的制造系统是一类典型的离散事件动态系统。当零部件未被加工时存储在缓冲区，直到用于该零部件下一道工序的机器可用。由于缓冲区的容量有限，因此该系统的事件集合可描述为  $E = \{a, c_1, d_2\}$ 。其中， $a$  代表零部件从外部到达第一台机器， $c_1$  为第一台机器完成加工， $d_2$  代表零部件从第二台机器离开。定义两台机器排队等待加工零部件的队长为该制造系统的状态空间，因此其状态空间可描述为如下的离散集合  $X = \{(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \in \{0, 1, 2, 3, B\}\}$ ，其中  $B$  代表第二台机器的排队队长为 3，而第一台机器处于阻塞状态。

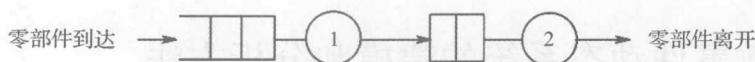


图 1.4 一个典型的制造系统

**案例 1.2** 图 1.5 所示的 T 字形路口交通系统也是一类典型的离散事件动态系统。在该系统中，车辆的行驶由信号灯控制，总共包含以下四类车辆：编号为 (1, 2) 的车辆来自位置 1，需要右转前往位置 2；编号为 (1, 3) 的车辆来自位置 1，需要左转前往位置 3；编号为 (2, 3) 的车辆来自位置 2，需要直行前往位置 3；编号为 (3, 2) 的车辆来自位置 3，需要直行前往位置 2。因此该系统的事件集合可描述为  $E = \{a_{12}, a_{13}, a_{23}, a_{32}, d_{12}, d_{13}, d_{23}, d_{32}, g, r\}$ ，其中  $a_{12}, a_{13}, a_{23}, a_{32}$  代表对应编号的车辆到达， $d_{12}, d_{13}, d_{23}, d_{32}$  代表对应编号的车辆离开； $g$  代表信号灯对于拟按 (1, 2) 和 (1, 3) 方式行驶的车辆转换为绿色； $r$  代表信号灯对于拟按 (1, 2) 和 (1, 3) 方式行驶的车辆转换为红色。定义每类车辆的队长和交通信号灯类型为该交通系统的状态空间，因此其状态空间可描述为如下的离散集合  $X = \{(x_{12}, x_{13}, x_{23}, x_{32}, y) : x_{12}, x_{13}, x_{23}, x_{32} \geq 0, y \in \{G, R\}\}$ ，其中  $G$  代表信号灯为绿色的状态， $R$  代表信号灯为红色的状态。

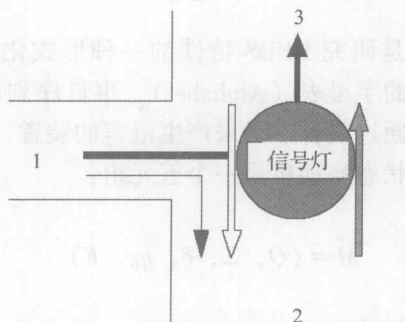


图 1.5 一个 T 字形路口交通系统

针对离散事件动态系统建模和分析的复杂性,何毓琦教授曾就难于对 DEDS 建立起统一和普适的建模和分析方法的原因作过深入的分析,指出存在如下 6 个困难要素:①离散事件的不连续本质;②大多数性能度量的连续本质;③概率化的基本性;④递阶层次分析的必要性;⑤动力学特性的不可避免性;⑥计算的可行性。总体而言,对 DEDS 建模的研究还远不是成熟和完善的,无论是形式的统一性,还是数学表达的简明性和计算分析的可行性,都远不如连续变量系统的建模那样完美。一个复杂的 DEDS 的建模,最终可能需要同时借助于运筹学、系统与控制理论、人工智能与自然语言理解等多学科的方法的结合。

## 1.2 离散事件动态系统的建模和分析方法

柔性制造系统、数字计算机系统、通信与网络系统、空中或地面交通系统等典型的离散事件动态系统需要研究以下问题:事件同步性(Event Synchronization)、并发性(Concurrency)、冲突(Conflict)、互斥(Mutual Exclusion)、死锁(Deadlock)、活性(Liveness)、可达性(Reachability)、可逆性(Reversibility)等等。

离散事件动态系统和连续变量动态系统有着不同的运行机制和描述方法,目前基本的工具和方法包括 3 类:①图形化的工具,该工具可提供可视化的表达能力,包括状态转换图或有限自动机、实时状态图、Petri 网、梯形逻辑图;②代数工具,包括布尔代数、时序逻辑、极大代数等等;③形式语言工具,包括形式语言模型、实时程序语言等。现今,在 DEDS 的研究中,主要的方法有:①形式语言与自动机(Formal Language and Automata);②极大-加法代数(Max-Plus Algebra);③排队论(Queueing Theory);④马尔科夫链(Markov Chain);⑤摄动分析(Perturbation Analysis);⑥Petri 网。下面就其中的前 5 种方法作简单介绍。

### 1. 形式语言与自动机

形式语言与自动机理论是研究 DEDS 特性的一种形式化方法。该方法的基本思想是:将事件集合看作是语言的字母表(Alphabet),事件序列则是该语言的字(Word);自动机则是依据规定的规则通过组合字母来产生语言的装置,建立 DEDS 模型就是构造能够说某种语言的自动机。状态自动机是一个五元组:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

其中, $Q$  为非空有穷状态集合, $\forall q \in Q, q$  称为  $M$  的一个状态; $\Sigma$  为输入字母表; $\delta$  为状态转移函数, $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ ,对于  $\forall (q, a) \in Q \times \Sigma, \delta(q, a) \in p$  表示  $M$  在状态  $q$  读入字符  $a$  时将状态变为  $p$ ;  $q_0$  为  $M$  的初始状态, $q_0 \in Q$ ;  $F$  为  $M$  的终止状态集合,  $F$

$\subseteq Q$ 。

由状态自动机产生的语言  $L(M)$  为所有能使 DEDES 状态发生转移的事件或事件序列，这一方法的重要应用是 DEDES 的监控 (Supervisory Control)，即对 DEDES 实施闭环控制，强制获得某些期望的系统性能，如系统不进入某些状态集，或符合事先确定的状态序列。

## 2. 极大-加法代数

为了建立类似于 CVDS 的 DEDES 事件的线性化模型，法国学者 Cohen 及其合作者，在极大代数中，定义了加法 “ $\oplus$ ” 和乘法 “ $\otimes$ ” 两种基本运算，以区别于一般代数中的 “+” “和  $\times$ ” 的概念，其定义为：

$$\begin{cases} a \oplus b = \max\{a, b\} \\ a \otimes b = a + b \end{cases} \quad (1-8)$$

根据上述基本运算，可以将 DEDES 的事件简化为状态方程和输出方程：

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \oplus \mathbf{x}(k) \oplus \mathbf{B} \oplus \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \oplus \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1-9)$$

极大代数方法的模型的优点表现为形式上非常类同于人们十分熟悉的线性连续变量动态系统，这就有理由期待把传统线性系统控制理论中之行之有效的分析、控制和优化技术，经过适当的修改，推广应用到 DEDES 的研究中来。

DEDES 的极大代数方法的局限性：在理论上，表现为所能处理的问题的范围较窄，与有决策机制的 DEDES 的建模和优化，以及包含随机因素的 DEDES 的建模和优化仍有很大距离；在工程上，表现为在处理复杂的实际因素方面还需要加以研究和扩展。

## 3. 排队论

排队网络是由若干个服务中心按一定的网络结构所组成的系统。服务中心由顾客和服务台所构成。通常一个服务中心拥有一个或多个服务台，服务中心按某种约定的顺序规则，依次为到来的顾客提供服务。顾客则按一定的统计规律进入某个服务中心，等待并接受服务。在一个服务中心接受完服务的顾客，再以一定的统计规律，转移到另一个服务中心继续接受服务。

对于一个排队网络模型，常采用如下的三个特征来描述其特性：①顾客相继到达系统的间隔时间的分布；②服务时间的分布；③服务台的个数。通常排队模型表示为：

$$A/B/m/QD/K/P \quad (1-10)$$



其中,  $A$  为顾客到达间隔时间的概率分布;  $B$  为服务时间的概率分布;  $m$  为服务中心服务台的数量;  $QD$  为排队规则, 包括以下几种规则: 先到先服务 (First Come First Served, FCFS)、后到先服务 (Last Come First Served, LCFS)、享受服务的顺序为随机的 (Service in Random Orders, SIRO) 和一般排队规则 (General Discipline, GD);  $K$  为排队存储的容量;  $P$  为顾客抽样群的大小。

描述排队系统的主要数量指标包括: 队长与等待队长; 顾客在系统中的等待时间与逗留时间; 系统的忙期与闲期, 它们反映了系统中服务台的工作强度; 输出过程, 刻画一个输出过程的主要指标是相继离去的间隔时间和在一段已知时间内离去顾客的数目, 这些指标从一个侧面也反映了系统的工作效率。

排队论可用于分析包含随机因素的离散事件动态系统的上述性能, 而不能对变化无常的系统行为实施控制。

#### 4. 马尔科夫链

马尔科夫链 (Markov Chains) 是一类重要的随机过程, 它的状态空间是有限的或可数无限的, 经过一段时间, 系统从一个状态转到另一个状态。这个进程只依赖于当前出发时的状态, 而与以前的历史状态无关。

设  $X = \{X(n), n = 0, 1, 2, \dots\}$  是一个随机过程, 状态空间为  $S$ , 如果  $X$  具有式 (1-11) 定义的无后效性, 即对任意非负整数  $n$ , 以及任意的状态  $i_0, i_1, \dots, i_{n+1} \in S$ , 只要  $P(X(0) = i_0, X(1) = i_1, \dots, X(n) = i_n) > 0$ , 总有

$$\begin{aligned} P(X(n+1) = i_{n+1} | X(0) = i_0, X(1) = i_1, \dots, X(n) = i_n) \\ = P(X(n+1) = i_{n+1} | X(n) = i_n) \end{aligned} \quad (1-11)$$

成立, 则称  $X$  为离散参数的马尔科夫链, 而  $P(X(n+1) = i_{n+1} | X(n) = i_n)$  称为  $X$  的第  $n$  步转移概率。

因此, 给定所有状态转移的概率以及初始状态下的概率分布, 可以确定状态在任意时刻的概率。

#### 5. 摄动分析

使用摄动分析 (Perturbation Analysis) 方法的一个主要目的是为了较高效率地得到系统性能指标  $J$  关于  $\theta$  的灵敏度  $\partial J / \partial \theta$ , 其基本思想就是通过仿真方法获得一条标称样本轨迹, 然后在此标称样本轨迹中引入“虚摄动”, 通过观察该摄动在标称样本轨迹的传播, 构造出“摄动样本”轨迹, 最后根据标称样本轨迹和摄动样本轨迹计算出  $P(J)$  以及  $\partial J / \partial \theta$ 。其实质是基于计算机实验的仿真方法和基于排队网络理论的分析方法的创造性的结合。

摄动产生、摄动传播和灵敏度分析是 PA 的三个基本环节, 任何 PA 都是由这三个基本环节构成的。