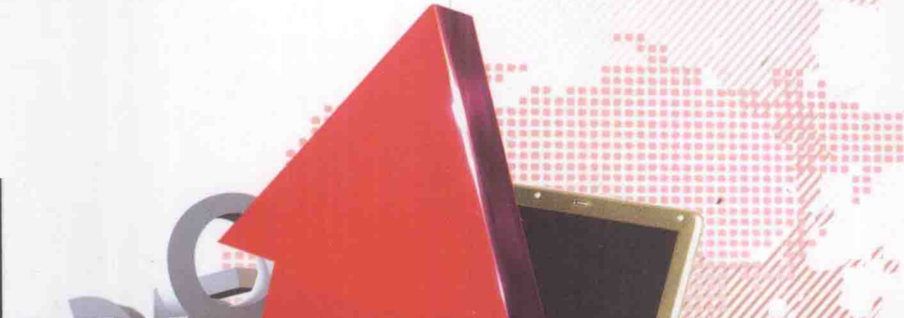
高职高专经济、管理类专业“十二五”规划教材

经济数学

主编 / 曾平英

JINGJISHUXUE



中南大學出版社
www.csupress.com.cn

高职高专经济、管理类专业“十二五”规划教材

经济数学

JINGJISHUXUE

主　编　曾平英
副主编　蒋科新　邓积银

中南大学出版社
www.csupress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/曾平英主编. —长沙:中南大学出版社,2011
ISBN 978-7-5487-0331-0

Ⅰ.经...　Ⅱ.曾...　Ⅲ.经济数学-高等职业教育-教材
Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 135449 号

经济数学

曾平英　主编

□**责任编辑**　谢贵良
□**责任印制**　周　颖
□**出版发行**　中南大学出版社
社址:长沙市麓山南路　　邮编:410083
发行科电话:0731-88876770　　传真:0731-88710482
□**印　　装**　长沙市宏发印刷厂

□**开　　本**　787×1092　1/16　□**印张** 9　□**字数** 223 千字　□**插页**
□**版　　次**　2011 年 8 月第 1 版　□2011 年 8 月第 1 次印刷
□**书　　号**　ISBN 978-7-5487-0331-0
□**定　　价**　18.00 元

高职高专经济、管理类专业“十二五”规划教材编委会

前　言

高职高专教育作为我国高等教育的重要组成部分，承担着培养高素质、高技能人才的重任。本书是按照高职高专人才培养方案以及教学大纲的要求，为适应高职高专院校财经管理类学生技能和文化素质的需求而编写的的教材。

根据财经管理类专业的特点，本书在编写过程中以必需、够用为原则，对教学内容进行精选。编排上注意温故知新，循序渐进，通俗易懂，并结合财经管理类专业学习中得到广泛应用的基础知识，选取相当数量的具有实用价值的例题和习题，以激发学生的学习兴趣，提高学生的学习能力和解决实际问题的能力。

全书内容共分为四个部分，第一部分是微积分初步，主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分和定积分。第二部分是线性代数初步，主要内容包括行列式、矩阵和线性方程组。第三部分是概率初步，主要内容包括随机事件及其概率、随机变量的分布函数和随机变量的数字特征。第四部分是资金时间价值的计算方法.每章后面配有习题，以备巩固和练习之用。

本书由曾平英任主编，蒋科新、邓积银任副主编.其中第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章由蒋科新编写、第 6 章、第 7 章、第 8 章、由曾平英编写，第 9、，第 10 章、第 11 章由邓积银编写。

本书在编写过程中参考了有关文献，在此向参考文献的作者表示衷心的感谢。同时，向给予大力支持和帮助的中南大学出版社、南宁职业技术学院的领导和同志们表示由衷的谢意。

由于时间的仓促，更限于编者的水平，书中难免有错误和不妥之处，恳请读者、专家批评指正。

编者

2011 年 6 月

目 录

第一章　函数

学习目标：

1. 了解反三角函数和几个常用经济函数.
2. 理解有界函数、复合函数和初等函数的概念.
3. 会用降幂公式、积化和差公式、和差化积公式.

函数是微积分的主要研究对象.本章主要介绍在中学数学中未深入学习但在微积分中十分重要的函数内容.首先复习高中已学过的几组三角公式，然后介绍函数的有界性、反三角函数以及初等函数的概念和内容，最后介绍几个常用的经济函数.本章是我们学过知识内容的复习和必要补充.

第一节　中学函数知识复习与拓展

一、几个重要的三角函数公式

1. 降幂公式

$$\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$$

2. 积化和差公式

$$\sin x\cos y=\frac{1}{2}[\sin(x+y)+\sin(x-y)]$$

$$\cos x\sin y=\frac{1}{2}[\sin(x+y)-\sin(x-y)]$$

$$\cos x\cos y=\frac{1}{2}[\cos(x+y)+\cos(x-y)]$$

$$\sin x\sin y=-\frac{1}{2}[\cos(x+y)-\cos(x-y)]$$

3. 和差化积公式

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

二、函数的有界性

在中学数学中我们已经知道，对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $|\sin x|\leqslant 1$，我们说函数 $y=\sin x$ 是有界函数.

一般的，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在 $M>0$，对任意 $x\in D$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称 $y=f(x)$ 是有界函数，正数 M 称为函数 $y=f(x)$ 的一个界. 显然，有界函数的界是不唯一的.

例 1 证明函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ 是有界函数.

证明 $\because$ 当 $x\neq 0$ 时，$|f(x)|=\left|\dfrac{x}{1+x^2}\right|=\dfrac{|x|}{1+x^2}\leqslant\dfrac{|x|}{2|x|}=\dfrac{1}{2}$，又 $f(0)=0$，

$\therefore$ $f(x)$ 是有界函数.

三、反三角函数

1. 反正弦函数

函数 $y=\sin x\left(x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]\right)$ 的反函数称为反正弦函数，记作 $y=\arcsin x$.

函数 $y=\arcsin x$ 的定义域是 $[-1,1]$，值域是 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，在定义域上是奇函数和增函数，图像如图 1－1 所示.

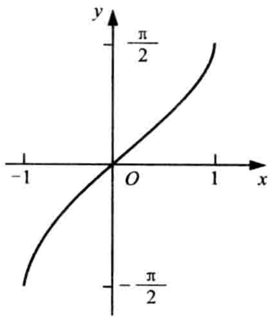


图 1－1

例 2 求下列反三角函数值：

(1) $\arcsin 0$； (2) $\arcsin(-1)$；

(3) $\arcsin\dfrac{1}{2}$； (4) $\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

解：(1) $\because$ $\sin 0=0$，且 $0\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，

$\therefore$ $\arcsin 0=0$.

(2) $\because$ $\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-1$，且 $-\dfrac{\pi}{2}\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，

$\therefore$ $\arcsin(-1)=-\dfrac{\pi}{2}$.

(3) $\because$ $\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{2}$，且 $\dfrac{\pi}{6}\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，

$\therefore$ $\arcsin\dfrac{1}{2}=\dfrac{\pi}{6}$.

(4) $\because$ $\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且 $-\dfrac{\pi}{4}\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，

$\therefore\ \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\pi}{4}$.

2. 反余弦函数

函数 $y=\cos x\,(x\in[0,\pi])$ 的反函数称为反余弦函数，记作 $y=\arccos x$，它的定义域是 $[-1,1]$，值域是 $[0,\pi]$，图像如图 1－2 所示.

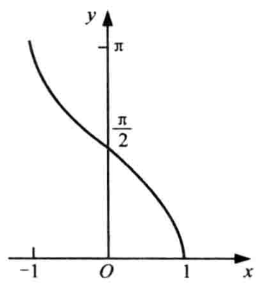


图 1－2

3. 反正切函数

函数 $y=\tan x\left(x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 的反函数称为反正切函数，记作 $y=\arctan x$，它的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，值域是 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，图像如图 1－3 所示.

4. 反余切函数

函数 $y=\cot x\,(x\in(0,\pi))$ 的反函数称为反余切函数，记作 $y=\operatorname{arccot} x$，它的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，值域是 $(0,\pi)$，图像如图 1－4 所示.

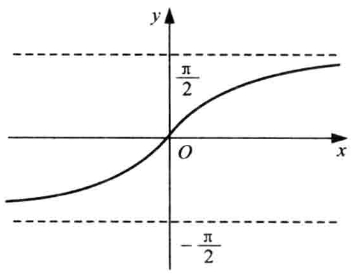


图 1－3

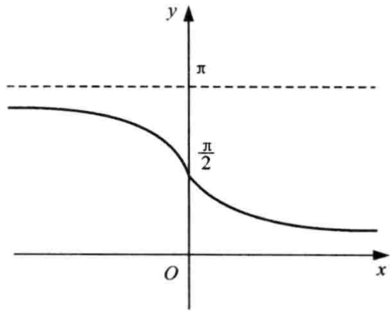


图 1－4

第二节　初等函数

一、基本初等函数

下列六类函数称为基本初等函数：

1. 常数函数 $f(x)=C$.
2. 幂函数 $f(x)=x^{\alpha}\,(\alpha\in\mathbf{R})$.
3. 指数函数 $f(x)=a^{x}\,(a>0$ 且 $a\neq 1)$.
4. 对数函数 $f(x)=\log_a x\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$.
5. 三角函数.
6. 反三角函数.

二、复合函数

设 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$，则通过变量 u 的联系使变量 y 与 x 建立了函数关系，称为函数 $y=f(u)$ 和 $u=\varphi(x)$ 的复合函数，记作 $y=f[\varphi(x)]$，变量 u 称为中间变量.

注意：

(1)并非任意两个函数都能构成复合函数；

例如 $y=\sqrt{u^2-2}$ 与 $u=\sin x$ 不能构成 x 的复合函数，因为 $y=\sqrt{\sin^2 x-2}$ 无意义.

(2)复合函数的中间变量可以不止一个.

例 3 将 y 表示成 x 的函数：

(1) $y=\mathrm{e}^u, u=\dfrac{1}{x}$；　　(2) $y=u^2, u=\sin v, v=\dfrac{x}{2}$.

解 (1)将 $u=\dfrac{1}{x}$ 代入 $y=\mathrm{e}^u$，得 $y=\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$.

(2) $u=\sin v=\sin\dfrac{x}{2}$，$y=u^2=\sin^2\dfrac{x}{2}$，即

$$y=\sin^2\frac{x}{2}.$$

例 4 指出下列复合函数的复合过程：

(1) $y=(1+x)^2$；　　(2) $y=\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}$.

解 (1) $y=(1+x)^2$ 是由 $y=u^2$ 和 $u=1+x$ 复合而成；

(2) $y=\mathrm{e}^{\sin\frac{1}{x}}$ 是由 $y=\mathrm{e}^u$，$u=\sin v$ 和 $v=\dfrac{1}{x}$ 复合而成.

三、初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合步骤所构成，并且可以用一个式子表示的函数称为初等函数.

例如，$y=\sqrt{a^2-x^2}$，$y=\ln(1+x)$，$y=x^2-2x+3$ 都是初等函数，而分段函数 $y=\begin{cases}1, x>0\\0, x=0\\-1, x<0\end{cases}$ 不是初等函数.

第三节　几个常用的经济函数

一、需求函数与供给函数

消费者对某种商品的需求量 Q 与多种因素有关，例如人口、收入、该商品的价格以及相关商品的价格等. 在一定时期内，如果除价格因素外，其他因素的变化很小，则可以忽略其他因素对需求量的影响，而把需求量 Q 看作价格 P 的函数，记作 $Q=f(P)$，称 f 为需求函数. 一般来说，需求函数是价格的减函数. 需求函数 $f(P)$ 的反函数 $P=f^{-}(Q)$ 是价格函数，

价格函数一般是需求量的增函数.

经济学中常用到下列需求函数:

(1) $Q=-aP+b, a>0, b>0$

(2) $Q=kP^{-a}, k>0, a>0$

(3) $Q=\dfrac{a-P^2}{b}, a>0, b>0$

(4) $Q=\dfrac{a-\sqrt{P}}{b}, a>0, b>0$

(5) $Q=\mathrm{a}\mathrm{e}^{-bP}, a>0, b>0$

商品的供给量 S 受该商品的价格、生产成本、季节等多种因素影响. 在一定时期内, 如果除价格因素外, 其它因素变化很小, 则可以忽略其它因素对供给量的影响, 而把供给量 S 看作价格 P 的函数, 记作 $S=S(P)$, 称为供给函数, 供给函数一般是价格的增函数.

常用的供给函数:

(1) $S=aP-b, a>0, b>0$;

(2) $S=kP^a, k>0, a>0$;

(3) $S=a\mathrm{e}^{bP}, a>0, b>0$;

(4) $S=\dfrac{aP-b}{cP+d}, a, b, c, d>0.$

需求是对购买者而言, 供给是对生产者而言, 两者密切相关. 在同一坐标系中分别作出需求曲线和供给曲线(如图 1-5 所示), 他们相交于点 $(\overline{P}, \overline{Q})$, 在该点供需达到平衡, $\overline{P}$ 称为均衡价格, $\overline{Q}$ 称为均衡数量.

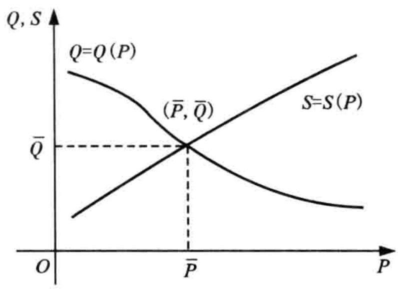


图 1-5

二、成本函数、收益函数和利润函数

成本是生产一定数量产品所需的各种生产要素投入的费用总额, 用 C 表示. 成本由固定成本和可变成本组成. 固定成本是指支付固定生产要素的费用, 包括厂房、设备等, 用 C_1 表示; 可变成本是指支付可变生产要素的费用, 包括原材料、能源等, 它随产品数量 Q 的变动而变动, 用 $C_2(Q)$ 表示. 于是

$$C=C_1+C_2(Q).$$

总收益是生产者出售一定数量的产品所获得的全部收入. 用 Q 表示出售的产品数量, R 表示总收益, $P=P(Q)$ 为价格函数, 则

$$R=R(Q)=QP(Q).$$

利润是生产者获得的总收益与总成本之差, 用 L 表示, 即

$$L=L(Q)=R(Q)-C(Q).$$

习题一

1. 将 y 表示成 x 的复合函数：

(1) $y=\sqrt{u}, u=1-x^2$；　　(2) $y=\arctan u, u=\dfrac{x}{2}$；

(3) $y=2\sin u, u=3x+\dfrac{\pi}{6}$；　　(4) $y=2^u, u=\sin v, v=\sqrt{x}$.

2. 指出下列函数的复合过程：

(1) $y=2\sin(3x-\dfrac{\pi}{4})$；　　(2) $y=(1+x)^2$；

(3) $y=\cos^2(2x+\dfrac{\pi}{3})$；　　(4) $y=\dfrac{1}{\ln(1+x)}$).

3. 下列函数对中，表示相同函数的是(　　).

A. $f(x)=x, g(x)=(\sqrt{x})^2$；　　B. $f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$；

C. $f(x)=x-1, g(x)=\sqrt[3]{(x-1)^3}$；　　D. $f(x)=\dfrac{x^2}{x}, g(x)=x$.

4. 下列函数中，奇函数是(　　).

A. $f(x)=\ln x^2$；　B. $f(x)=\ln\dfrac{1-x}{1+x}$；　C. $f(x)=xe^x$；　D. $f(x)=x\sin x$.

5. 若函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, x\geqslant 1,\\ x+1, x<1,\end{cases}$ 则 $f(-4)=$____________.

6. 函数 $y=1+\lg x$ 的反函数是____________.

7. 函数 $y=\arcsin\dfrac{x-1}{3}$ 的定义域是____________.

8. 已知 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，且对于任意实数 x，都有 $f(x)-g(x)=x^2-2x$，求 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式.

9. 某工厂生产游戏机，固定成本为 7500 元，可变成本为每台 60 元，每台游戏机可卖 110 元. 请回答下列问题：

(1) 要卖多少台游戏机，厂家才可保本(收回投资)?

(2) 卖掉 100 台游戏机，厂家盈利或者亏损了多少元?

(3) 要获得 1250 元利润，需要卖出多少台游戏机?

10. 某商场一年需购进 1000 台电冰箱，分期分批进货，均匀投放市场. 若每台电冰箱的年库存费分为 50 元，每批进货的手续费为 260 元，试写出全年的库存费和进货手续费之和与批数之间的函数关系.

第二章　极限与连续

学习目标：

1. 理解极限的概念.
2. 理解并会应用两个重要极限.
3. 了解连续和间断的概念，了解闭区间上连续函数的性质.
4. 掌握极限的运算法则并能运用这些法则熟练地求函数的极限.

第一节　极限

一、数列极限

考察下列数列：

(1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots, \frac{1}{n}, \cdots$

(2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \cdots, \frac{n}{n+1}, \cdots$

(3) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \cdots, \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}, \cdots$

(4) $1, -1, 1, -1, \cdots, (-1)^{n+1}, \cdots$

当数列的项数 n 无限增大时，数列(1)、(2)、(3)的项能无限地趋近于一个常数，而数列(4)的项不趋近于任何常数.

设有数列$\{a_n\}$，如果当 n 无限增大时，a_n 无限地趋近于一个常数 A，则称当 n 趋于无穷大时，数列$\{a_n\}$的极限是 A，记作

$$\lim_{n\to\infty} a_n = A \quad \text{或者} \quad a_n \to A\ (n\to\infty).$$

也称数列$\{a_n\}$收敛于 A. 如果数列$\{a_n\}$没有极限，则称数列$\{a_n\}$是发散的. 例如，$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$，而数列 $1, -1, 1, -1, \cdots, (-1)^{n+1}, \cdots$是发散的.

二、函数的极限

首先介绍邻域的概念.

设 $x_0 \in \mathbf{R}, \delta > 0$. 以 x_0 为中心，δ 为半径的开区间，称为 x_0 的 δ 邻域，记作 $U(x_0, \delta)$，即

$$U(x_0, \delta) = \{x \mid |x - x_0| < \delta\} = (x_0 - \delta, x_0 + \delta).$$

特别地，不包括中心的邻域称为去心邻域，记作 $\mathring{U}(x_0, \delta)$，即

$$\mathring{U}(x_0, \delta) = \{x \mid 0 < |x - x_0| < \delta\}.$$

1. $x\to\infty$ 时，函数 $f(x)$ 的极限

如果当 $x\to\infty$ 时，函数 $f(x)$ 无限地趋近于一个常数 A，那么 A 称为函数 $f(x)$ 当 $x\to\infty$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 或者 $f(x)\to A(x\to\infty)$.

如果当 $x\to+\infty$ 时，函数 $f(x)$ 无限地趋近于常数 A，那么 A 称为函数 $f(x)$ 当 $x\to+\infty$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$ 或者 $f(x)\to A(x\to+\infty)$.

如果当 $x\to-\infty$ 时，函数 $f(x)$ 无限地趋近于常数 A,那么 A 称为函数 $f(x)$ 当 $x\to-\infty$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$ 或者 $f(x)\to A(x\to-\infty)$.

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$ 且 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$.

2. $x\to x_0$ 时函数的极限

如果当 x 无限地趋近于 x_0 时，函数 $f(x)$ 无限地趋近于常数 A，那么 A 称为函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$ 时的极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 或者 $f(x)\to A(x\to x_0)$.

如果当 x 从 x_0 的左侧(即 $x<x_0$)无限地趋近于 x_0 时，函数 $f(x)$ 无限地趋近于常数 A，那么 A 称为函数 $f(x)$ 在 x_0 处的左极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$ 或者 $f(x)\to A(x\to x_0^-)$.

如果当 x 从 x_0 的右侧(即 $x>x_0$)无限地趋近于 x_0 时，函数 $f(x)$ 无限地趋近于常数 A，那么 A 称为函数 $f(x)$ 在 x_0 处的右极限，记作 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$　$f(x)\to A(x\to x_0^+)$.

定理 1　函数 $f(x)$ 在 x_0 处存在极限的充要条件是 $f(x)$ 在 x_0 处的左极限和右极限都存在并且相等，即 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$.

例 1　求当 $x\to2$ 时，函数 $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ 的极限.

解　$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}(x+2)=4.$

注意：在本例中，$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ 在 $x=2$ 处无定义，但极限 $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$ 确是存在的，这说明极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 是否存在以及它的值只与 $f(x)$ 在 x_0 的附近的变化情况有关，而与函数 $f(x)$ 在 x_0 处的函数值可以没有任何关系.

例 2　设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant1\\ 3x, & x>1\end{cases}$，试判断极限 $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ 是否存在.

解　$\because\ \lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}(x+1)=2,\ \lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}3x=3,$

$\therefore\ \lim\limits_{x\to1}f(x)$ 不存在.

三、极限的运算法则

设 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A,\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=B$,则有

(1) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)]=\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\pm\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=A\pm B$;

(2) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\cdot\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=A\cdot B$;

(3) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to x_0}f(x)}{\lim\limits_{x\to x_0}g(x)}=\dfrac{A}{B}(B\neq 0)$.

以上法则对于 $x\to\infty$ 的情形同样成立.

由法则(2)可以推出

$\lim\limits_{x\to x_0}[Cf(x)]=C\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$（$C$ 为常数）

例 1　求极限 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+3}{x+1}$.

解　$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+3}{x+1}=\dfrac{\lim\limits_{x\to 2}(x^2-4x+3)}{\lim\limits_{x\to 2}(x+1)}=\dfrac{2^2-4\times 2+3}{2+1}=-\dfrac{1}{3}$

例 2　求极限 $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-9}{x+3}$.

解　$\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-9}{x+3}=\lim\limits_{x\to -3}(x-3)=-6$.

例 3　求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3}{3x^2-2x}$.

解　$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3}{3x^2-2x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+\dfrac{3}{x^2}}{3-\dfrac{2}{x}}=\dfrac{2+0}{3-0}=\dfrac{2}{3}$.

例 4　求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^3-x^2+5}$.

解　$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^3-x^2+5}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x^3}}{2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{x^3}}=0$.

例 5　求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-x^2+5}{3x^2-2x-1}$.

解　$\because \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^3-x^2+5}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x^3}}{2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{x^3}}=0$,

$\therefore \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-x^2+5}{3x^2-2x-1}=\infty$.

结论：当 $a_0\neq 0, b_0\neq 0, m, n$ 为非负整数时，有

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n}{b_0x^m+b_1x^{m-1}+\cdots+b_m}=\begin{cases}\dfrac{a_0}{b_0}, n=m;\\ 0, n<m;\\ \infty, n>m.\end{cases}$$