



普通高等教育“十二五”创新型规划教材

XINHAO YU XIANXING XITONG FENXI

信号与线性系统分析

何继爱 主编

- **新**: 新思路、新领域、新技术、新变革
- **活**: 模块化、立体化、可扩展
- **精**: 精品、精心、精致

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

信号与线性系统分析

主 编 何继爱

副主编 蔺 莹 张玺君 郑玉峰

内 容 简 介

本书系统介绍信号与线性时不变系统的基本概念、基本原理和分析方法。全书共 6 章, 内容主要包括: 信号与系统概论、信号与线性时不变系统的时域分析、信号与系统的频域分析、连续信号与系统的复频域分析、Z 变换与系统的复频域分析、系统的状态变量分析法。为了便于信号与系统的分析, 书中还介绍了 MATLAB 仿真软件及典型应用实例。

本书将“连续时间信号与系统”和“离散时间信号与系统”融为一体, 注重知识结构的对称性和统一性。内容按先输入—输出法后状态变量法, 先时域法后频域法与变换域法, 先信号分析后系统分析的顺序, 同时充分利用连续、离散信号与系统的对偶或类比关系, 并结合电子与通信系统中的一般问题, 较全面地介绍信号与线性系统的基本分析方法, 体现了课程内容的基础性要求和应用性的特点。

本书可作为高等院校信息与通信工程、自动化、计算机科学与技术等理工科专业的本科生教材, 也可供相关专业技术人员阅读参考。

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

信号与线性系统分析/何继爱主编. —北京: 北京理工大学出版社, 2014. 8

ISBN 978-7-5640-9025-8

I. ①信… II. ①何… III. ①信号系统-系统分析②线性系统-系统分析
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 056856 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)
82562903 (教材售后服务热线)
68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京地质印刷厂

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 18

字 数 / 415 千字

版 次 / 2014 年 8 月第 1 版 2014 年 8 月第 1 次印刷

定 价 / 38.00 元

责任编辑 / 陈莉华

文案编辑 / 陈莉华

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

Foreword 前言

Foreword

信息科学与技术的发展已极大地影响着社会的经济和人们的生活。信号是信息的载体，系统是信息处理的手段。信息的获取、传输、存储、处理等的基本理论、相关技术和方法是信息科技工作者必备的知识。因此，掌握信号与系统的知识对通信工程、电子信息类等专业的学生是至关重要的。为此，编者积极吸收国内外教研成果，在研究国内外同类教材的基础上，结合多年的教学经验，组织编写了本教材。本书的基本构思如下：

(1) 在体系上，以信号特征分解这条主线，形成信号分析和系统分析的基本构架，即任何实际信号都可以分解成一系列基本特征信号的线性组合；线性时不变系统对任意输入信号的响应都可以看成是系统对基本特征信号分量分别作用时响应的叠加；不同的信号分解方式导致不同的信号和系统分析方法，即时域、频域、复频域（ s 域、 z 域）分析方法。从中可以看出信号分析是信号处理和系统分析的基础，掌握信号分析的方法可以较好地实现信号、系统的有机结合，基本原理、分析方法和实际应用的有机结合；在本书中，将连续时间信号与系统、离散时间信号与系统并行介绍，大大节省了介绍这两种相似内容所需的时间和篇幅，并且可使读者通过比较这两种信号与系统不至于引起混淆，加深对相关概念的理解。

(2) 在内容上，体现经典理论与现代方法相结合、基本理论与工程技术相结合、解析方法与计算机辅助手段相结合的特点，突出理论与方法中所蕴含的数学概念、物理概念和工程概念，体现基础性、先进性和实用性。书中还介绍了信号与系统分析的 MATLAB 仿真软件的使用法，将“理论联系实际”的思想融入教材中，对教材的体系和内容进行了科学的组织，体现了教材不仅是人类知识的载体，也是人类思维方法和认知过程的载体，符合认知规律。

本书的主要特点强调基本概念、基础理论和基本方法的阐述，将“离散时间信号与系统”和“连续时间信号与系统”融为一体，注重知识结构的对称性和统一性，注意理论与实际的紧密结合，突出重点，分散难点。

本书第 1、3 章由何继爱老师编写，第 4 章由蔺莹老师编写，第 5 章由张玺君老师编写，第 2、6 章由郑玉峰老师编写，最后由何继爱老师对教材进行统稿。在本书编写过程中，兰州理工大学教务处、北京理工大学出版社的同仁给予了大力支持和帮助，责任编辑付出了辛勤的劳动和汗水，在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，本书在内容取材、体系安排、文字表述等方面必有不妥甚至错误，希望读者不吝赐教。

作 者

2013 年 9 月于兰州理工大学

Contents 目录

Contents

第 1 章 信号与系统概论	1
1.1 信号的基本概念	1
1.1.1 信号的定义与描述	1
1.1.2 信号的分类	2
1.2 常见的基本信号	6
1.2.1 直流信号	6
1.2.2 正弦信号	6
1.2.3 指数信号	7
1.2.4 抽样信号	10
1.2.5 奇异信号	10
1.3 信号的基本运算	14
1.3.1 信号的相加与相乘	14
1.3.2 连续信号的积分与微分	15
1.3.3 离散时间信号的差分 and 累加	16
1.3.4 信号的反褶、平移和压扩	16
1.4 系统的概念与特性	19
1.4.1 系统的定义	19
1.4.2 系统的描述	20
1.4.3 系统特性	21
1.5 线性时不变系统	23
1.5.1 线性时不变系统数学描述及其特性	23
1.5.2 系统的方框图和流图表示	25
1.6 信号与线性时不变系统分析方法概述	25
1.7 MATLAB 实现信号运算与尺度变换	26
本章小结	28
习题	28
第 2 章 信号与线性时不变系统的时域分析	31
2.1 确定信号的时域分解	31
2.1.1 信号分解为直流分量和交流分量	31
2.1.2 信号分解为实部分量和虚部分量	32
2.1.3 信号分解为共轭对称和共轭反对称	32

2.1.4 信号分解成冲激函数之和	33
2.1.5 信号正交分解	34
2.2 信号的相关分析	37
2.2.1 信号的相关函数	37
2.2.2 相关函数的性质	38
2.3 线性时不变系统微分(差分)方程分析	39
2.3.1 微分(差分)方程的经典解法	39
2.3.2 微分(差分)方程的零输入零状态响应	43
2.4 线性时不变系统的冲激响应分析	44
2.4.1 连续线性时不变系统的单位冲激响应	44
2.4.2 离散线性时不变系统的单位脉冲响应	47
2.4.3 线性时不变系统的阶跃响应	47
2.5 线性时不变系统响应的卷积表示及卷积计算	48
2.5.1 离散时间 LTI 系统的卷积和表示	48
2.5.2 卷积和的计算	49
2.5.3 连续时间 LTI 系统的卷积积分表示	52
2.5.4 卷积积分的计算	53
2.5.5 卷积的性质	55
2.6 冲激响应描述 LTI 系统的性质	61
2.7 MATLAB 实现信号与系统的时域分析	63
2.7.1 MATLAB 实现信号的卷积和相关	63
2.7.2 MATLAB 求 LTI 系统的零状态响应	64
本章小结	66
习题	66

第3章 信号与系统的频域分析 70

3.1 连续时间周期信号的傅里叶级数及其频谱	70
3.1.1 周期信号的傅里叶三角级数展开式	70
3.1.2 周期信号的傅里叶复指数函数展开式	72
3.1.3 连续周期信号的频谱和功率谱	74
3.1.4 吉伯斯(Gibbs)现象与有限项傅里叶级数	78
3.2 连续时间非周期信号频谱——傅里叶变换	79
3.2.1 从傅里叶级数到傅里叶变换	79
3.2.2 常见基本信号的频谱	81
3.3 连续时间傅里叶变换的性质	86
3.3.1 线性	86
3.3.2 (共轭)对称性	87
3.3.3 对偶性	88
3.3.4 尺度变换	89

3.3.5 时移性	91
3.3.6 频移性	91
3.3.7 卷积定理	92
3.3.8 时域微分/积分性	94
3.3.9 频域微分和积分	96
3.3.10 帕塞瓦尔定理	97
3.4 周期信号的(广义)傅里叶变换	98
3.4.1 周期信号的傅里叶变换	98
3.4.2 傅里叶级数系数与傅里叶变换	100
3.5 信号采样与采样信号的傅里叶变换	102
3.5.1 时域采样	102
3.5.2 频域采样	105
3.5.3 采样定理与信号恢复	106
3.6 离散时间信号傅里叶分析	109
3.6.1 离散周期信号的傅里叶级数(DFS)	109
3.6.2 离散时间的傅里叶变换(DTFT)	110
3.6.3 离散傅里叶变换(DFT)	113
3.6.4 四种傅里叶分析方法及其关系	116
3.6.5 确定信号谱的分类	117
3.7 LTI系统的频域分析	118
3.7.1 连续时间系统的频率响应	118
3.7.2 无失真传输系统	122
3.7.3 理想低通滤波器	123
3.7.4 离散时间系统频率响应与理想滤波器	127
3.8 MATLAB实现信号与系统的频域分析	128
3.8.1 MATLAB实现信号的频域分析	128
3.8.2 MATLAB的系统频域响应分析	129
本章小结	131
习题	131
第4章 连续信号与系统的复频域分析	136
4.1 拉普拉斯变换	136
4.1.1 拉普拉斯变换的定义	137
4.1.2 收敛域	138
4.1.3 单边拉普拉斯变换	140
4.2 拉普拉斯变换的性质	143
4.2.1 线性	143
4.2.2 尺度变换	143
4.2.3 时移特性	144

4.2.4	复频移特性	145
4.2.5	卷积定理	146
4.2.6	时域微分和积分	148
4.2.7	s 域的微分和积分	152
4.2.8	初值定理和终值定理	153
4.3	拉普拉斯逆变换	156
4.3.1	查表法	156
4.3.2	部分分式展开法	158
4.3.3	留数法	162
4.4	连续 LTI 系统的复频域分析	164
4.4.1	微分方程的复频域求解	164
4.4.2	系统函数	166
4.4.3	电路系统的 s 域模型	169
4.5	连续时间系统的表示与模拟	175
4.5.1	系统框图	175
4.5.2	连续系统的信号流图表示	180
4.6	拉普拉斯变换与傅里叶变换	184
4.7	系统函数与系统特性	186
4.7.1	系统函数的零点和极点	186
4.7.2	系统函数与时域响应	187
4.7.3	系统函数与频域特性	189
4.7.4	系统的稳定性及判定准则	194
4.8	MATLAB 实现连续时间信号与系统复频域分析	198
4.8.1	连续时间信号的拉普拉斯变换与逆变换	198
4.8.2	$H(s)$ 的零极点与系统特性的 MATLAB 计算	199
本章小结		201
习题		201
第 5 章 Z 变换与系统的复频域分析		207
5.1	Z 变换	207
5.1.1	Z 变换的定义	207
5.1.2	Z 变换的收敛域	208
5.2	Z 反变换	213
5.2.1	留数法	214
5.2.2	部分分式展开法	216
5.2.3	幂级数展开法	218
5.3	Z 变换的性质	220
5.3.1	线性	220
5.3.2	序列移位	220

5.3.3 z 域尺度变换	221
5.3.4 z 域微分	222
5.3.5 复序列的共轭	222
5.3.6 时域折叠性	223
5.3.7 初值定理	223
5.3.8 终值定理	223
5.3.9 时域卷积定理	224
5.3.10 复卷积定理	225
5.3.11 帕塞瓦尔 (Parseval) 定理	227
5.4 离散时间 LTI 系统响应的 z 域分析	229
5.5 系统函数和系统特性	232
5.5.1 系统函数的零点和极点	232
5.5.2 系统函数与时域响应	233
5.5.3 系统函数与频域响应	234
5.5.4 系统的稳定性	236
5.6 系统模拟	238
5.6.1 级联形式	239
5.6.2 并联形式	239
5.7 MATLAB 实现信号与系统的 z 域分析	241
5.7.1 离散时间信号的 Z 变换与逆 Z 变换	241
5.7.2 离散系统的频率特性	242
本章小结	244
习题	244
第 6 章 系统的状态变量分析法	248
6.1 状态变量与状态方程	248
6.2 连续时间系统状态方程的建立	250
6.2.1 由电路图直接列写状态方程	251
6.2.2 由系统的输入—输出方程或模拟框图列写状态方程	252
6.3 连续时间系统状态方程的求解	254
6.3.1 状态方程的复频域求解	254
6.3.2 状态方程的时域求解	257
6.4 离散时间系统状态方程的建立	259
6.4.1 状态方程的一般形式	259
6.4.2 由系统的差分方程或模拟框图列写状态方程	260
6.5 离散时间系统状态方程的求解	261
6.5.1 离散时间系统状态方程的时域求解	261
6.5.2 离散时间系统状态方程的 z 域求解	262
6.6 MATLAB 实现系统的状态变量分析	265

6.6.1 系统状态方程的 MATLAB 实现	265
6.6.2 连续时间系统状态方程和输出方程求解的 MATLAB 实现	266
6.6.3 离散时间系统状态方程和输出方程求解的 MATLAB 实现	268
本章小结	270
习题	270
参考文献	276

第 1 章

信号与系统

信号与系统概论

信号与系统的基本概念和分析方法已应用于许多不同领域与学科中，尤其是数字计算机的出现和大规模集成技术的高度发展，有力推动了信号处理技术的发展和應用。本章主要介绍信号与系统的基本概念、描述与分类方式，一些常用的基本信号及信号的运算，重点是线性时不变时间系统，掌握如何判断某系统是否为 LTI (Linear Time Invariant) 系统，判断系统的稳定性、因果性，以使读者对信号与系统和本课程的基本内容建立一个轮廓，为后续章节学习奠定基础。

1.1 信号的基本概念

1.1.1 信号的定义与描述

1. 信号的定义

人类使用信号，并认识到其重要性，已有悠久的历史。早在公元前，古希腊人就用烽火“信号”传递情报。在我国，烽火台是古代传递信息（战情、敌情）最快最有效的军事建筑。当今社会已进入信息时代，人们每天都接触到各种各样载有信息的信号形式，如接收的广播、电视信号、电话传送的声音信号，交通灯信号等。信息是人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的抽象内容，它存在于一切事物之中，并伴随着事物的变化和运动而产生；也就是说，信息是指从客观世界获得的新知识或者对客观事物发出的新要求，它是变化的，不可预知的。由于信息是抽象的内容，为了传送、交换和使用它，必须用某种物理方法将其表达出来。这种表达可以用语言、文字、图像、数据和符号来实现。人们称表示信息的语言、文字、图像和数据等为消息。一般而言，消息不便于高效率、高可靠性地远距离传递，因此，需要用光、声、电等物理量来运载，运载消息的光、声、电等物理量被称为信号。广而言之，古代使用的“信号”可以理解或定义为“为了警告、命令或报信而专门发出的，为人们的视觉或听觉能够感知的符号、暗号或告示”。然而，在现代科学与技术中，信号往往与系统联系在一起，定义为传送物理系统的状态或特性相关的信息。在各种信号中，目前电信号是应用最广泛的一类信号，因为它容易产生、传输和控制，也容易实现与其他物理量的相互转换。

2. 信号的描述

信号是承载信息的工具，可以描述范围极广泛的物理现象，为了对不同种类和形式的信号进行分析处理，必须了解信号的描述。信号的描述方式常有以下几种：

物理上信号是信息的载体，是信息的一种表现形式，信号所包含的信息总是寄寓在某种

变化形式的波形之中，如图 1.1.1 所示是一幅黑白照片，这时整个照片上各点亮度的变化波形才是信号传达的信息。例如，交通信号灯，它传递的信息是“红灯停，绿灯行”。

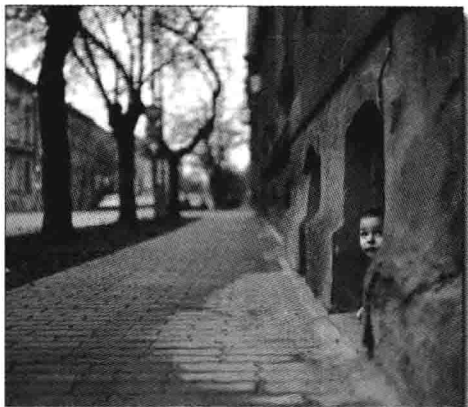


图 1.1.1 一幅黑白照片

信号在数学上可以表示成一个或多个自变量的函数关系。信号的自变量，可以是时间变量，也可以是空间或其他变量（如周期、频率、幅度、相位、高度、深度、位移或其他统计分布的坐标变量），其中以时间为自变量的信号最为常见。例如由语音转换得到的电信号，信号发生器产生的正弦波、方波等信号都是一个独立变量时间 t 的振幅函数 $f(t)$ ；一副静止的黑白图像，由位于平面不同位置呈现不同亮度（或灰度）的像点组成，是两个独立变量的函数 $I(x, y)$ ；而活动的黑白图像，像点的亮度还随时间 t 变化，是三个独立变量的函数 $I(x, y, t)$ 。除了可以用解析式描述外，还可以用图（波）形或统计数据表格来描述。

通常，信号从时域和频域两方面来描述其特性。信号的时域特性是指信号出现的先后、持续时间的长短、随时间变化的快慢和大小、重复周期的大小等。信号的时间特性直观、显见，比较符合人们的认识习惯，是信号的一种重要属性。将一个信号所包含的频率分量的幅度和相位分别按频率的高低依次排列就成为信号的频谱。信号的频谱是信号的频率表示，它集中反映了信号的频率特性。例如轮船的汽笛声与火车的汽笛声不同，就是因为这两种声音所包含的频率成分不一样。另外，任何信息传输过程中都必然伴随着一定的能量传输，所以信号还具有能量属性。

1.1.2 信号的分类

物理世界充满信号，即作为时间、空间或其他独立变量的函数变化的物理量。虽然在不同应用中产生的物理特性可能有很大差别，但一些信号也具有某些基本共性。这些性质将信号分类，以便使进一步分析成为可能。因此，对其进行分类研究是非常必要的。信号分类主要是根据信号的独立变量和因变量特征进行划分的，其分类如图 1.1.2 所示。

1. 确定性信号与随机信号

按确定性规律变化的信号称为确定性信号。确定性信号的变化规律可以用数学关系式或图表明确地表示出来，在相同的条件下能够重现。因此，只要掌握了变化规律，就能预测它的未来。例如，集中参数的单自由度振动系统产生的信号，它可以用正弦函数来描述。

随机信号是非确定性信号，不遵循任何确定性变化规律。随机信号不能用确定的数学关

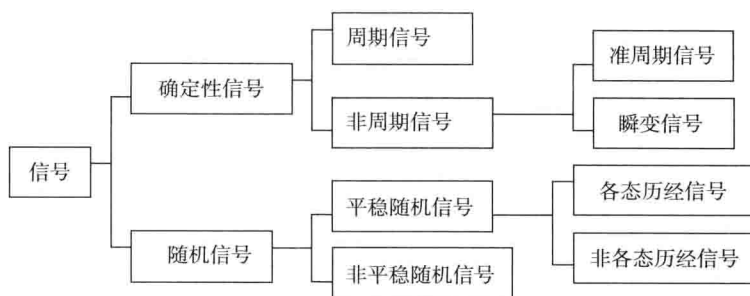


图 1.1.2 信号的分类

式来描述,也不能预测它未来任何瞬时的精确值,任一次观测值只代表在其变动范围中可能产生的结果之一。对这种随机现象,就单次观测来看似无规则可循,但从大量重复观测的总体结果考察,却呈现出一定的统计规律性。如人的体温和心电图信号。

在实践中,判断信号究竟是确定性的,还是随机的,通常以实验能否重复产生这些信号为依据。如果一个物理过程重复多次能得到误差允许的相同结果,则可认为该信号为确定性的,否则就是随机性的。从常识上讲,由于确定信号不包含任何新的信息,并且在信号的转换和传输过程中不可避免地受到各种噪声和干扰的影响,因此实际问题中的信号都属于随机信号。虽然随机信号以不可预见的方式演化,但它们的平均特性经常可以假定为确定的;就是说可以用明确的数学方程来表示。为此,本书只研究确定信号,因为作为理论上的抽象,应首先研究确定信号,在此基础上根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。

2. 连续信号与离散信号

各种信号在数学上可以表示为一个或几个独立变量的函数。根据独立自变量取值的特点可将信号分为连续信号和离散信号。如果在所讨论的独立变量的定义域内的任意值(除若干不连续点之外),都可以给出确定的函数值,此信号就称连续信号。例如电话线上传输的语音信号,温度传感器连续测量到的温度曲线。如果信号的自变量定义域是离散的,它只在某些不连续的指定变量处具有函数值,这种信号是离散信号。如图 1.1.3 所示为连续与离散信号情况。

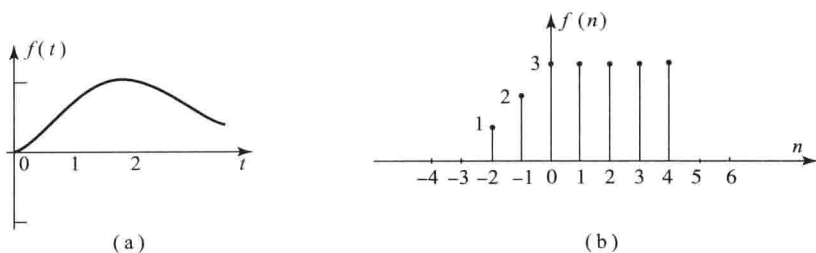


图 1.1.3 连续信号与离散信号

(a) 连续信号; (b) 离散信号

设独立变量是一个时间变量 t , 通常将时间和幅值均为连续的信号又称为模拟信号, 时间和幅值均为离散的信号则谓之数字信号。通常对连续信号与模拟信号、离散信号与数字信号不作严格区分。但习惯上, 连续信号与离散信号相对应, 模拟信号与数字信号相对应。

3. 周期信号与非周期信号

1) 周期信号

周期信号是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 区间, 每隔一定的时间 T (或整数 N), 按相同的规律重复变化的信号, 即是一种周期性重复出现的信号。

连续周期信号可以表示为:

$$f(t) = f(t + mT), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1.1a)$$

离散周期信号可表示为:

$$f(n) = f(n + mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1.1b)$$

满足以上关系式的最小 T (或 N) 值称为该信号的重复周期, 简称周期。由于周期信号是每隔一定的时间间隔 T , 按相同规律重复变化的信号, 因此, 它在一个周期内的特性可表征全时间域的特性, 即只要给出周期信号在任一个周期内的函数式或波形, 就可以知道该信号在任一时刻的函数值, 图 1.1.4 所示为两种周期信号。

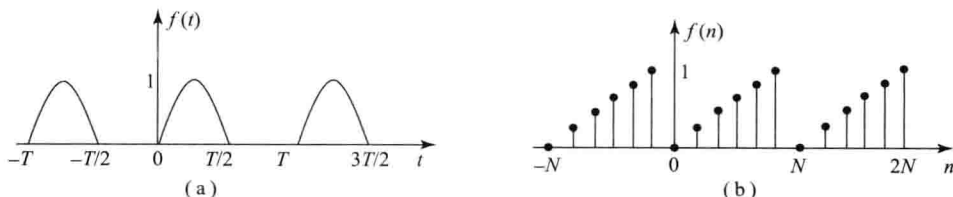


图 1.1.4 周期信号

(a) 连续周期信号; (b) 离散周期信号

2) 非周期信号

凡能用明确的数学关系式描述而无周期性的信号统称为非周期信号, 它包括准周期信号及瞬变信号。

周期信号是由一系列频率是基频整数倍的谐波分量所组成, 其频率比是有理数。如果一个信号是由有限个正、余弦信号所组成, 但各个分量之间的频率比不是有理数关系, 也就找不到共同的重复周期, 则该信号为非周期信号。由于这类信号仍具有离散谱的特点, 通常称为准周期信号。如:

$$f(t) = \cos \omega_0 t + \cos \sqrt{3} \omega_0 t \quad (1.1.2)$$

除准周期信号之外, 属于非周期信号的还有瞬变信号。例如, 图 1.1.5 (a) 所示为热源消除后物体温度 T 的变化曲线。它为一个典型的指数衰减函数:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \beta e^{-\beta t} & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.1.3)$$

图 1.1.5 (b) 为激振力解除后, 有阻尼振荡系统的自由衰减振动曲线, 为一典型的指数衰减振荡信号:

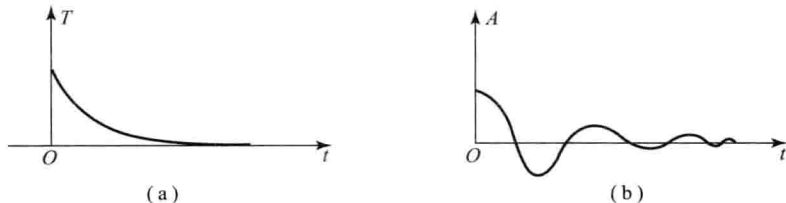


图 1.1.5 瞬变信号

(a) 指数衰减信号; (b) 衰减振荡信号

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ae^{-\alpha t} \cos \omega t & t \geq 0 \quad (\alpha > 0) \end{cases} \quad (1.1.4)$$

瞬变信号的特点是：函数沿时间变量 t 是收敛的。

4. 能量信号与功率信号

连续时间信号在 $[t_1, t_2]$ 区间的能量定义为：

$$E = \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt \quad (1.1.5)$$

可以把信号 $f(t)$ 看作是加在单位电阻上的电流，则在时间 $t_1 < t < t_2$ 内单位电阻所消耗的信号能量为 E 。

连续时间信号在 $[t_1, t_2]$ 区间的平均功率定义为：

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt \quad (1.1.6)$$

离散时间信号在 $[n_1, n_2]$ 区间的能量定义为：

$$E = \sum_{n=n_1}^{n=n_2} |f(n)|^2 \quad (1.1.7)$$

离散时间信号在 $[n_1, n_2]$ 区间的平均功率定义为：

$$P = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n=n_2} |f(n)|^2 \quad (1.1.8)$$

关于在无限区间内的平均功率可定义为：

$$P_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |f(t)|^2 dt \quad (1.1.9a)$$

$$P_f = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{n=N} |f(n)|^2 \quad (1.1.9b)$$

无限区间的能量定义为：

$$E_f = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{T} |f(t)|^2 dt \quad (1.1.10a)$$

$$E_f = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^{n=N} |f(n)|^2 \quad (1.1.10b)$$

能量有限的信号，即 $0 < E_f < \infty$ ，称为能量信号。功率有限的信号，即 $0 < P_f < \infty$ ，称为功率信号。显然，能量信号有零功率，功率信号有无限能量。仅在有限时间区间内不为零的信号是能量信号，如单个矩形脉冲信号等。客观存在的信号大多是持续时间有限的能量信号。幅度有限的周期信号、随机信号等属于功率信号。

一个信号可以既不是能量信号，也不是功率信号，但不可能既是能量信号又是功率信号，例如 $f(t) = t$ 。

例 1.1.1 判断下列信号哪些属于能量信号，哪些属于功率信号。

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \begin{cases} A & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \\ x_2(t) &= A \cos(\omega_0 t + \theta), \quad \infty < t < +\infty \\ x_3(t) &= \begin{cases} t^{-1/4} & t \geq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned}$$

解: 根据式 (1.1.9) 及式 (1.1.10), 上述三个信号的 E 、 P 分别可计算如下:

$$E_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^1 A^2 dt = A^2 \quad P_1 = 0$$

$$E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \infty \quad P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_{-T}^T \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt = \frac{A^2}{2}$$

$$E_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T t^{-1/2} dt = \infty \quad P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_1^T t^{-1/2} dt = 0$$

因此, $x_1(t)$ 为能量信号; $x_2(t)$ 为功率信号; $x_3(t)$ 既非能量信号又非功率信号。

1.2 常见的基本信号

本节介绍一些常见的基本信号, 这些信号在工程实际与理论研究中具有重要的意义, 它们不仅是自然界中常见的, 而且是构建其他信号的基本单元信号。在信号分析与处理中, 为了便于揭露各种信号通过系统的物理本质, 并充分发挥各种分析方法的作用, 常将实际信号分解成各类基本信号。例如, 在后面各章中, 我们将会看到, 处理时域问题时, 经常用冲激信号或阶跃信号; 处理频域问题时, 用正弦或复指数信号作为基本信号。

1.2.1 直流信号

直流信号定义为:

$$f(t) = C, \quad -\infty < t < +\infty \quad (1.2.1)$$

式中, C 为实常数。直流信号也称为常量信号, 它是非时限的信号。当 $C=1$ 时称为单位直流信号。

1.2.2 正弦信号

1. 连续时间正弦信号

由于正弦函数和余弦函数二者在相位上相差 $\pi/2$, 在本书中统称正弦信号。正弦信号是频率成分最为单一的一种信号, 因这种信号的波形是数学上的正弦曲线而得名。任何复杂信号都可以分解为正弦信号的叠加。一个正弦信号可表示为:

$$f(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1.2.2)$$

式中, A 为振幅; ω_0 为模拟角频率 (简称角频率), 单位为弧度/秒 (rad/s); t 是连续时间, 单位为秒; φ 为初始相角, 单位为弧度 (rad)。

连续正弦信号是周期信号, 其基波周期 T_0 、基波频率 f_0 和角频率 ω_0 之间的关系为 $T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$; 当基波周期 $T_0 \rightarrow \infty$, 角频率 $\omega_0 \rightarrow 0$ 时, $f(t) = C$ 称为直流信号。

连续时间正弦信号是应用十分广泛的基本信号, 它是最简单的声波、光波、机械波、电波等物理现象的数学抽象。例如, 振荡电路输出的正弦波, 机械系统中的简谐振动等, 均可认为是正弦信号。

正弦信号的性质:

(1) 两个同频率的正弦信号相加, 虽然它们的振幅与相位各不相同, 但相加的结果仍然是原频率的正弦信号。

(2) 如果有一个正弦信号的频率 f_1 等于另一个正弦信号频率 f_0 的整数倍, 即 $f_1 =$

nf_0 , 则其合成信号是非正弦周期信号, 其周期等于基波 (上面那个频率为 f_0 的正弦信号就称作基波) 的周期 $T_0=1/f_0$, 也就是说合成信号是频率与基波相同的非正弦信号。

(3) 正弦信号对时间的微分与积分仍然是同频率的正弦信号。

以上这些特点给运算带来了许多方便, 因而正弦信号在实际中作为典型信号或测试信号而获得广泛应用。

2. 离散时间正弦信号

离散时间正弦信号又称正弦序列, 其定义为:

$$f(n) = A \cos(\Omega_0 n + \Phi) \quad (1.2.3)$$

式中, Ω_0 是正弦序列的数字频率, 单位是弧度 (rad), 它反映序列变化的速率, 或者说表示相邻两序列值之间变化的弧度数。注意: 连续中的 ωt 和数字中的 Ωn 的单位都是 rad。

如果 $f(n) = A \cos(\Omega_0 n + \Phi)$ 具有周期性, 则有: $\cos(\Omega_0 n) = \cos[\Omega_0 (n+N)]$, N 为正整数; 于是有: $\Omega_0 N = 2\pi m$, m 为整数; 即 $\Omega_0/2\pi = m/N$ 。可见, 只有当 $\Omega_0/2\pi$ 为有理数时, $f(n) = A \cos(\Omega_0 n + \Phi)$ 才是周期信号。

往往人们对正弦序列感觉是周期的, 对此可解释为: 离散时间信号可以看为从连续时间信号等间隔抽样的样本, 对同一个连续时间信号抽样用不同的抽样间隔得到不同的序列。但是离散化后的正弦序列它并不一定是一个周期信号, 由于人眼的内插效应使我们被其表象所迷惑, 而有可能误以为是一个周期信号, 同时也说明了在某种程度上人眼是一个滤波器。所以, 对周期性连续时间信号等间隔抽样, 得到的序列可能是周期的, 也可能不是周期的, 当基波周期与抽样间隔满足 T/T_s 是有理数时, 对周期性连续时间信号等间隔抽样, 得到的序列才具有周期性。

1.2.3 指数信号

1. 连续时间复指数信号

连续时间复指数信号具有如下的形式:

$$f(t) = K e^{st}, \quad -\infty < t < +\infty \quad (1.2.4)$$

式中, 复变量 $s = \sigma + j\omega$, σ 是 s 的实部, 记作 $\text{Re}[s]$, ω 是 s 的虚部, 记作 $\text{Im}[s]$; K 可以是实数或复数, 当其为复数时称为复振幅, 表示为

$$K = |K| e^{j\phi} \quad (1.2.5)$$

根据欧拉公式, 式 (1.2.4) 可展开为:

$$f(t) = |K| e^{j\phi} e^{(\sigma + j\omega)t} = |K| e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi) + j |K| e^{\sigma t} \sin(\omega t + \phi) \quad (1.2.6)$$

可见, 一个复指数信号可分解为实部和虚部两部分, 即:

$$\begin{cases} \text{Re}[f(t)] = |K| e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi) \\ \text{Im}[f(t)] = |K| e^{\sigma t} \sin(\omega t + \phi) \end{cases} \quad (1.2.7)$$

1) 当 $\omega=0$, K 是实数时, $f(t)$ 为实指数信号

若 σ 是正实数, 那么 $f(t)$ 随 t 的增加而呈指数增长。这种类型的信号可以用来描述原子弹爆炸或复杂化学反应中的连锁反应等很多不同的物理过程。若 σ 是负数, 则 $f(t)$ 随 t 的增加而呈指数衰减。这种类型的信号可以用来描述诸如放射性衰变、RC 电路以及有阻尼的机械系统的响应等范围广泛的各种现象。信号的衰减或增长速度用实指数信号的时间常数 $\tau (\tau=1/\sigma)$ 来表示。如图 1.2.1 所示, 当 $\tau=1$ 时, 信号会衰减为原来的 $e^{-1}=0.368$ 倍。