

THE ARCHITECTURE OF MATHEMATICS



数学的建筑

[法]布尔巴基 著

胡作玄 编译



大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

『十二五』国家重点图书出版规划项目

05 数学家思想文

丛书主编 李文林

THE ARCHITECT



数学的建筑

[法]布尔巴基 著

胡作玄 编译



大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

数学的建筑 / (法) 布尔巴基著 ; 胡作玄编译. —
大连 : 大连理工大学出版社, 2014. 5

(数学家思想文库)

ISBN 978-7-5611-9099-9

I. ①数… II. ①布… ②胡… III. ①数学—文集
IV. ①O1-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 082408 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84707345

E-mail: dulp@dulp.cn URL: <http://www.dulp.cn>

大连美跃彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:147mm×210mm
2014 年 5 月第 1 版

印张:8.75 字数:141 千字
2014 年 5 月第 1 次印刷

责任编辑:刘新彦 王 伟

责任校对:李 慧

封面设计:冀贵收

ISBN 978-7-5611-9099-9

定 价:28.00 元

读读大师 走近数学

——《数学家思想文库》总序

数学思想是数学家的灵魂

数学思想是数学家的灵魂。试想：离开公理化思想，何谈欧几里得、希尔伯特？没有数形结合思想，笛卡儿焉在？没有数学结构思想，怎论布尔巴基学派？……

数学家的数学思想当然首先是体现在他们的创新性数学研究之中，包括他们提出的新概念、新理论、新方法。牛顿、莱布尼茨的微积分思想，高斯、波约、罗巴切夫斯基的非欧几何思想，伽罗瓦“群”的概念，哥德尔不完全性定理与图灵机，纳什均衡理论，等等，汇成了波澜壮阔的数学思想海洋，构成了人类思想史上不可磨灭的篇章。

数学家们的数学观也属于数学思想的范畴，这包括他们对数学的本质、特点、意义和价值的认识，对数学知识来源及其与人类其他知识领域的关系的看法，以及科学方法论方面的见解，等等。当然，

在这些问题上,古往今来数学家们的意见是很不相同有时甚至是对立的。但正是这些不同的声音,合成了理性思维的交响乐。

正如人们通过绘画或乐曲来认识和鉴赏画家或作曲家一样,数学家的数学思想无疑是人们了解数学家和评价数学家的主要依据,也是数学家贡献于人类和人们要向数学家求知的主要内容。在这个意义上我们可以说:

“数学家思,故数学家在。”

数学思想的社会意义

数学思想是不是只有数学家才需要具备呢?当然不是。数学是自然科学、技术科学与人文社会科学的基础,这一点已越来越成为当今社会的共识。数学的这种基础地位,首先是由于它作为科学的语言和工具而在人类几乎一切知识领域获得日益广泛的应用,但更重要的恐怕还在于数学对于人类社会的文化功能,即培养发展人的思维能力特别是精密思维能力。一个人不管将来从事何种职业,思维能力都可以说是无形的资本,而数学恰恰是锻炼这种思维能力的体操。这正是为什么数学会成为每个受教育的人一生中需要学习时间最长的学科之一。这并不是说我们在学校中学习过的每一个具体的数学知识点都会在日后的生活与工作中

派上用处,数学对一个人终身发展的影响主要在于思维方式。以欧几里得几何为例,我们在学校里学过的大多数几何定理日后大概很少直接有用甚或基本不用,但欧氏几何严格的演绎思想和推理方法却在造就各行各业的精英人才方面有着毋庸置疑的意义。事实上,从牛顿的《自然哲学的数学原理》到爱因斯坦的相对论著作,从法国大革命的《人权宣言》到马克思的《资本论》,乃至现代诺贝尔经济学奖得主们的论著中,我们都不难看到欧几里得的身影。另一方面,数学的定量化思想更是以空前的广度与深度向人类几乎所有的知识领域渗透。数学,从严密的论证到精确的计算,为人类提供了精密思维的典范。

一个戏剧性的例子是在现代计算机设计中扮演关键角色的所谓“程序内存”概念或“程序自动化”思想。我们知道,第一台电子计算机(ENIAC)在制成之初,由于计算速度的提高与人工编制程序的迟缓之间的尖锐矛盾而濒于夭折,在这一关键时刻,恰恰是数学家冯·诺依曼提出的“程序内存”概念拯救了人类这一伟大的技术发明。直到今天,计算机设计的基本原理仍然遵循着冯·诺依曼的主要思想,冯·诺依曼因此被尊为“计算机之父”(虽然现在知道他并不是历史上提出此种想法的唯一数学家)。像“程序内存”这样似乎并非“数学”的概

念,却要等待数学家并且是冯·诺依曼这样的大数学家的头脑来创造,这难道不耐人寻味吗?因此,我们可以说,数学家的数学思想是全社会的财富。

数学的传播与普及,除了具体数学知识的传播与普及,更实质性的是数学思想的传播与普及。在科学技术日益数学化的今天,这已越来越成为一种社会需要了。试设想:如果有越来越多的公民能够或多或少地运用数学的思维方式来思考和处理问题,那将会是怎样一幅社会进步的前景啊!

读读大师 走近数学

数学是数与形的艺术,数学家们的创造性思维是鲜活的,既不会墨守陈规,也不可能作为被生搬硬套的教条。学习了解数学家的数学思想当然可以通过不同的途径,而阅读数学家特别是数学大师们的原始著述大概是最直接可靠和富有成效的做法。

数学家们的著述大体有两类。大量的当然是他们论述自己的数学理论与方法的专著。对于致力于真正原创性研究的数学工作者来说,那些数学大师们的原创性著作无疑是最生动的教材。拉普拉斯就常常对年轻人说:“读读欧拉,读读欧拉,他是我们所有人的老师。”拉普拉斯这里所说的“所有人”,恐怕主要还是指专业的数学家和力学家,一

般人很难问津。

数学家们另一类著述则面向更为广泛的读者,有的就是直接面向公众。这些著述包括数学家们数学观的论说与阐释(用 G·哈代的话说就是“关于数学”的论述),也包括对数学知识和他们自己的数学创造的通俗介绍。这类著述与板起面孔讲数学的专著不同,具有较大的可读性,易于为公众接受,其中不乏脍炙人口的名篇佳作。有意思的是,一些数学大师往往也是语言大师,如果把写作看作语言的艺术,他们的这些作品正体现了数学与艺术的统一。阅读这些名篇佳作,不啻是一种艺术享受,人们在享受之际认识数学,了解数学,接受数学思想的熏陶,感受数学文化的魅力。这正是我们编译出版这套《数学家思想文库》的目的所在。

《数学家思想文库》选择国外近现代数学史上一些著名数学家论述数学的代表性作品,专人专集,陆续编译,分辑出版,以飨读者。第一辑编译的是希尔伯特(D. Hilbert, 1862—1943)、G·哈代(G. Hardy, 1877—1947)、冯·诺依曼(J. von Neumann, 1903—1957)、布尔巴基(N. Bourbaki, 1935—)、阿蒂亚(M. F. Atiyah, 1929—)等 20 世纪数学大师的文集(其中哈代、布尔巴基与阿蒂亚的文集属再版),这些文集集中的作品大都短小精悍,魅力四射,充满科学的真知灼见,在国外流传颇广。

相对而言,这些作品可以说是数学思想海洋中的珍奇贝壳,数学百花园中的美丽花束。

我们并不奢望这样一些“贝壳”和“花束”能够扭转功利的时潮,但我们相信爱因斯坦在纪念牛顿时所说的话:

“理解力的产品要比喧嚣纷扰的世代经久,它能经历好多个世纪而继续发出光和热。”

在这套丛书付梓之际,我们要感谢大连理工大学出版社特别是刘新彦同志,他们对传播科学文化的热情与远见使本套丛书很快能以崭新的面貌出版。我们衷心希望本套丛书所选译的数学大师们“理解力的产品”能够在传播数学思想,弘扬科学文化的现代化事业中放射光和热。

读读大师,走近数学,所有的人都会开卷受益。

李文林

2014年4月于北京中关村

译者序

《数学的建筑》集中介绍了 20 世纪最有影响的数学家集体——布尔巴基学派。布尔巴基集体产生于 20 世纪 30 年代,由法国一些年轻的数学家组成。主要奠基人有韦伊(A. Weil, 1906—1998)、狄奥多涅(J. Dieudonné, 1906—1992)、H·嘉当(H. Cartan, 1904—2008)、薛华荔(C. Chevalley, 1909—1984)等人。这些人后来都成为法国科学院院士,属当代最有影响的世界著名数学家。

这个学派,以布尔巴基名义发表的著作,主要是多卷本的《数学原理》(现已出版 41 分册);而以布尔巴基名义发表的论文,只有“数学的建筑”和“数学研究者的数学基础”能集中反映该学派对数学的基本观点。这些著作和论文,成为我们研究布尔巴基学派的主要原始文献。布尔巴基的奠基人的思想虽然彼此之间也有不少分歧,但在一些基本观点上还是大同小异。因此,作为布尔巴基原著的补充,我们选入了韦伊和狄奥多涅对数学历史、现状和未来的精辟见解的论文 4 篇。时至今日,对于

布尔巴基的思想与活动仍有一些神秘,局外人的介绍往往难得准确。因此,本书选了几篇布尔巴基奠基者介绍布尔巴基的论文。其中,“布尔巴基与当代数学”是H·嘉当于1958年1月在德国的演讲(1980年发表),属于系统介绍布尔巴基学派的第一篇文章;“布尔巴基的事业”和“近三十年来布尔巴基的工作”是狄奥多涅于1968年10月在罗马尼亚和1982年10月在美国所做的学术讲演(分别发表于1970年和1983年),它们在内容上虽然有些重复,但是由于介绍角度不同,因而有助于我们更好地认识与了解布尔巴基学派在数学史上的地位和作用。

本书共收入10篇译文,分成三个部分:布尔巴基原著,包括“数学的建筑”,“数学研究者的数学基础”;布尔巴基论数学,包括“数学的未来”(韦伊),“数学史:Why and How”(韦伊),“数学家与数学发展”(狄奥多涅),“纯粹数学的当前趋势”(狄奥多涅);布尔巴基论布尔巴基,包括“布尔巴基与当代数学”(H·嘉当),“布尔巴基的事业”(狄奥多涅),“近三十年来布尔巴基的工作”(狄奥多涅),“布尔巴基的数学哲学”(狄奥多涅)。

作为本书的编者和文章的译者,对于布尔巴基福音的传播者——已故的狄奥多涅教授表示深切的敬意与怀念,同时感谢他寄给编者的资料。

同时感谢沈永欢、关肇直两位先生校对其中部分文章。还应当感谢大连理工大学出版社科技教育出版中心的多位编辑,他们为本书的再版提供了机会,希望通过我们的共同努力能够使读者从中受益。

进入 21 世纪,第一步较系统地介绍布尔巴基活动的法文著作《布尔巴基:数学家的秘密社团》在 2003 年出版,2006 年英译本由美国数学会出版。我们翻译的中译本在 2012 年 1 月由湖南科技出版社出版。

为了读者进一步学习和研究布尔巴基,我们编辑了布尔巴基的原著《数学原理》的分册目录及布尔巴基讨论班 1000 篇以上报告的刊出书刊附于书末,仅供参考。

胡作玄

2014 年 4 月

目 录

导 言 / 1

布尔巴基原著

数学的建筑 / 27

数学研究者的数学基础 / 49

布尔巴基论数学

数学的未来 / 67

数学史: Why and How / 91

数学家与数学发展 / 109

纯粹数学的当前趋势 / 136

布尔巴基论布尔巴基

布尔巴基与当代数学 / 174

布尔巴基的事业 / 195

近三十年来布尔巴基的工作 / 219

布尔巴基的数学哲学 / 240

附录: 布尔巴基原始文献 / 258

导 言

多头的数学家——布尔巴基

从 19 世纪末到 20 世纪初,数学经历了一个激烈变革的时期:一方面是新学科、新领域层出不穷,数学出现丰富多彩的局面;另一方面是对统一性、严密性的追求。现代数学大部分分支都来源于这个时期。

前布尔巴基时期

18 世纪末,数学的二级学科主要是几何以及分析和代数(包括算术及数论),整个 19 世纪是几何学的黄金时代,多种多样的几何新学科产生出来,如射影几何、非欧几何、高维几何、微分几何、黎曼几何、位置分析(即后来的组合拓扑学)等等,但它们仍然来源于经典数学学科,同时分析领域也蓬勃发展起来。到 19 世纪末,仍然是几何、代数和解析三大领域,这就是布尔巴基成员的老师所教授给他们的主要内容,其中的重点是数学分析。这种传统的教学内容可追溯到柯西(Augustin Louis

Cauchy, 1789—1857)所处的时代,而到 19 世纪末 20 世纪初,三部著名的分析教程是 19 世纪分析的标准著作,也是学习数学(不仅是分析,也包含代数和几何内容)的主要参考书。一部是若尔当(Camille Jordan, 1838—1922)的《分析教程》(*Cours d'Analyse*, 1882—1887),一部是皮卡(Emile Picard, 1856—1941)的《分析数学专论》(*Traité d'analyse*, 3 卷, 1891—1896),一部是古尔萨(Edouard Goursat, 1858—1936)的《数学分析教程》(*Cours d'Analyse Mathématique*, 3 卷, 1902—1917),而正是古尔萨的教程启动了布尔巴基的活动。

在两个世纪之交,法国数学发展逐步集中于函数论的方向之上。保莱尔(Emile Borel, 1871—1956)、拜尔(René Baire, 1874—1932)、勒贝格(Henri Lebesgue, 1875—1941)的确从 G·康托(Georg Cantor, 1845—1918)的点集论出发,建立了新的测度积分和实函数理论,它们成为现代数学的基础,但大部分法国数学家在伟大的全才数学家庞加莱(Henri Poincaré, 1854—1912)去世之后,主要集中于单复变函数论,这也恰恰是大多数布尔巴基成员在 20 世纪 20 年代受教育时主要的研究方向。而第一次世界大战又夺去许多法国年轻人的生命,法国的数学出现了一代人的断层。

在两次大战之间,布尔巴基成员大都有机会到

国外去,这大大开阔了他们的眼界,这也是法国人第一次看到他们的传统的头号数学大国的地位即使没有完全过去,至少也岌岌可危。也就在这二三十年中,外界的数学早已换了人间。

一是一批新的数学学科的出现。先是萌芽于 19 世纪的四大领域:肇源于高斯(Carl Friedrich Gauss, 1777—1855)和狄利克雷(Peter Dirichlet, 1805—1859)的代数数论,主要由德国学派和意大利学派发展的代数几何,由高斯和黎曼(Bernhard Riemann, 1826—1866)开创的微分流形的几何理论,以及由李(Sophus Lie, 1842—1899)一手创立的李群理论,它们都为数学提供了与过去完全不同的新的人工对象,而且到现在也是活跃发展的前沿领域。而在这个过程中,布尔巴基成员都作出了决定性的贡献。

其次是集合论、数学基础与数理逻辑。前者主要是奠基于 G·康托的工作,后者主要来源于英国人、德国人、意大利人的工作,这时集合论逐步成为统一数学的基础,特别是测度和积分理论、实函数论、拓扑空间理论以及泛函分析,它们在 20 世纪最初十多年间已经形成。而拓扑空间理论主要集大成者是德国数学家豪斯道夫(Felix Hausdorff, 1868—1942),他的《集论大纲》(*Grundzüge der Mengenlehre*, 1914)是一般拓扑学的经典著作;泛

函分析特别是拓扑向量空间的基础则来自希尔伯特(David Hilbert, 1862—1943)的积分方程的研究, 以及稍后波兰学派的工作。所有这些也是布尔巴基统一数学的基础的主要一部分。另一部分也是在这时产生的, 它们包含群论、域论、环与代数理论、格论等, 它们构成所谓抽象代数这一领域。

数学本身也在这时期有相应的扩张。首先是多复变函数论, 其次是拓扑群上的调和分析。20世纪20年代, 随量子力学诞生相伴发展了算子理论及稍后的算子代数理论, 尤其重要的是组合拓扑学以及微分流形的拓扑学。在这些多学科的交叉领域, 布尔巴基成员也作出了自己的贡献。

二是法国数学早已不再是唯我独尊了, 大部分新数学都来自德国以及其他国家, 而更可悲的是, 法国数学家对这些新领域几乎一无所知。例如:

德国: 代数数论、抽象代数、积分方程、算子理论、拓扑学;

意大利: 泛函分析、微分几何、代数几何;

俄国: 一般拓扑学、实函数论;

波兰: 一般拓扑学、泛函分析;

美国: 组合拓扑学、代数几何。

面对这种局面, 新生的法国一代开始觉醒, 而他们的首要任务是向其他国家首先是德国的数学学习, 加以消化, 然后进行独创, 形成自己的风格和